

水平荷载作用下的框架支撑拓扑形态创构

姜宝石^{1,2}, 崔昌禹²

(1. 海南大学土木建筑工程学院, 海南 海口, 570228;

2. 哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨, 150090)

摘要: 为便于形态创构方法在工程设计中的应用, 有效改善框架结构的抗侧刚度, 本文提出一种“先增后减”的创构策略来寻找其合理的支撑分布. 在该创构策略中, 结构演化从简单结构开始, 可快速有效地寻找结构的高效传力路径. 同时还提出一种改进的构件效率指标用于表征水平荷载作用下的构件效率, 并在该创构策略中进行应用. 算例表明, 此效率指标和创构策略对寻找框架结构有效支撑效果良好.

关键词: 拓扑形态; 效率指标; 应变能敏感度; 框架

中图分类号: TU311

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2016)04-0510-06

The topological morphogenesis of frame structure under lateral load

JIANG Baoshi^{1,2}, CUI Changyu²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Hainan University, Haikou 570228, China;

2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: In order to facilitate the design application and seek a reasonable layout of the braces, an “elimination after addition” evolutionary strategy is put forward to improve the lateral stiffness of frame structures. In this new evolutionary strategy, which adds elements first, then removes them, the structure evolution starts from a simple structure to seek an efficient force transmission path more effectively. Meanwhile, an improved efficiency indicator is shown to characterize the component efficiency under reversible lateral loads and is applied in the evolutionary strategy. The numerical examples show that the efficiency indicators and the morphogenesis strategy for finding the effective layout of braces can produce good effect.

Key words: topology form; efficiency indicators; strain energy sensitivity; frame structure

框架结构中梁内力以弯曲为主, 柱内力以拉弯或压弯为主, 材料承载效率低, 而结构整体在水平荷载作用下表现为剪切变形, 抗侧刚度低变形大. 这些受力特性影响了框架结构的应用范围, 在高层建筑结构中表现得尤为突出. 目前有很多学者致力于改善框架结构的力学性能, 以扩展其应用范围. Liang 等^[1]采用应变能敏感度分析方法对连续体多层钢框架进行侧向支撑的拓扑形态创构, 方法中以移除单元为主要操作方式, 尚不能实现单元的增加. 胡云昌和王国庆^[2]以构件截面为设计变量, 通过单元级的满应力优化和结构级的满位移优化两级优化实现结构重量的最小化. Ohsaki^[3]介绍了日本桁架和框架结构的发展现状, 目前桁架、框架优化多以重量最小化为目标函数, 以节点和杆件截面面积为设计变量实现形状和拓扑优化, 但难以在实际工程中应用. Claus^[4]研究了基于依赖路径响

应的二维框架结构拓扑优化, 考虑了梁塑性铰影响下的结构重量最轻量化. Wang^[5]提出了以最大弯矩最小化为目标的框架结构形状优化方法. 黄冀卓和王湛^[6]采用遗传算法与基结构法相结合的方式对杆系结构进行形态创构, 该方法即适用于桁架结构也适用于框架结构, 但其设计变量是杆件截面面积且进化中需要对结构进行拓扑检查, 影响了方法的效率. Chan 和 Wong^[7]使用准则法与遗传算法的混合算法研究了高层钢框架的拓扑和单元尺寸优化设计, 形成了较有效的支撑构件分布. 隋允康等^[8]提出了框架结构的截面和形状两级优化算法, 在截面层以截面惯性矩为设计变量, 在应力和位移约束下追求结构重量最小化; 在节点层以节点坐标为设计变量, 在结构质量约束下追求结构最大位移的最小化, 优化过程中二者交替进行取得了较好的优化效果. 黄冀卓和王湛^[9-10]将遗传算法和渐进结构优化

收稿日期: 2015-11-02

修改稿日期: 2016-07-28

基金项目: 海南省科协青年科技英才学术创新计划项目 (201505); 海南省社会发展科技专项资金项目 (SF201446); 海南省自然科学基金项目 (20155214); 海南大学科研启动项目 (kyqd1402)

作者简介: 姜宝石 (1982-), 男, 博士, 讲师. 主要从事大跨度空间结构、结构形态学、结构优化理论等方面的研究. E-mail: lanbaoshi-hit@qq.com

