

# 基于人工神经网络响应面技术的多学科优化方法研究及应用

张锦华, 原思聪, 张晓钟, 郭海燕

(西安建筑科技大学机电工程学院, 陕西 西安 710055)

**摘要:** 在常用的非层次型多学科综合优化算法基础上, 提出了基于神经网络响应面多学科优化算法(ANN MDO), 是一种二级结构优化方法, 子学科在优化时只需满足本学科的局部约束, 学科层优化目标是使该学科优化设计方案与系统层提供的目标方案差异最小, 系统层提供一种协调各个学科优化结果冲突机制, 并且所需学科层信息通过神经网络响应面获取. 最后将协同优化算法(CO)、并行子空间优化算法(CSSO)、ANN MDO 算法应用于齿轮减速箱算例, 验证了本文算法的高效性.

**关键词:** 人工神经网络; 响应面; 多学科优化; 齿轮减速箱

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2011)03-0451-06

复杂机械系统的设计往往涉及多个学科, 各个学科之间是相互依赖又相互制约(即耦合)的, 传统的串行设计方法往往忽略了学科之间的耦合效应, 使得设计结果不理想甚至不可行, 并且设计周期长<sup>[1]</sup>. 多学科设计优化(Multidisciplinary Design Optimization, 简称 MDO)是借鉴并行协同设计学及集成制造技术将单个学科的分析与优化同整个系统中互为耦合的其他学科的分析与优化结合起来, 获得系统整体最优解, 并缩短了设计周期, 采用高精度的数学模型, 提高设计结果的可信性.

分析复杂大系统一种有效的方法是将复杂系统按照某种方式分解为若干个小的子系统, 根据子系统之间的关系将复杂系统分为两类—层次系统与非层次系统, 层次系统是一种“树”状结构, 非层次系统是一种“网状”结构, 常常也称为耦合系统. 实际上, 复杂系统的子系统之间往往存在不同形式的耦合关系, 所以非层次系统比层次系统更具一般性, 讨论非层次系统就更具有研究意义及价值<sup>[2]</sup>. 目前常用的非层次型 MDO 算法为协同优化(CO)算法和并行子空间优化(CSSO)算法. CO 协同优化算法仅适应于连续变量, CSSO 并不考虑在子空间优化过程中有助于保持学科之间一致性的信息, 仅仅考虑局部(本地)设计, 而且需要灵敏度分析. 本文探讨基于人工神经网络响应面技术的多学科设计优化算法, 采用响应面近似法来构造学科级设计变量同其目标函数之间的关系, 以较高的精度实现模型的建立, 实现各个学科之间的并行设计和优化, 并允许系统层变量为离散变量, 不需要进行灵敏度分析. 最后通过运用本文算法、CO 算法及 CSSO 算法对减速齿轮箱质量进行优化, 结果表明在优化参数值几乎接近的情况下, 本文算法大大提高了协同寻优效率, 节省了计算时间开销.

## 1 响应面法的基本原理

近似技术在优化计算和分析中得到了广泛的应用, 比较有效的全局近似方法是响应面法. 它是以试验设计为基础的用于处理多变量问题建模和分析的一套统计处理技术, 用一个简单的函数关系近似替代实际的复杂仿真模型, 因此可以方便地进行分析计算和优化设计. 其原理是当某点周围一定数量点的实际函数值已知时, 通过某种方式建立一个超曲面. 在充分靠近这个点的区域内, 可用这个曲面代替实际函数进行复杂计算. 设  $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  为  $n$  维输入变量,  $y$  为输出变量. 对于  $m$  个试验数据  $(X^1,$

收稿日期: 2010-07-20 修改稿日期: 2011-04-12

基金项目: “十二五”国家科技支撑项目(2010BAE00372-2); 陕西省教育厅自然科学专项(09JK559)

作者简介: 张锦华(1970-), 女, 陕西渭南人, 博士研究生, 讲师, 主要从事智能计算、机械设计及理论研究.

$X^2, \dots, X^m$ ), 输出变量与输入变量之间存在函数关系  $y^i = y(X^i) (i = 1, 2, \dots, m)$ , 该函数关系即为响应逼近函数.

