

复变函数法计算圆形盾构隧道周边土体位移

朱艳峰¹, 张雪松¹, 王和平²

(1. 广州番禺职业技术学院 建筑工程学院, 广东 广州 511483; 2. 广东工业大学 土木与交通工程学院, 广东 广州 510006)

摘要: 盾构隧道开挖引起隧道周围土体应力及位移的改变, 是工程界长期关注的重要课题。将半无限空间弹性单圆孔洞问题, 映射为复平面上定值圆环问题, 并利用隧道孔洞边界土体与衬砌之间空间位置及协调变形关系, 给出了圆形盾构隧道周边土体位移的复变函数解, 采用 Matlab 软件实现算法。结果表明: 复变函数解析法计算得到的隧道地表沉降曲线与实测曲线较一致; 隧道埋置深度、隧道半径、土体泊松比对土体变形影响较大; 土体模量、衬砌模量、衬砌泊松比对土体变形计算结果影响微小。

关键词: 盾构隧道; 复变函数; 协调变形; 径向位移; 地表沉降量

中图分类号: TU45

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2020)03-0335-08

Calculation of settlement of soil around circular shield tunnel by complex variable method

ZHU Yanfeng¹, ZHANG Xuesong¹, WANG Heping²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guangzhou Panyu Polytechnic, Guangzhou 511483, China;

2. Faculty of Civil and Transportation Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The changes of stresses and displacements of soil around tunnel by shield excavation are important topics. The elastic half plane with a circular hole was mapped conformably on the complex plane, and considering the relative position and coordination deformation between soil and liner, a complex variable solution for displacement of soil around circular shield tunnel is proposed. The MATLAB software is used for this program. Results indicate that the settlement curve of ground surface calculated by complex variable is in good agreement with that measured in site. The depth, the radius of tunnel and soil Poisson ratio have a great influence on the soil settlement, and the soil modular, the liner modular and liner Poisson ratio have a small influence on calculations.

Key words: shield tunnel; complex variable; coordination deformation; radial displacement; settlement of ground surface

地铁的建设在大中城市越来越普遍, 施工过程中隧道开挖对周围环境影响很大。目前, 主要有 3 种方法计算圆形盾构隧道周围土体的变形: 经验法、理论计算和数值模拟。而在理论计算方面主要有双击坐标法、镜像法、复变函数法和 Airy 应力函数法。

复变函数求解隧道问题的优点为, 能够把半无限空间映射为定值圆环, 而不会影响解析函数求解, 并且无穷远端也被映射到圆弧上一点, 通过位移差, 可以保证无穷远端位移为零。Verruijt^[1-2]应用复变函数分别推导出了隧道孔洞周围在均布径向位移和应力条件下的解析解。王立忠^[3]、童磊^[4]、张治国^[5]均利用 Park^[6]或相似的经验边界椭圆化变形形式完成了隧道土体变形复变函数

求解。由于经验边界变形形式的引入, 使得解析解变得有针对性。

本文在前人研究基础上, 利用隧道边界土体和位移协调关系及混凝土衬砌相对空间位置, 建立位移函数关系, 进一步求出圆形盾构隧道周围土体变形复变函数解, 最后采用 Matlab 软件实现算法。

1 隧道位移函数

1.1 基本假设

为了满足平面应变要求, 假定隧道在轴线上无限长; 土体为半无限空间弹性体; 土体和衬砌相互作用, 满足协调变形条件, 但二者之间无摩擦力^[7]; 不考虑渗流对变形的影响, 假设盾构过程中不排水。半空间单圆孔隧道平面简图如图 1 所

收稿日期: 2018-00-00

修改稿日期: 2019-00-00

基金项目: 广东省教育厅科研平台和科研基金资助项目(2017GKTSCX046, 2018GkQNCX063);

第一作者: 朱艳峰(1968—), 女, 博士, 副教授, 主要从事材料的力学性能, 结构力学, 岩土工程方面的研究, E-mail: 1969789047@qq.com

通信作者: 张雪松(1986—)男, 硕士生, 讲师, 主要从事岩土工程方面的研究, E-mail: Zhangxs@gzyp.edu.cn

示,采用复数直角坐标系表示, h 为隧道中心埋置深度, r_0 为隧道半径, A 为坐标原点, B 为无穷远端, C 为隧道顶, D 为隧道底, R 区域为隧道孔洞外区域。

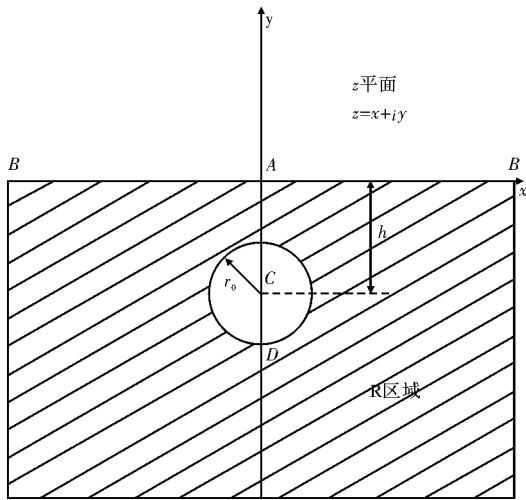


图1 单孔半无限空间

Fig. 1 The half plane with a circular cavity

1.2 位移函数

根据 Muskhelishvili^[8]平面问题复变函数解法,可以用 R 区域内的解析函数 $\varphi(z)$ 和 $\psi(z)$ 来表示土体应力和位移分量。应力公式如下