算法相结合, 通过删除遗传算法中产生的无效单元, 加快了结构进化速度, 形成了求解连续型和离散型拓扑优化问题的复合拓扑优化算法, 并将其应用于有支撑钢框架结构的拓扑优化设计中. 其对水平荷载则采用对称的方式来解决. Stromberg 等^[11]同时使用梁单元和四面体单元实现了框架结构支撑优化, 取得了较好的效果. 胡兴国和程赫明^[12]对渐进结构优化算法进行改进, 周期性对结构周围的材料进行效率再评估, 并进行恢复, 使结构形式效果较渐进结构优化算法更好. 这些方法多以结构重量最小化为目标函数, 在以简单结构开始的设计时往往达不到预期目的, 而这导致优化设计时初始结构需要足够复杂, 这给设计带来不便. 此外, 对于水平荷载, 如风载, 并没有给出直接有效的解决方案.

为解决以上问题, 本文以应变能为目标函数, 以梁单元为设计变量, 以简单初始结构为进化起点, 提出了一种进化策略和改进的效率指标来表征水平荷载作用下的构件效率, 并以典型算例来说明该策略对框架拓扑优化的有效性和可行性.

1 形态创构方法的数学模型

结构形态创构问题可用以下数学模型来表述:

$$\begin{cases} C(P) \rightarrow \text{minimum} \\ S \subset \Omega_0 \\ \text{s.t. } \sigma_{\max} \leq \sigma_0 \\ \delta_{\max} \leq \delta_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: C 为结构的应变能; S 表示结构形状; Ω_0 为设计允许空间; σ_{\max} , δ_{\max} 分别表示最大应力和最大位移; σ_0 , δ_0 为允许应力和允许位移. P 表示设计变量, 为单元 (若无特殊说明, 文中单元均为梁单元, 节点均为刚接). 随着进化的进行, 结构刚度变得越来越大, 应力和位移约束往往不起作用, 该问题就变成了无约束优化问题.

笔者在文献[13]中介绍了一种杆系结构拓扑优化思想, 即以单元应变能敏感度作为衡量单元承受荷载效率的评价指标, 撤除结构中承载效率低的单元, 在承载效率高的单元附近增加单元以减轻内力较大单元的负担, 从而使结构内力分布趋于均匀, 提高结构刚度.

向结构添加较高效率的单元, 可以减少结构节点间的相对变形. 这与向结构中随意添加单元不同, 随意增加单元可能会引起较大的不利内力, 反

而使结构刚度下降. 算例表明在结构高效传力路径出现之前, 这种进化策略可保证结构向高效率的方向演化并使结构刚度总体趋于增加, 而在这之后结构刚度会停留在某一水平呈现微小的波动.

2 单元效率指标的推证

有限元基本方程和应变能的表达式, 如式(2)-(3)所示:

$$KU = F \quad (2)$$

$$C = \frac{1}{2} F^T U \quad (3)$$

式中: F 为整体坐标系中的荷载向量, U 为整体坐标系下结构的节点位移向量, K 为结构刚度矩阵.

令结构变化后的结构刚度矩阵为 \bar{K} , 则由 n 个单元构成的结构体的第 i 个单元被消除或者增加前后的结构刚度矩阵变化量为

$$\Delta K = \bar{K} - K \quad (4)$$

位移的变化量可以表达为 $\bar{U} = U + \Delta U$.

假定单元的消除或增加对荷载向量的影响忽略不计, 则

$$\bar{K}\bar{U} = KU \quad (5)$$

带入得到:

$$\begin{aligned} KU &= (K + \Delta K)(U + \Delta U) \\ &= KU + K\Delta U + \Delta KU + \Delta K\Delta U \end{aligned} \quad (6)$$

与其他项相比, $\Delta K\Delta U$ 是二阶小量, 可以假定 $\Delta K\Delta U \approx 0$. 因此, 得到节点位移变化量的表达式:

$$\Delta U = -K^{-1}\Delta KU \quad (7)$$

结构变化前后应变能变化量

$$\Delta C = \bar{C} - C = \frac{1}{2} F^T (\bar{U} - U) = \frac{1}{2} F^T \Delta U \quad (8)$$

于是, 推得结构应变能变化量

$$\Delta C = F^T (-K^{-1}\Delta KU)/2 = -U^T \Delta KU / 2 \quad (9)$$

当增加单元时, $\Delta K = [K^i]$; 当减少单元时, $\Delta K = -[K^i]$. $[K^i]$ 为单元 i 在整体坐标系下的单元刚度矩阵.