2 神经网络响应面技术

人工神经网络(artificial neural networks, ANN)是由大量简单的处理单元互相连接而形成的复杂并行网络结构, 虽然各单元只完成简单的计算功能, 但整个网络可以构成高度复杂的非线性系统. 用人工神经网络进行数据分析处理, 能够得到更加接近真实的拟合曲线<sup>[3]</sup>. Kolmogrov 多层网络映射存在定理表明, 假定一函数输入变量为  $n$  个, 输出变量为  $m$  个, 那么就可以建立一个输入层有  $n$  个神经元、隐层有  $2n+1$  个神经元、输出层有  $m$  个神经元的三层前反馈 BP 神经网络<sup>[4]</sup>. 并且在三层前馈神经网络中, 只要隐层采用非线性递增函数, 输入和输出层采用线性函数, 即可对任意连续函数进行逼近, 其网络拓扑结构如图 1 所示. 图中的权值  $\omega_{ij}, \omega_{jk}$  为待估参数,  $(d_1, d_2, \dots, d_m)$  为期望输出. 神经网络的最佳权值  $\omega_{ij}, \omega_{jk}$  是通过样本学习获得的, 样本学习采用误差反向传播的 BP 算法找出使实际计算输出与样本期望输出之间误差最小的权值, 这样通过训练神经网络调整未知系数就可以全局逼近原有函数. 上述隐层用 S 型函数, 响应面的拟合函数为:

$$\hat{f}(x) = \sum_{k=1}^m \omega_k \frac{1}{1 + \exp(-\sum_{i=1}^n x_i \omega_{ij})} \quad (1)$$

3 基于神经网络的 MDO 算法

3.1 非层次型 MDO 问题描述

多学科设计优化的主要思想是充分考虑各门学科之间的相互影响和耦合作用, 按照学科对 MDO 问题进行分解、协调、综合优化的方法, 图 2 是一个二级优化结构, 它将原有的设计问题分为系统级和学科级(子系统级)两级<sup>[5]</sup>.

图中符号意义如下:  $n$  为子系统数;  $x_i$  为其他子系统分析输入的耦合变量;  $\bar{x}_i$  为系统层没有规定目标值的严格意义上的子系统  $i$  的局部设计变量集;  $y_{ij}$  为从子系统  $i$  输出但又是子系统  $j (j \neq i)$  的输入相关变量;  $f_i, g_i$  分别为子系统  $i$  的目标函数集和约束函数集,  $z$  是系统层变量, 包括耦合变量和相关变量集. 为了方便, 以下就用  $y_i = \{y_{ij} | j = 1, 2, \dots, n, j \neq i\}$  表示子系统  $i$  的所有输出变量.

3.2 MDO 算法基本思想

基于神经网络的 MDO 算法是一个二级优化结构, 多学科系统中的每个学科在优化时可以暂时不考虑其他学科的影响, 只需满足本学科的局部约束, 学科层优化目标是使该学科优化设计方案与系统层提供的目标方案差异最小. 系统协调器的目的有二, 一是协调各个学科优化结果的不一致性, 二是提供给各学科共享或相关信息的协调值, 并且系统层所需学科层信息通过神经网络响应面获取. 通过系统层和学科层之间的多次迭代, 最终得到一个符合一致性要求的全局最优化设计方案. 由文献[6]知: 当