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(\bar{z})}] \quad (1)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z} \cdot \varphi''(z) + \psi'(z)] \quad (2)$$

位移公式如下:

$$2G(U_x + iU_y) = \kappa \cdot \varphi(z) - z \cdot \overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} \quad (3)$$

$$U_x = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\kappa}{2G} \varphi(z) - \frac{1}{2G} [z \cdot \overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)}] \right\} \quad (4)$$

$$U_y = \operatorname{Im} \left\{ \frac{\kappa}{2G} \varphi(z) - \frac{1}{2G} [z \cdot \overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)}] \right\} \quad (5)$$

式中, G 为土体剪切模量, $G = E/2(1+\nu)$, E 为土体弹性模量, ν 为土体泊松比; U_x 为土体水平位移, U_y 为土体竖向位移;参数 $\kappa = 3 - 4\nu$ 。

在 z 平面,地表 $z = \bar{z}$ 处,土体应力为零;在圆形隧道孔洞 $|z + ih| = r_0$ 处有已知变形,则有:

$$z = \bar{z}: \varphi(z) + z \cdot \overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)} = 0 \quad (6)$$

$$|z + ih| = r_0: 2G(U_x + iU_y) = \kappa \cdot \varphi(z) - z \cdot \overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} \quad (7)$$

2 复变函数理论

2.1 共形映射

通过 Mobius 共形映射公式变换, z 平面半无限空间中单孔圆形隧道可以转换为 ζ 平面中定直径圆

环,图2为映射后区域。共形映射表达式为

$$z = \omega(\zeta) = -ih \frac{1 - \alpha^2}{1 + \alpha^2} \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \quad (8)$$

式中, $\alpha = (h - \sqrt{h^2 - r_0^2})/r_0$, $\omega(\zeta)$ 为解析函数。

R 区域中孔洞边界 $|z + ih| = r_0$,地表 $z = \bar{z}$,点 A, B, C, D 分别映射到 r 区域中的 $|\zeta| = \alpha$, $|\zeta| = 1$,点 A', B', C', D' 。

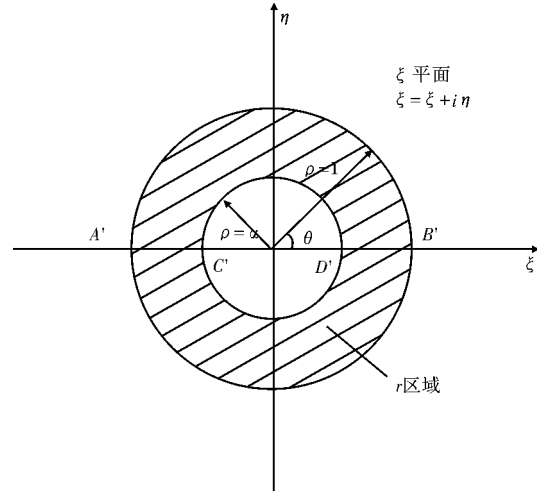


图2 Mobius 共形映射区域

Fig. 2 Plane of Mobius conformal transformation

2.2 Laurent 级数展开

$\varphi(z)$ 和 $\psi(z)$ 在 R 区域内是解析函数,根据复变函数理论中解析函数定理, $\varphi(\zeta)$ 和 $\psi(\zeta)$ 在 r 区域内也是解析函数。 $\varphi(\zeta)$ 和 $\psi(\zeta)$ 的 Laurent 双边幂级数展开形式为

$$\varphi(z) = \varphi(\omega(\zeta)) = \varphi(\zeta) \quad (9)$$

$$= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \zeta^k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \zeta^{-k}$$

$$\psi(z) = \psi(\omega(\zeta)) = \psi(\zeta) \quad (10)$$

$$= c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \zeta^k + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \zeta^{-k}$$

式中, $a_0, a_k, b_k, c_0, c_k, d_k$ 可由后文位移函数确定。

式(3)中 $z \cdot \overline{\varphi'(z)} = \omega(\zeta) \cdot \overline{\varphi'(\zeta)}/\overline{\omega'(\zeta)}$, ζ 用极坐标表示为 $\zeta = \rho e^{i\theta}$, ρ 为 ζ 平面半径, $\sigma = \exp(i\theta)$,则有

$$\frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} = -\frac{1}{2} \frac{(1 + \rho)(\sigma - \rho)^2}{\sigma^2(1 - \rho)} \quad (11)$$

2.3 确定级数系数

地表应力边界条件,即式(6)改写为

$$|\zeta| = 1: \varphi(\zeta) + \omega(\zeta) \frac{\overline{\varphi'(\zeta)}}{\overline{\omega'(\zeta)}} + \overline{\psi(\zeta)} = 0 \quad (12)$$