当结构只消除或者增加一个单元时, 结构的单元增减应变能敏感度 α 公式可以表达为

$$\alpha = \Delta C = -(\gamma/2) [u^i]^T [K^i] [u^i] \quad (10)$$

式中: $[u^i]$ 为单元 i 的节点在整体坐标系下的位移向量, 消除单元时 $\gamma = 1$, 增加单元时 $\gamma = -1$. 从上式可以看出, 此应变能敏感度公式和单元的应变能计算公式相同, 从而可以将单元应变能敏感度的物理意义可以看作单元杆端力在结构变化前的位移上所做的功, 即单元的应变能, 其值越小, 则表

明该单元在结构中的作用越低. 需要注意的是, 当增加单元时由于新单元是不存在于结构中的, 故此功为虚功. 尽管如此, 它反映了结构中节点相对变形的大小, 反映了结构的力学特性, 可以用作单元承载效率的评价指标.

3 寻找高效传力路径的进化策略

结构进化一般需要一个初始设计, 以结构重量最小化为优化目标的演化方式需要一个复杂初始结构才能达到目标. 这为方法的工程设计应用带来不便.

为解决这一问题, 提出一种新的进化策略: 即以较简单结构 (只包含基本的结构信息和建筑信息) 作为结构进化的初始设计, 在文献[13]的拓扑优化方式基础上, 通过在进化过程中调整文献[13]的式 (13) - (16) 的单元增减操作的经验系数的大小来改变增加阈值和消除阈值, 实现单独的单元增加和单元减少操作. 先增加单元, 使结构的高效传力路径出现并连续, 其标志是应变能随单元增加而趋于平缓, 这表明新增高效单元已对提高结构刚度作用较小; 此时再从新确定增加阈值和消除阈值, 消除结构中低效单元, 直至结构应变能因低效单元的消除而偏离当前的应变能水平为止, 并取前一迭代步为最终进化结果.

为方便起见, 把这种进化策略称为“先增后减策略”.

4 单元敏感度的修正

在第2节中所述效率指标只适用单一荷载作用时的形态创构, 对于水平荷载作用的框架结构则存在困难. 故提出水平荷载作用下的结构单元效率指标的修正.

如图1所示超静定框架, 单元1和单元2是完全对称的, 在右侧荷载P作用下单元1和单元2的应变能敏感度大小不等. 在单元增减时, 增加的是敏感度值大的单元, 进化后结构不再对称. 这样的单元增减操作在荷载作用下存在问题: 由于结构所受水平荷载来向改变: 图1所示水平荷载P可从左侧作用也可从右侧作用, 在该荷载作用下, 图1a)中的单元1和b)中的单元2对结构的贡献应相同; 但当只考虑一侧荷载进行单元增减, 得到的结构也只是在该方向水平荷载作用下的合理结构, 而在反方向水平荷载作用下该结构却是不合理结构甚至是薄弱结构. 解决方法是更新结构单元的效率评价

指标 α_i , 如式(11)所示, 令

$$\alpha_i = \max(\alpha_i^L, \alpha_i^R) \quad (11)$$

式中: α_i^L 是图1(a)所示荷载在左边作用时单元*i*的应变能敏感度, α_i^R 是图1(b)所示荷载在右边作用时单元*i*的应变能敏感度. 根据这个新评价指标按照下面的方法进行单元增减.

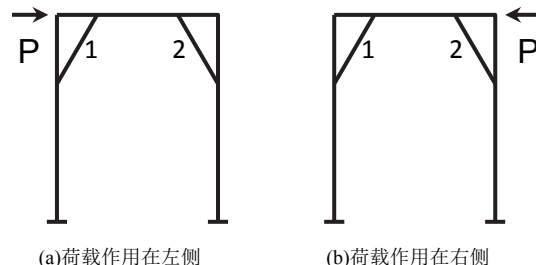


图1 左右作用荷载的框架结构

Fig.1 The frame structure with left or right load

5 框架拓扑增减操作的实现方法

方法实现程序流程如图2所示. 水平荷载作用下框架结构形态创构方法的基本步骤可归结为:

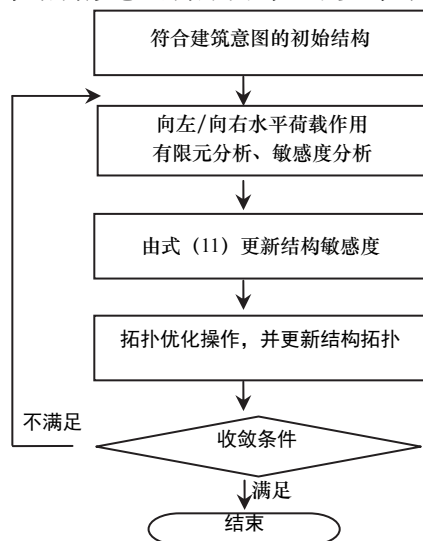


图2 方向可变水平荷载下框架拓扑创构流程

Fig.2 The topological morphogenesis flow of frame structure with left or right lateral load

- (1) 根据建筑空间条件、结构条件、视觉条件确定初始结构.
- (2) 用式(10)分别计算向左/向右的水平荷载下结构各单元应变能敏感度.
- (3) 用式(11)修正结构单元的效率指标.
- (4) 按第3节所述方式进行拓扑操作, 更新结构.
- (5) 采用先增后减策略重复(2)~(4)操作步骤, 直至满足设定的收敛条件, 收敛条件参见文献[13]中的式 (23) .

6 算例与方法特点

(1) 进化策略的验证

为验证该进化策略的有效性,对一集中荷载作用的简单桁架结构进行拓扑形态创构,此时效率指标不修正。

如图3所示,初始结构为 $120\text{ m} \times 20\text{ m}$ 的矩形框,节点布置如图中黑点所示。一集中荷载 $F=1\text{ kN}$ 作用在结构上部中点处,简支,结构单元采用梁单元。尺寸如图所示。其中 $l=20\text{ m}$, 弹性模量 $E=2.06 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$, 面惯性矩 $I=245\text{ cm}^4$ 。为避免过长杆件出现,进化过程中限制杆长 $\leq \sqrt{2}l$ 。

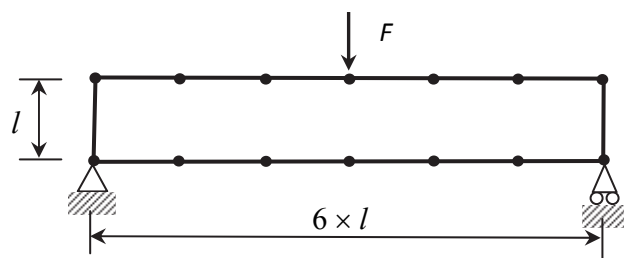


图3 初始结构及节点布置

Fig.3 The initial structure and nodal distribution

进化过程中保持材料参数和单元截面与已有单元一致。结构进化过程如图4所示, Step1~Step4 增加单元, Step5~Step7 撤除单元, 最终结果和均质化方法结果(图5)相近。这表明该进化策略有效。