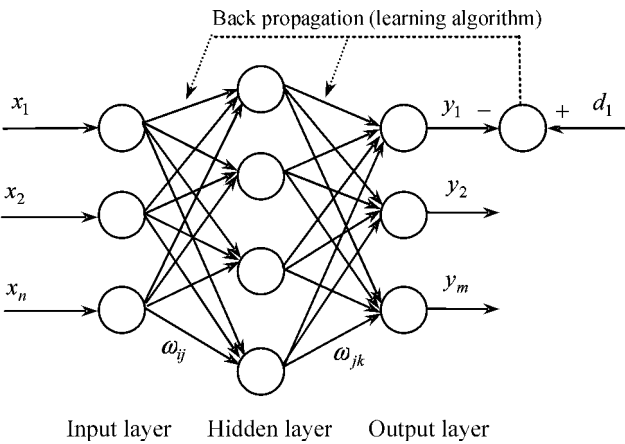


图 1 三层 BP 神经网络拓扑结构  
Fig. 1 Three-layer BP neural network topology

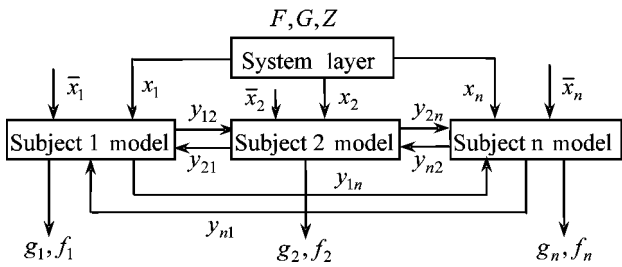


图 2 非层次型二级结构  
Fig. 2 Non-hierarchical two-level optimization

系统目标函数和约束函数都是连续可微的凸函数, 系统层的约束为严格等式约束且结果满足这些等式约束, 以及神经网络响应面模型达到规定的精度时, 则基于响应面的模型和原模型的全局非劣解是一致的。

3.3 算法模型

(1) 学科层优化模型

根据以上思想, 学科层优化目标就是寻找一个设计方案, 使得学科层的交叉变量和输出变量与系统层规定的本学科的局部参数值(包括耦合变量集  $x_i$  及输出相关变量集  $y_i$ ) 差异最小, 同时满足本学科的局部约束。通过 Tappeta 和 Renaud 对常用的四种方法(差值、差平方、商、对数)比较, 差平方收敛的速度比其他几种要快一些, 用差平方评价差异最小构造出学科  $i$  的学科层优化模型如下:

$$\begin{cases} \min & J_i = \lambda_1 \sum_{j=1}^{h_{xi}} (x_j - z_j)^2 + \lambda_2 \sum_{j=h_{xi}+1}^{h_{xi}+h_{yi}} (y_j - z_j)^2 \\ \text{s. t.} & g_i(x_i, y_i) \leq 0 \\ \text{d. v.} & x_i^* \end{cases} \tag{2}$$

式中:  $h_{xi}$  为学科  $i$  的耦合变量数;  $h_{yi}$  为学科  $i$  的输入相关变量数;  $\lambda_1, \lambda_2$  为权重;  $y_i$  为学科  $i$  的第  $j$  个输出相关变量;  $x_i$  为学科  $i$  的耦合变量集。

(2) 系统层优化模型

基于神经网络响应面技术的 MDO 算法应能提供一种合理的协调机制, 以确保耦合变量集的一致性, 这个协调过程可通过系统层的优化设计来完成。所以系统层的任务就是建立所有耦合变量和相关变量的目标值, 这些变量称为系统变量, 即为  $\{z\}$ 。而学科层的优化目标(式(2))是寻找一个尽量接近系统层规定的局部设计方案, 但并不是所有的设计变量都有对应的系统层目标值, 仅仅是那些同时被两个或两个以上学科使用的变量才有相对应的系统目标值。见右科层的优化解是局部可行解, 仅满足局部约束, 并不能保证对于任意的目标值在  $\{z\}$  域内,  $J_i$  的优化值(记为  $J_i^*$ )都等于零, 尤其当许多学科在系统变量取值上相互竞争时, 为了确保所有学科在这些变量取值上的一致性, 可建立系统层优化模型如下:

$$\begin{cases} \min & F(z) = \sum_{i=1}^n \hat{J}_i^*(z) + f(z) \\ \text{s. t} & \hat{J}_i^*(z) = 0 \\ \text{d. v.} & z = [z_1 \cdots z_m]^T \end{cases} \tag{3}$$

式中:  $nm$  为系统设计变量数;  $n$  为学科数;  $f(z)$  为原问题优化目标。

由式(3)可以看出, 建立系统层优化模型时需要多次进行学科层优化, 也就是说, 系统层优化迭代多少次, 学科层优化就进行多少次。显然这大大影响了系统层的优化效益, 为了减轻系统层负担, 采用神经网络响应面来近似计算  $J_i^*$ (记为  $\hat{J}_i^*$ ), 这样就可以避免在系统层优化过程中频繁地调用学科层优化来获取  $J_i^*$  值, 而只有当响应面重新创建时才进行学科层的优化。因此, 引入神经网络响应面可以大大减少系统层的计算开销。

3.4 神经网络训练样本

响应面法是以试验设计为基础的, 试验设计对于近似模型的精度有着非常大的影响, 它决定了构造近似模型所需的样本点(对 ANN 来说其实就是训练样本)。近似模型的构造依赖于设计空间的采样, 即在设计空间中一定数量的不同位置上进行采样, 并进行计算机模拟(试验), 来获得目标函数的响应数据。文献[7]表明, 基于确定性的计算机试验的工程优化设计来讲, “空间填充”类试验设计方法, 如正交设计、均匀设计和拉丁方设计等更为适用。