将式(9)~(11)带入上面式(12),得到

$$c_0 = -\overline{a_0} - \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{2}b_1 \quad (13)$$

$$c_k = -\overline{b_k} - \frac{1}{2}(k-1)a_{k-1} - \frac{1}{2}(k+1)a_{k+1},$$

$$k = 1, 2, 3 \dots \quad (14)$$

$$d_k = -\overline{a_k} - \frac{1}{2}(k-1)b_{k-1} - \frac{1}{2}(k+1)b_{k+1},$$

$$k = 1, 2, 3 \dots \quad (15)$$

隧道洞口位移边界条件, 即式(7)改写为

$$|\zeta| = \alpha: \left| \kappa \cdot \varphi(\zeta) - \omega(\zeta) \frac{\overline{\varphi'(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)} \right| \Big|_{\zeta=\alpha\sigma}$$

$$= 2G(U_x + iU_y) = f(\zeta) = f(\alpha\sigma) \quad (16)$$

令 $f^*(\alpha\sigma) = (-\alpha\sigma) \cdot f(\alpha\sigma) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \sigma^k$, 将式

(9)~(11)和式(13)~(15)带入式(16)中, 得

$$(1 - \alpha^2)(k+1) \overline{a_{k+1}} - \alpha^2(\kappa \cdot \alpha^{-2k-2} + 1)b_{k+1} =$$

$$(1 - \alpha^2)k \overline{a_k} - (\kappa \cdot \alpha^{-2k} + 1)b_k + A_{-k} \alpha^{-k},$$

$$k = 1, 2, 3 \dots \quad (17)$$

$$(\kappa \cdot \alpha^{2k+2} + 1) \overline{a_{k+1}} + (1 - \alpha^2)(k+1)b_{k+1} =$$

$$\alpha^2(\kappa \cdot \alpha^{2k} + \alpha^2) \overline{a_k} + (1 - \alpha^2)kb_k + \overline{A_{k+1}} \alpha^{k+1},$$

$$k = 1, 2, 3 \dots \quad (18)$$

$$(1 - \alpha^2) \overline{a_1} - \alpha^2(\kappa \cdot \alpha^{-2} + 1)b_1$$

$$= A_0 - (\kappa + 1)a_0 \quad (19)$$

$$(\kappa \cdot \alpha^2 + 1) \overline{a_1} + (1 - \alpha^2)b_1$$

$$= \overline{A_1} \alpha + \alpha^2(\kappa + 1) \overline{a_0} \quad (20)$$

3 隧道土体变形复变函数解

3.1 隧道土体变形计算模型

盾构隧道开挖面与衬砌之间存在间隙, 为反映隧道开挖推进过程和隧道施工造成的地层损失, Lee^[9]提出了间隙参数 g , 其表达式为

$$g = G_p + U_{3D}^* + \omega \quad (21)$$

式中, G_p 为物理空隙 为物理空隙 为物理空隙 为物理空隙, $G_p = 2\Delta + \delta$, Δ 为盾构机盾尾厚度, δ 为拼装衬砌所需的最小空间; U_{3D}^* 为开挖面推进引起的等效 3 维径向位移; ω 为与施工质量有关的参数。

Loganathan^[10]等研究发现, 圆形隧道地层变形呈椭圆化变形, 由此得出地层损失率经验公式; Sagaseta^[11]提出隧道边界最终变形由造成地层损失的洞口径向均匀收缩、隧道面竖向沉降以及不引起体积变化的衬砌椭圆化变形组成; Park^[6]根据工程经验提出的 BC-3 和 BC-4 椭圆化边界变形形式较符合实际; 王立忠^[3]、童磊^[4]、张治国^[5]等采用 Park^[6]或相似的经验变形形式作为边界条件来推导解析解, 在一定程度上小弱了解析解的优势。

本文根据混凝土衬砌与隧道孔洞土体相对位置以及位移协调关系, 建立函数关系, 完成求解。

衬砌与隧道孔洞空间位置如图 3 所示, 实线表示未变形前衬砌和孔洞空间位置, 虚线所示的椭圆形为变形后土体与衬砌边界线。

二者位移关系采用极坐标表示为

$$U_r \Big|_{r=r_0} - U_r^s \Big|_{r=r_0} = -u_0(1 + \sin\theta') \quad (21)$$

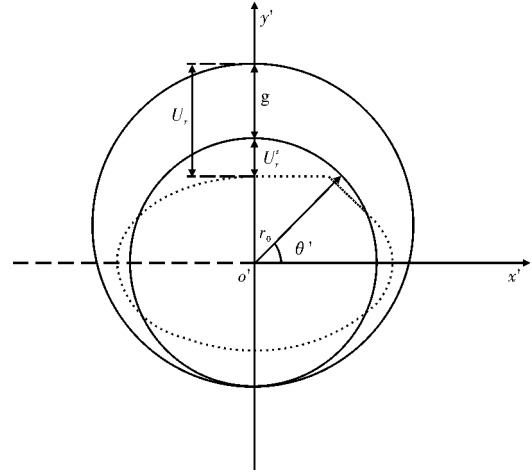


图 3 隧道土体变形计算模型

Fig. 3 Deformation modes of tunnel cavity

式中, U_r 表示土体以为 o' 中心的径向位移; U_r^s 表示混凝土衬砌以 o' 为中心的径向位移; r_0 为隧道半径; u_0 为隧道与衬砌半径差, $u_0 = g/2$ 。