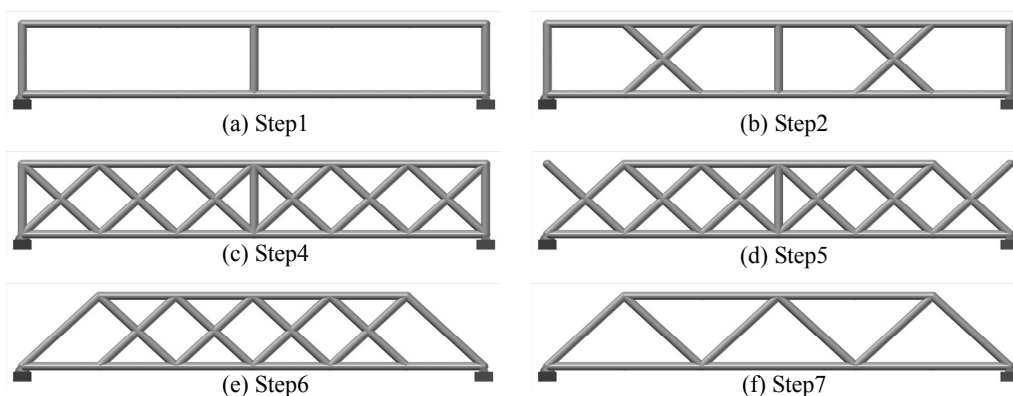


图4 进化过程中的结构形态

Fig.4 The structural shape in evolutionary process

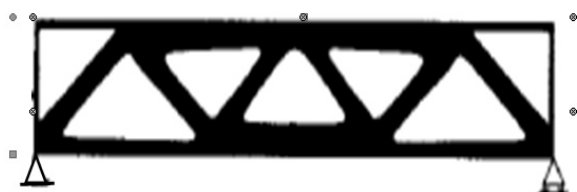


图5 均质化方法得到的结构

Fig.5 The structure by Homogenization method

图6为结构进化过程中应变能相对值变化。由曲线可以看出,结构单元增加使结构刚度增加,应变能迅速降低,到 Step4 时表明增加单元已不能使结构的刚度明显提高,应变能降低幅度也大大变小。从 Step5 开始去除低效单元,结构刚度略有降低,应变能增加幅度微小,继续减少结构单元,最终得到 Step7 的结构。此结构每个单元的应变能占结构总应变能的比重都比较大,不能继续消除单元。如果继续减少,即使只减少一根单元,也会使结构刚度急剧降低。

图7为结构进化中的最大轴力和最大弯矩变化。最大轴力总体呈现上升趋势,而最大弯矩则持

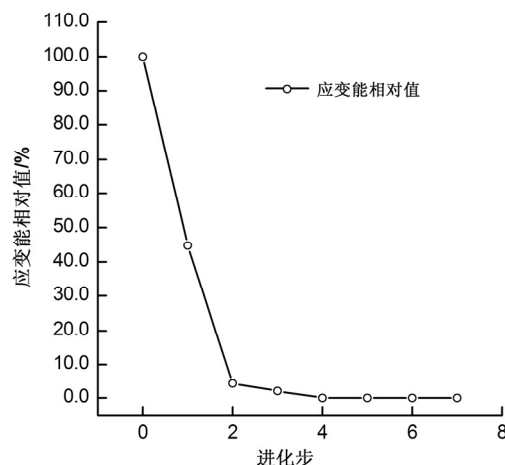


图6 进化过程中应变能相对值的变化

Fig.6 The change of strain energy

续下降, Step4 以后保持在一个很低的水平上。显然,结构内力在进化过程中都呈现改善趋势。

此算例表明这种创构策略可快速找到结构的高效传力路径,且初始结构单元数较少,只需满足

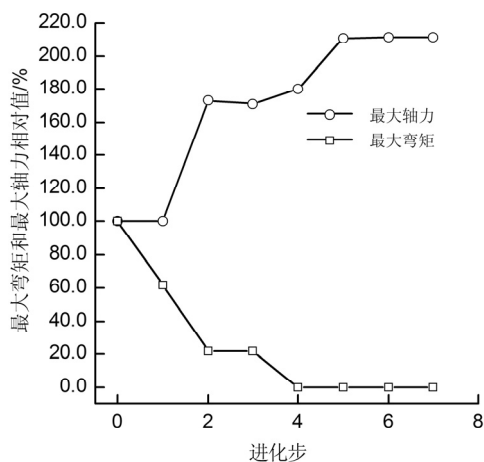


图7 最大轴力和最大弯矩相对值变化
Fig.7 The change of maximum axis force and bending moment

荷载和约束的基本条件即可，初始结构输入信息量很低，有利于提高设计效率。

(2) 水平荷载作用下效率指标的验证

在进行框架结构的形态创构时，初始形态与传统框架相同，进化过程中保持这些构件不变，通过寻求合理支撑布置来提高结构抗侧刚度。同时为便于实际工程应用，新增支撑构件必须限制在每层和每一跨内，而构件端点不能跨层交错连接。