4 应用实例

4.1 优化原型

齿轮减速箱的优化设计是 NASA 评估多学科设计优化的十大标准算例, 结构如图 3 所示。优化目

标为减速箱质量最轻的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x)=0.785\ 4x_1\ x_2^2(3.333x_3^3+14.933x_3-43.093\ 4)-1.508x_1(x_6^2+x_7^2) \\ & +7.477(x_6^3+x_7^3)+0.785\ 4(x_4x_6^2+x_5x_7^2) \\ \text{s.t.} \quad & g_1=27/(x_1x_2^2x_3)-1\leqslant 0 \\ & g_2=397.5/(x_1x_2^2x_3)-1\leqslant 0 \\ & g_3=1.93x_4^3/(x_2x_6^4x_3)-1\leqslant 0 \\ & g_4=1.93x_5^3/(x_2x_7^4x_3)-1\leqslant 0 \\ & g_5=A_1/B_1-1\ 000\leqslant 0 \\ & g_6=A_2/B_2-850\leqslant 0 \\ & g_7=x_2x_3-40\leqslant 0 \\ & g_8=x_1/x_2-12\leqslant 0 \\ & g_9=-x_1/x_2+5\leqslant 0 \\ & g_{10}=(1.5x_6+1.9)/x_4-1\leqslant 0 \\ & g_{11}=(1.1x_7+1.9)/x_5-1\leqslant 0 \end{aligned}$$

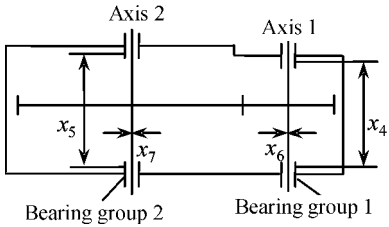


图 3 齿轮减速箱结构  
Fig. 3 Gearbox structure

其中:  $x_1$  为齿宽系数;  $x_2(\text{cm})$  为齿轮模数;  $x_3$  为小齿轮齿数;  $x_4(\text{cm})$ 、 $x_5(\text{cm})$  为轴承间距;  $x_6(\text{cm})$ 、 $x_7(\text{cm})$  为轴的直径。变量的取值范围为:  $2.6\leqslant x_1\leqslant 3.6$ ,  $0.3\leqslant x_2\leqslant 1.0$ ,  $17\leqslant x_3\leqslant 28$ ,  $7.3\leqslant x_4\leqslant 8.3$ ,  $7.3\leqslant x_5\leqslant 8.3$ ,  $2.9\leqslant x_6\leqslant 3.9$ ,  $5\leqslant x_7\leqslant 5.5$ 。

$$A_1=[(\frac{745x_4}{x_2x_3})^2+16.9\times 10^6]^{0.5} \qquad B_1=0.1x_6^3$$
$$A_2=[(\frac{745x_5}{x_2x_3})^2+157.5\times 10^6]^{0.5} \qquad B_2=0.1x_7^3$$

按照多学科分解原则即将多学科总体优化任务分解为多个相对较小的、联系尽可能少的学科, 将上述优化数学型分解为三个学科, 各个学科描述如下:

$$D_1:\begin{cases} \min & f_1(x)=-1.508x_1x_6^2+7.477x_6^3+0.785\ 4x_4x_6^2 \\ \text{s.t.} & g_{1i}\leqslant 0, \quad i=1,2,3,5,7,8,9,10 \\ & X_1^*=[x_1,x_2,x_3,x_4,x_6]^T \end{cases} \tag{4}$$

$$D_2:\begin{cases} \min & f_2(x)=-1.508x_1x_7^2+7.477x_7^3+0.785\ 4x_5x_7^2 \\ \text{s.t.} & g_{2i}\leqslant 0, \quad i=1,2,4,6,7,8,9,11 \\ & X_2^*=[x_1,x_2,x_3,x_5,x_7]^T \end{cases} \tag{5}$$

$$D_3:\begin{cases} \min & f_3(x)=0.785\ 4x_1x_2^2(3.333x_3^3+14.933x_3-43.093\ 4) \\ \text{s.t.} & g_{3i}\leqslant 0, \quad i=1,2,7,8,9 \\ & X_3^*=[x_1,x_2,x_3]^T \end{cases} \tag{6}$$