根据 Flügge^[12]衬砌位移-应力关系(满足假设衬砌厚度远小于隧道半径), 得

$$\frac{d^2 U_{\theta}^s}{d\theta'^2} + \frac{dU_r^s}{d\theta'} = -\frac{C(1-\nu_s^2)}{E} r_0 \tau_{r\theta}^s \quad (22)$$

$$\frac{dU_{\theta}^s}{d\theta'} + U_r^s + \frac{C}{F} \left(\frac{d^4 U_r^s}{d\theta'^4} + 2 \frac{d^2 U_r^s}{d\theta'^2} + U_r^s \right) =$$

$$\frac{C(1-\nu_s^2)}{E} r_0 \sigma_r^s \quad (23)$$

式中, U_{θ}^s 表示为衬砌环向位移; U_r^s 表示为衬砌径向位移; σ_r^s 表示为衬砌径向应力; $\tau_{r\theta}^s$ 表示为衬砌切向应力; C 表示衬砌的压缩比; F 表示衬砌的柔性比。

$$C = \frac{Er_0(1-\nu_s^2)}{E_s A_s (1-\nu^2)} \quad (24)$$

$$F = \frac{Er_0^3(1-\nu_s^2)}{E_s I_s (1-\nu^2)} \quad (25)$$

式中: E_s 为衬砌的弹性模量; ν_s 为砌体的泊松比; A_s 为每延米衬砌圆环的截面面积; I_s 为每延米衬砌圆环对圆心的惯性矩。

根据土体与衬砌之间无摩擦的假定可知二者接触面上的应力关系为

$$\sigma_r|_{r=r_0} = \sigma_r^s|_{r=r_0} \quad (26)$$

$$\tau_{r\theta'}|_{r=r_0} = \tau_{r\theta'}^s|_{r=r_0} = 0 \quad (27)$$

式中, σ_r 表示为土体的径向应力; $\tau_{r\theta'}$ 表示为土体的切应力; σ_r^s 表示为衬砌的径向应力; $\tau_{r\theta'}^s$ 表示为衬砌的切应力。

当 $r = r_0$ 时, 由式(21)~(23)、(26)和式(27)可得

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 U_r}{d\theta'^4} + 2 \frac{d^2 U_r}{d\theta'^2} + U_r = \\ & (1 + \frac{F}{C})[-u_0(1 + \sin\theta')] + \frac{F(1 - \nu^2)}{E} r_0 \sigma_r \end{aligned} \quad (28)$$

求解式(28)微分方程并取特解

$$U_r = (1 + \frac{F}{C})[-u_0(1 + \sin\theta')] + \frac{F(1 - \nu^2)}{E} r_0 \sigma_r \quad (29)$$

式中, σ_r 为衬砌与土体接触面上衬砌对土体的应力, 浅埋隧道 $\sigma_r = \gamma(h - r_0 \sin\theta')$, γ 为土体重度, 令 $m = 1 + F/C$ 和 $n = Fr_0(1 - \nu^2)/E$, 最终得

$$U_r|_{r=r_0} = m[-u_0(1 + \sin\theta')] + n\gamma(h - r_0 \sin\theta') \quad (30)$$

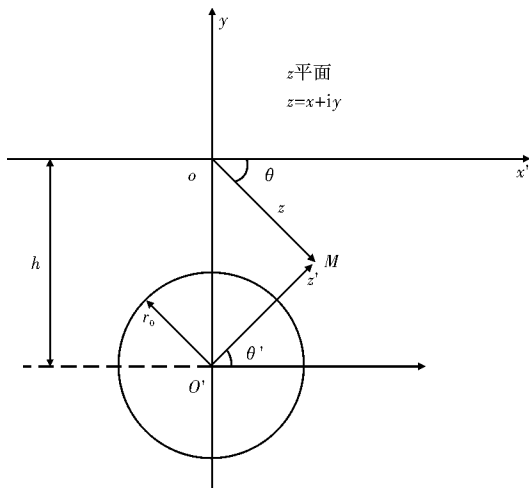


图4 极坐标转换

Fig. 4 Transformation of polar coordinate

3.2 复变函数解

因为上述 $x'o'y$ 坐标系与复变函数建立的 xoy 坐标系不同所以对隧道周边的位移条件变换成如图4所示的形式. 二者之间的关系为

$$z = z' - ih \quad (31)$$

隧道周围土体中任一点 M , 在 xoy 和 $x'o'y$ 坐标点位分别表示为 z_c 和 z'_c , 可以建立如下关系:

$$\begin{cases} \sin\theta' = (z'_c - \overline{z'_c})/(2ir_0) \\ \cos\theta' = (z'_c + \overline{z'_c})/(2r_0) \end{cases} \quad (32)$$

$$z_c = \omega(\alpha\sigma) = -ih \frac{1 - \alpha^2}{1 + \alpha^2} \frac{1 + \alpha\sigma}{1 - \alpha\sigma} \quad (33)$$