为保证这一要求，算例中新增单元的长度进行了限制。

跨度6 m 层高4 m 的12层三跨平面框架结构，10 kN 水平集中荷载施加在每层楼板处。考虑到每层总水平剪力从上到下逐渐增加，在布置杆件截面

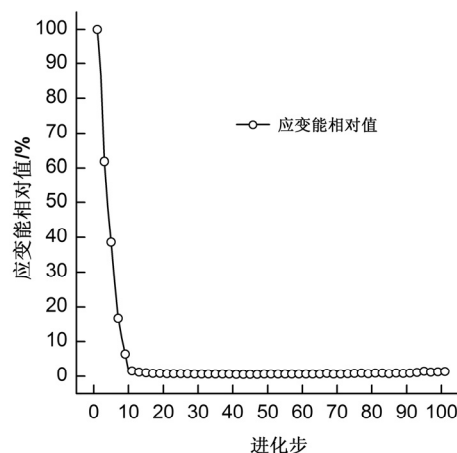


图9 应变能相对值变化
Fig.9 The change of strain energy

壁厚 t 依次为：(1) $D=219$ mm, $t=6$ mm；(2) $D=159$ mm, $t=4.5$ mm 和(3) $D=100$ mm, $t=4$ mm，弹性模量 $E=210$ GPa，泊松比 $\nu=0.3$ 。进化中初始结构构件保持不变，同时限制杆长大于4 m，且不大于5.0 m 以保证杆件只会在同层相近节点之间连接。单元增减敏感度用式(11)进行修正。构件自重按照外荷载加在节点荷载向量中，因外荷载远大于自重，自重对应变能敏感度的影响很小，可忽略不计。图8是结构进化过程，先向框架中增加杆件，待结构高效受力构件出现后(如 Step50 所示)，控制操作参数，消除低效杆件（此时的操作是增加与减少杆件同时进行的，只是减少的杆件数量要多于增加的杆件数量），最终结构形式如图 Step102 所示。此结构每层最多布置两个杆件，杆件之间形成了连续的侧向

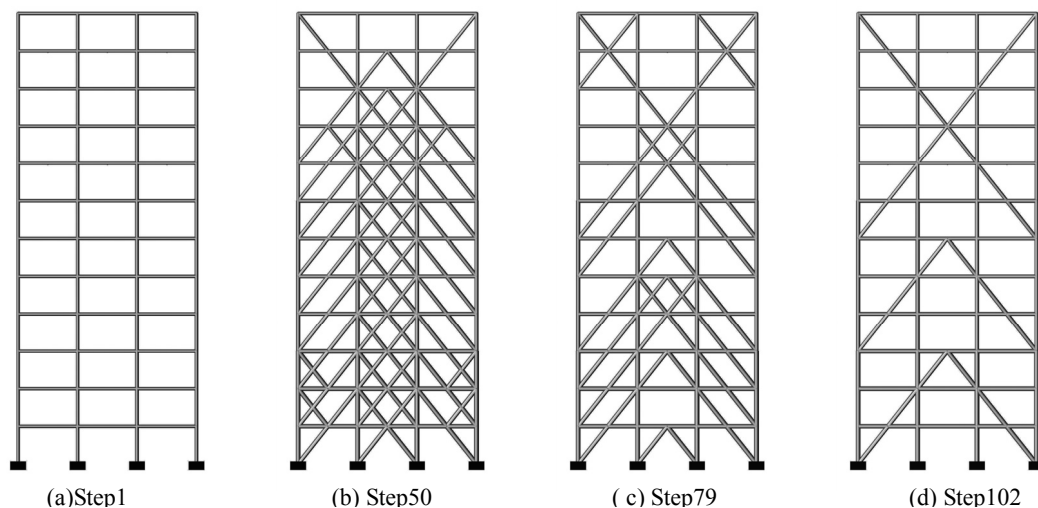


图8 框架结构的拓扑创构过程
Fig.8 The topological morphogenesis of the frame structure

时将整体结构分为三部分：最下部三层、最上部五层以及中间四层，每部分选用的截面从下到上逐步增大。杆件为圆钢管，从下到上的截面直径 D 和

支撑，可有效传递侧向荷载。

图9是结构应变能变化情况，结构在 Step10 之后，应变能保持在一个较低水平，为初始结构的

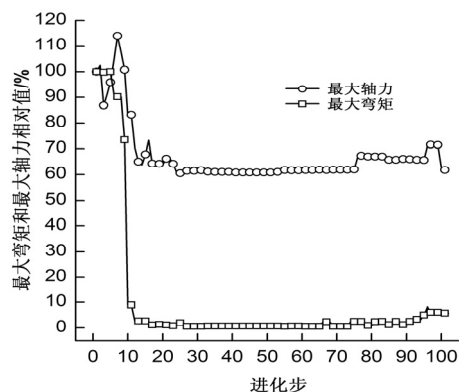


图 10 最大弯矩和最大轴力变化

Fig.10 The change of maximum inner force

1.5%左右。可以看到 Step50 和 Step102 的应变能几乎差不多,但从图 8 可知杆件数量却相差很多。这充分说明,结构刚度的增加不是简单的增加杆件即可,而是要按照结构高效传力路径布置杆件。