取变量初始值  $X^0=[x_1^0,x_2^0,x_3^0,x_4^0,x_5^0,x_6^0,x_7^0]^T=[3.0,0.5,19,7.5,7.8,3.2,5.25]^T$  对三个学科均采用序列二次规划法进行单独优化, 求得局部最优解为  $X_1^*=[3.56,0.72,28,7.3,3.335]^T$ ,  $X_2^*=[3.61,0.712,25.6,7.715,5.286]^T$ ,  $X_3^*=[3.5,0.72,17.01]^T$ , 很明显各个学科的局部最优解不一致, 采用基于人工神经网络响应面的 MDO 算法对学科的局部最优解进行协调。

4.2 基于 ANN 的 MDO 模型

根据式(2)、(3)建立学科层与系统层优化数学模型如下:

学科层优化模型:

$$D_1:\begin{cases} \min & J_1=(x_1-z_1)^2+(x_2-z_2)^2+(x_3-z_3)^2 \\ \text{s.t.} & f_1=-1.508x_1x_6^2+7.477x_6^3+0.785\ 4x_4x_6^2 \\ & g_i\leqslant 0, \quad i=1,2,3,5,7,8,9,10 \end{cases} \tag{7}$$

$$D_2:\begin{cases} \min & J_2=(x_1-z_1)^2+(x_2-z_2)^2+(x_3-z_3)^2 \\ \text{s.t.} & f_2=-1.508x_1x_7^2+7.477x_7^3+0.785\ 4x_5x_7^2 \\ & g_i\leqslant 0, \quad i=1,2,4,6,7,8,9,11 \end{cases} \tag{8}$$

$$D_3: \begin{cases} \min & J_3 = (x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2 + (x_3 - z_3)^2 \\ \text{s. t.} & f_3 = 0.785 \ 4 x_1 x_2^2 (3.333 x_3^2 + 14.933 x_3 - 43.093 \ 4) \\ & g_i \leq 0, \quad i = 1, 2, 7, 8, 9 \end{cases} \quad (9)$$

系统层优化模型:

$$\begin{cases} \min & F(z) = \hat{J}_1^* + \hat{J}_2^* + \hat{J}_3^* + f \\ \text{s. t.} & \hat{J}_1^* = 0, \hat{J}_2^* = 0, \hat{J}_3^* = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$\hat{J}_i^* (i=1, 2, 3)$ 为用响应面计算的三个学科优化值  $J_i^*$  的近似值.

4.3 优化过程及结果

采用均匀试验设计获取神经网络初始训练样本, 每个因素取 5 个水平, 根据  $f_i(x)$  表达式计算其实际响应(即期望值), 用上述方法建立的数据训练神经网络模块, 当神经网络收敛(响应面就生成了)之后, 系统层就对耦合变量进行协调. 它调用序列二次规划法求解式(10)所示的优化问题, 得到与学科层变量  $x_1, x_2, x_3$  相对应的目标值  $z_1^k, z_2^k, z_3^k(k$  为协调次数),  $\hat{J}_i^* (i=1, 2, 3)$  由学科的响应面直接提供, 不必重复调用子学科优化器求优化值  $\hat{J}_i^*$ . 整个优化问题的协调迭代过程与最优结果见表 1.

为了比较表 2 是采用本文算法、CO 算法、CSSO 算法计算该问题的优化结果及效率. 可以得出本文提出的基于 ANN 的 MDO 算法要优于前两种方法, 虽然 CO、CSSO 的优化解接近于本文算法, 但本文算法大大减少了系统层的协调次数, 节约了总优化时间, 协同寻优计算效率较高.

表 1 优化结果与过程  
Tab. 1 Optimization process and results

Subject	Variable	Iteration coordinate intermediate results				Optimal solution
		1	2	3	4	
$D_1$	$x_1$	3.56	3.51	3.5	3.5	3.5
	$x_2$	0.72	0.7	0.7	0.7	0.7
	$x_3$	28	24.3	22.7	17.103	17
	$x_4$	7.3	7.3	7.3	7.3	7.3
	$x_6$	3.335	3.340	3.342	3.349	3.349
$D_2$	$x_1$	3.61	3.53	3.5	3.5	3.5
	$x_2$	0.712	0.7	0.7	0.7	0.7
	$x_3$	25.6	22.4	17.256	17.004	17
	$x_5$	7.715	7.714 8	7.431	7.714 9	7.715
	$x_7$	5.286	5.285	5.286	5.286	5.286
$D_3$	$x_1$	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
	$x_2$	0.72	0.7	0.7	0.7	0.7
	$x_3$	17.01	17.001	17	17	17
System Layer	$z_1$	3.65	3.51	3.5	3.5	3.5
	$z_2$	0.712	0.7	0.7	0.7	0.7
	$z_3$	24.33	22.3	17.001	17.001	17