由式(31)~(33)可得到

$$\sin\theta' = \frac{1 + \alpha^2}{2\alpha} - \frac{(1 - \alpha^2)^2}{2\alpha} \frac{1}{(1 - \alpha\sigma)(1 - \alpha\sigma^{-1})} \quad (34)$$

$$\cos\theta' = \frac{i(1 - \alpha^2)}{2\alpha} \frac{\sigma^{-1} - \sigma}{(1 - \alpha\sigma)(1 - \alpha\sigma^{-1})} \quad (35)$$

将式(30)转化到 z 平面上, 得到

$$\begin{aligned} U|_{|z+ih|=r_0} = & -mu_0(1 + \frac{z_c - \overline{z_c} + 2ih}{2ir_0}) \frac{z_c + ih}{r_0} + \\ & n\gamma(h - r_0 \frac{z_c - \overline{z_c} + 2ih}{2ir_0}) \frac{z_c + ih}{r_0} \end{aligned} \quad (36)$$

将式(36)转化到 ζ 平面上, 得到

$$\begin{aligned} U|_{\rho=a} = & -\{1 + [\frac{1 + \alpha^2}{2\alpha} - \frac{(1 - \alpha^2)^2}{2\alpha} \frac{1}{(1 - \alpha\sigma)(1 - \alpha\sigma^{-1})}]\} \cdot \\ & i \cdot \frac{\alpha - \sigma}{1 - \alpha\sigma} \cdot mu_0 + nr_0 \gamma \cdot \\ & \frac{(1 - \alpha^2)^2}{2\alpha} \frac{1}{(1 - \alpha\sigma)(1 - \alpha\sigma^{-1})} \cdot i \cdot \frac{\alpha - \sigma}{1 - \alpha\sigma} \end{aligned} \quad (37)$$

将式(37)代入式(16), 得到

$$\begin{aligned} f^*(\alpha\sigma) = & (-\alpha\sigma) \cdot f(\alpha\sigma) = 2(1 - \alpha\sigma) Gu|_{\rho=a} \\ = & A_0 + A_1\sigma + \sum_{k=2}^{\infty} A_k\sigma^k + \sum_{k=1}^{\infty} A_{-k}\sigma^{-k} \end{aligned} \quad (38)$$

则上面各系数为

$$A_0 = -(1 + \alpha)^2 mGu_0 i \quad (39a)$$

$$A_1 = (2 + 3\alpha - \alpha^3) mGu_0 i + (2\alpha - \alpha^3 - 1/\alpha) nr_0 \gamma Gi \quad (39b)$$

$$A_k = -(1 - \alpha^2)^2 \alpha^{k-2} (mu_0 - nr_0 \gamma) Gi \quad (39c)$$

$$A_{-k} = 0 \quad (39d)$$

3.3 算法实现程序

本文采用 Matlab 软件实现解析函数求解过程, 最终完成隧道周围土体变形计算. 编制的运算程序包括 9 个参数, 分别为隧道埋置深度、隧道半径、衬砌内半径、空隙参数、土体弹性模量、土体泊松比、衬砌弹性模量、衬砌泊松比和土体重度^[13].

根据式(39)及 $\alpha = (h - \sqrt{h^2 - r_0^2})/r_0 < 1$ 可以推断, k 趋向无穷时, A_k 和 A_{-k} 趋向 0. 求解步骤如下, 程序流程图如图 5 所示:

(1) 假定初始 a_0 为任意某一虚数, 带入公式, 求得 a_k, b_k ;

(2) 由于对称性, 当 k 循环到一定次数时, $\overline{a_{k+1}} = -b_k$ 也趋向一固定值 C , 将 C 与 a_0 相加之和作为新的 a_0 重新带入公式计算. 由于解析函数 $\varphi(z)$ 和 $\psi(z)$ 是收敛级数, $\lim_{k \rightarrow \infty} \overline{a_{k+1}} = -\lim_{k \rightarrow \infty} b_k = 0$, 经过若

干次迭代后, C 趋向 0 (本文控制精度为 $C \leq 10^{-8}$), 可以求得初始 a_0 , 及 a_k, b_k ;

(3) 将 a_0, a_k, b_k 带入公式, 求得 c_k, d_k , 即求出解析函数 $\varphi(\zeta)$ 和 $\psi(\zeta)$, 根据 z 与 ζ 关系, 确定解析函数 $\varphi(z)$ 和 $\psi(z)$;

(4) 根据位移公式, 确定其实部和虚部数值, 即为土体的水平位移和竖向位移 (在计算时需注意, 各点位移需减去无穷远处位移, 才与无穷远端位移为零的设定相符合)。