图 10 是结构的最大弯矩和最大轴力变化情况。最终结构的最大轴力较初始结构有较大降低,

约为初始结构的 60.0%。而最大弯矩则降低为初始结构的 5.8%。Step102 所示的最终结构的最大水平位移是 3.45 cm,为初始结构最大水平位移的 1.8%,结构刚度提高显著。

图 11 表示同样形式的框架结构在水平集中荷载作用下的另一拓扑进化过程,区别是初始结构所有杆件截面都一样,选用直径 $D=100$ mm,壁厚 $t=4$ mm 的圆钢管,操作策略同前。可以看到不同的结构杆件截面设置,得到的传力路径不同,结构形式也不同。Step111 的最终结构中下部每层设置四根斜支撑,其最大水平位移是 1.61 cm,为初始结构最大水平位移的 1.0%。本节形态创构的基本方式都是先增加杆件使得高效受力构件出现在结构中,再减少杆件,将低效杆件从结构中移除。这种思路具有普适性,亦可用于其它形式结构的形态创构以获得高刚度的高效结构。

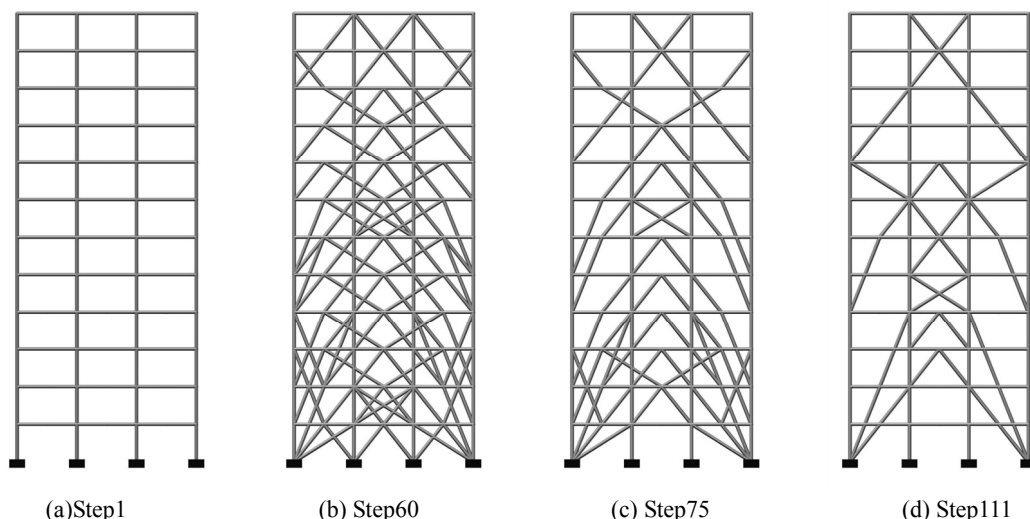


图 11 框架结构的拓扑创构过程

Fig.11 The topological morphogenesis of the frame structure

7 结论

在以往研究的基础上,针对水平荷载下的框架结构拓扑创构问题,提出了改进的构件效率指标和创构策略,通过算例说明了方法的有效性。主要得到以下结论:

(1) 改进的效率指标对寻找水平荷载作用下框架结构的有效支撑有效,所得结构支撑分布连续简洁,抗侧刚度大。文中所得结构形式也可作为格构式结构墙作设计参考。

(2) 本文寻找高效传力路径的“先增后减”策略具有普遍性,可在其他结构形态创构中得到推广。同时以简单初始结构为进化起点的方式也为拓

扑优化设计的工程应用提供方便。

最后需要指出的是,从方法原理可知,该方法可用于非对称结构的拓扑形态创构。此外,本文方法如果结合节点位置调整,可预期获得更佳效果,将在后续研究中展开详尽的探讨。

参考文献 References

- [1] LIANG Q Q, XIE Y M, STEVEN G P. Optimal topology design of bracing systems for multistory steel frames [J]. Journal of structural engineering-ASCE, 2000, 126(7):823-829.
- [2] 胡云昌, 王国庆. 基于两级优化-进化算法的结构优化设计研究[J]. 天津大学学报, 2002, 35(1):63-67.