表 2 齿轮减速箱参数优化结果及效率  
Tab. 2 Optimization results and efficiency of gearbox

Optimization	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$f$	Coordination number	CPU times / (s · time <sup>-1</sup> )
CO	3.5	0.7	17	7.3	7.762	3.50	5.321	3 028.185 8	34	70
CSSO	3.5	0.7	17	7.3	7.786	3.350	5.304	3 007.050 6	15	200
ANN MDO	3.5	0.7	17	7.3	7.715	3.349	5.286	2 997.170 5	5	100

5 结 论

复杂机械系统的设计往往涉及相互依赖又相互制约多个学科,采用多学科综合优化设计显得尤为重要. 近似技术在优化计算和分析中得到了越来越多的研究和应用,前向神经网络因具有良好的函数逼近性用来构造响应面,本文提出了基于 BP 神经网络响应面技术的 MDO 算法,既能保证各个子学科的相对独立性,又能通过系统层协调子学科之间的冲突,保证得到整个系统的全局最优解,并且系统层通过神经网络响应面获取子学科信息,大大提高了求解效率.

参考文献 References

[ 1 ] GIESING Joseph P, BART HELEM Y Jean-Francois M. A Summary of Industry MDO Application and Needs [ C ] // AIAA Technical Report 1998.

[ 2 ] SOBIESKI J. Optimization by Decomposition: A Step from Hierarchic to Nonhierarchic System. Second NASA/ Air Force Symposium on Recent Advances in Multidisciplinary Analysis and Optimazation, NASA/ TM-101494, 1989.

[ 3 ] 杨俊芬, 顾 强, 苏明周. 基于增量动力分析和人工神经网络计算结构影响系数和位移放大系数 [ J ] . 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2010, 42(6): 815-822.

YANG Jun-fen, GU Qiang, SU Ming-zhou. Calculating R and Cd based on IDA and ANN[ J ] . J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.: Natural Science Edition, 2010, 42(6): 815-822.

[ 4 ] FRANCO S. Universal Approximation Using Feed-Forward Neural Networks: A Survey of Some Existing Methods and Some New Results. Neural Networks 1998.

[ 5 ] 陈柏鸿, 肖人彬, 刘继红, 等. 复杂产品协同优化设计中的耦合因素的研究 [ J ] . 机械工程学报, 2001, 37(1): 19-23.

CHEN Bai-hong, XIAO Ren-bin, LIU Ji-hong, et al. Research on the coupled factors in MDO for complex products[ J ] . Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(1): 19-23.

[ 6 ] 钟毅芳, 陈柏鸿, 等. 多学科综合优化设计原理与方法[ M ] . 武汉: 华中科技大学出版社, 2007.

ZHONG Yi-fang, CHEN Bai-hong, et al. Principles and methods of multidisciplinary design optimization[ M ] . Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press 2007.

[ 7 ] SIMPSON T W, PEPLINSKI J D, KOCH P N, et al. Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations[ J ] . Engineering with Computers, 2001.

Research and application of multidisciplinary design optimization based on artificial neural network response surface

ZHANG Jin-hua, YUAN Si-cong, ZHANG Xiao-zhong, GUO Hai-yan

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

**Abstract** On the basis of non-hierarchical multidisciplinary optimization algorithm, this paper proposed a new multidisciplinary design optimization based on the neural network response surface (ANN MDO), a two-level optimization architecture. That is to say, the sub-discipline level only meet the local constraints and the objective is to get smallest difference between local optimal solution and target program provided by system level. Meanwhile, the system level not only offers some coordinating mechanism to guarantee agreement of all discipline level optimal solution, but also obtains discipline level information by artificial neural network-based response surface approximation. Finally, a gearbox is adopted as an example to verify the efficiency of ANN MDO algorithm, which compare the collaborative optimization (CO) with concurrent subspace optimization (CSSO).

**Key words** artificial neural network; response surface; multidisciplinary design optimization; gearbox