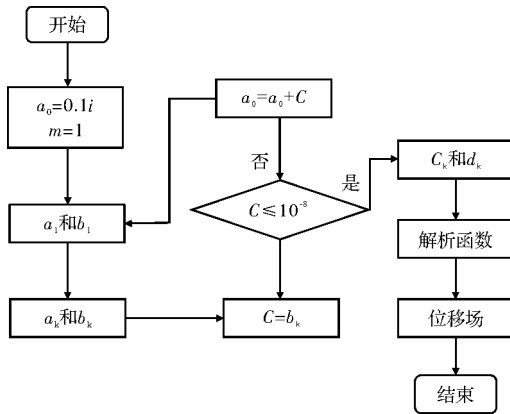


图5 程序流程图

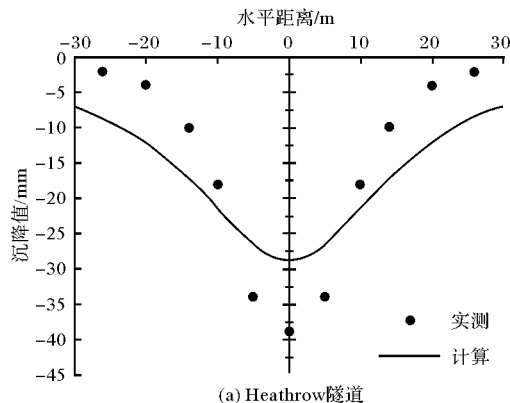
Fig. 5 Flow chart of program

4 计算结果分析

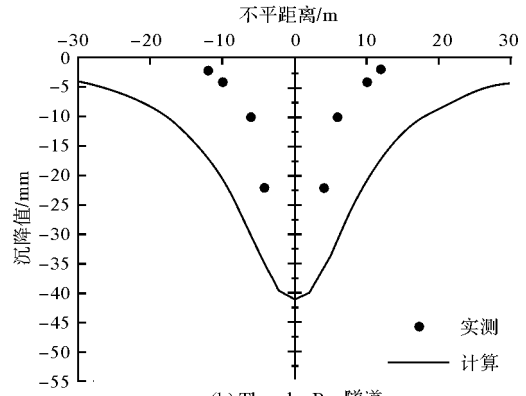
4.1 计算结果与实测数据对比

应用 Matlab 复变函数解程序计算 Loganathan^[10] 文章中的 Heathrow 隧道、Thunder Bay 隧道、Green Park 隧道、Barcelona 隧道和 Bangkok 下水道地表沉降量, 并将计算结果与各隧道实测地表沉降量对比. 5 条隧道的工程参数如表 3 所示, 其它参数 $E = E_u$, $\nu = 0.2$, $E_s = 25\ 000\ \text{MPa}$, $\nu_s = 0.2$.

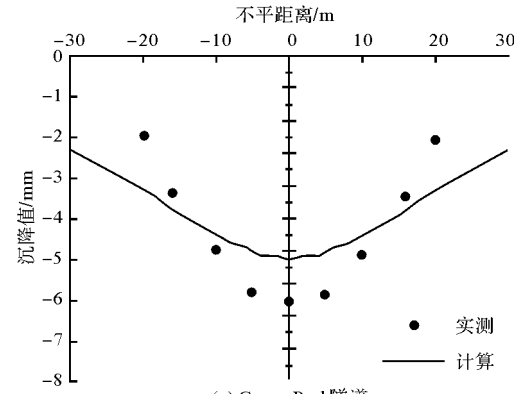
隧道地表沉降量理论计算值与实测数据对比结果如图 6 所示, x 轴和 y 轴分别表示地表水平距离(m)和沉降值(mm). 从图中可以看出, 采用本文复变函数方法计算所得沉降量曲线与实测数据分布一致, 符合 Peck 正态曲线特征. 在隧道中心



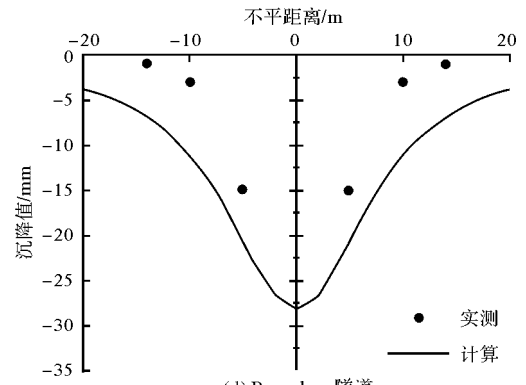
(a) Heathrow隧道



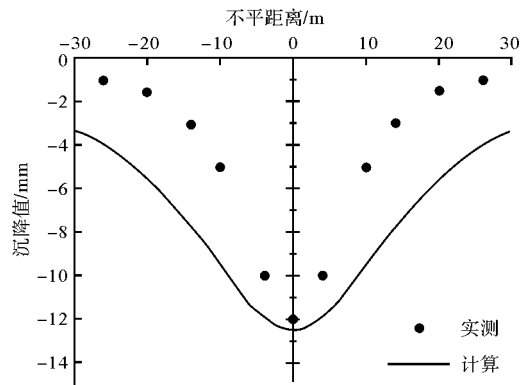
(b) Thunder Bay隧道



(c) Green Park隧道



(d) Barcelona隧道



(e) Bangkok隧道

图6 各隧道地表沉降量对比

Fig. 6 Comparison of ground surface settlements of tunnels

线附近沉降量最大, 随着水平距离增大, 沉降量快速减小. 同时发现, 理论沉降量和实测沉降量存在一定偏差, 理论沉槽宽度比实测宽度略大, 需要进一步研究.

4.2 隧道地表沉降量影响因素分析

在应用复变函数求解隧道周围土体变形理论中,涉及到较多参数,而每个参数对最终结果的影响程度需要进行对比研究,在今后的隧道设计中重视这些参数的选取.通过理论公式对理论公式研究,土体弹性模量、衬砌弹性模量、衬砌泊

松比等参数对土体变形影响较小.因此,本文假定了 7 种情况,后 6 种情况相较第 1 种情况分别改变一个参数数值,如表 2 所示.形成 3 组对比,分别就隧道埋置深度、隧道半径、土体泊松比和土体模量对地表沉降量的影响程度进行讨论. $E_s = 25\ 000\ \text{MPa}$, $\nu_s = 0.2$. 计算结果如图 7 所示.

表 1 隧道工程参数
Tab. 1 Parameters of tunnels

隧道名称	土质	隧道埋深 h/m	隧道半径 r_0/m	土体模量 E_u/MPa	土体重度 $\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	间隙参数 g/m	衬砌厚度 t/m
Heathrow 隧道	0~2 m 回填土, 2~4 m 砾石, >伦敦硬黏土	19	4.25	35	19	0.058	0.3
Thunder Bay 隧道	0~8 m 粉砂, 8~13 m 软到硬黏土, 13-25 硬黏土	10.7	1.235	10	18	0.164	0.1
GreenPark 隧道	0~2 m 砂砾石, >2 m 硬裂隙黏土	29.4	2.07	40	19	0.034	0.1
Barcelona 隧道	夹砾石红和棕黏土	10	4	25	18	0.031	0.3
Bangkok 下水道	0~12 m 软黏土, 12~25 m 硬黏土, 25~35 砂土	18.5	1.33	20	17	0.081	0.1

隧道埋置深度:在土质等其它参数相同情况下,隧道埋置深度越小,沉降曲线越陡,地表沉降量越大,沉槽宽度越窄.在隧道中心线附近,地表沉降量受隧道埋置深度影响较大,而远端则影响不明显.埋深减小 1/4,中心沉降量增大近 0.4 倍,可见隧道埋置深度是隧道周围土体变形重要影响因素之一.

隧道半径:在土质其它参数相同情况下,隧道半径越大,沉降曲线越陡,但没有隧道埋置深度影响大,地表沉降量越大,沉槽宽度越大.在隧道中心线附近,地表沉降量受隧道半径影响较大,而远端影响较小.隧道半径增大 1/8,中心沉降量增大近 1/7,可见隧道半径是隧道周围土体变形的重要影响因素之一,但对沉降曲线形状影响一般.

土体泊松比:在隧道几何等参数相同情况下,土体泊松比越小,地表沉降量越大,沉槽宽度越大.在隧道中心线附近,地表沉积量受土体泊松比影响较大,而远端影响较小.土体泊松比减小 1/5,中心沉积量增大近 1/5,可见土体泊松比也是隧道周围土体变形的重要影响因素之一,但对沉降曲线形状影响较小.

上述参数对土体位移的影响,也一定程度的解释了上节中计算结果与实测结果存在偏差的现象.实际工程中,地层中土层分布复杂,与半无限空间弹性体的理想假设不同.不同层土质模量不同,而根据巴克洛夫斯基当层理论,上层模量大的土层被下层模量小的土层替换,则土层厚度增加,则影响隧道埋置深度,影响理论值大小.

表 2 7 种工况隧道工程参数
Tab. 2 Parameters of tunnels in different cases

工况	隧道埋深 h/m	隧道半径 r_0/m	土体模量 E_u/MPa	土体重度 $\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	间隙参数 g/m	衬砌厚度 t/m	土体泊松比 ν
工况 1	20	4	35	19	0.08	0.3	0.5
工况 2	15	4	35	19	0.08	0.3	0.5
工况 3	25	4	35	19	0.08	0.3	0.5

续表 2

工况	隧道埋深 h/m	隧道半径 r_0/m	土体模量 E_u/MPa	土体重度 $\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	间隙参数 g/m	衬砌厚度 t/m	土体泊松比 ν
工况 4	20	3.5	35	19	0.08	0.3	0.5
工况 5	20	4.5	35	19	0.08	0.3	0.5
工况 6	20	4	35	19	0.08	0.3	0.4
工况 7	20	4	35	19	0.08	0.3	0.3

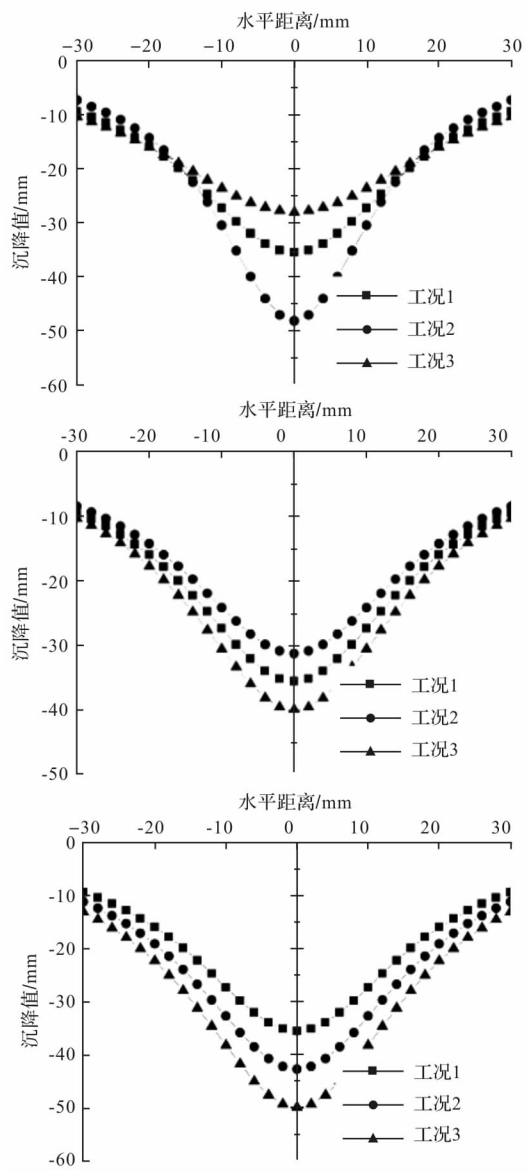


图 7 不同工况地表沉降对比

Fig. 7 Comparison of ground surface settlements of different cases

5 结论

(1)本文结合衬砌和土体之间位置及变形协调关系,提出了圆形盾构隧道土体变形的复变函数解法.在本方法中,衬砌和土体径向位移差等于二者前位置差,由此推导边界变形函数,而不是

采用经验边界变形函数,更具有普遍性.在计算中考虑到了无穷远端变形为零的情况,使计算结果更符合实际.

(2)本文的计算方法中涉及的参数较少,且容易测定,具有较强的通用性.

(3)随着隧道埋置深度的减小,隧道中心附近土体变形增大显著,而远端略有减小,沉槽宽度明显变窄;随着隧道半径的增大,隧道中心附近土体变形增大显著,沉槽宽度变宽;随着土体泊松比变小,隧道中心附近土体沉降增大,沉槽宽度变宽.即隧道埋置深度、隧道半径、土体泊松比均是隧道土体变形重要影响因素,而土体模量、衬砌模量等因素,在本计算方法中对结果影响较小.

参考文献 References

[1] VERRUIJT A. Complex variable solution for a deforming circular tunnel in an elastic half plane [J]. Geotechnique, 1997, 21(4):77-89.

[2] VERRUIJT A. Deformations of an elastic half plane with a circular cavity [J]. International Journal of Soils and Structures, 1998, 35(21):2795-2804.

[3] 王立忠,吕学金. 复变函数分析盾构隧道施工引起的地基变形[J]. 岩土工程学报,2007,29(3):319-327.
WANG Lizhong, LÜ Xuejin. A complex variable solution for different kinds of oval deformation around circular tunnel in an elastic half plane [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2007,29(3):319-327.

[4] 童磊,谢康和,卢萌盟,等. 盾构任意衬砌变形边界条件下复变函数弹性解[J]. 浙江大学学报(工学版), 2010,44(9):1825-1830.
TONG Lei, XIE Kang-he, LU Meng-meng, et al. Elastic complex variables solution for general arbitrary ground deformation of tunnels in clays[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2010, 44 (9):1825-1830.

[5] 张治国,杨轩,宫剑飞,等. 复变函数法分析盾构隧道开挖引起的土体位移和衬砌变形[J]. 岩土工程学报, 2017,39(9):1626-1635.
ZHANG Zhiguo, YANG Xuan, GONG Jianfei, et al.

- Complex variable analysis of soil displacement and liner deformation induced by shield excavation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39 (9): 1626-1635.
- [6] PARK K H. Elastic solution for tunneling-induced ground movements in clays [J]. International Journal of Geomechanics, 2004, 4(4):310-318.
- [7] 王述红,阿力普江·杰如拉,王鹏宇,预制矩形箱涵受力性能模拟及其潜在的破坏模式[J]. 东北大学学报(自然科学版),2018,39(2):260-265.
- WANG Shuhong, A Li Pu Jiang · Jie Ru La, WANG Pengyu, LIU Wei-hua, Mechanics Performance Analysis of Precast Rectangle Box Culvert in Different Burial depth and Damage Prediction of key Parts [J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2018, 39 (2):260-265.
- [8] MUSKHLISHVILI N I. Mathematical theory of elasticity [M]. Leyden: International Publishing, 1954.
- [9] LEEK M, ROWE R K, LO K Y. Subsidence owing to tunneling. I. estimating the gap parameter [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29(6):929-940.
- [10] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9): 846-8 56.
- [11] SAGASETA C. On the role of analytical solutions for the evaluation of soil deformation around tunnels[C]//Application of Numerical Methods to Geotechnical Problems. [S. l.]: CISM Courses and Lectures, 1998:397;3-24.
- [12] FLÜEGGE W. Stresses in shells [M]. New York: Springer-Verlag, 1973.
- [13] WANG Shuhong, Ni Pengpeng, Application Of Block Theory Modeling On Spatial Block Topological, Identification To Rock Slope Stability Analysis; International Journal Of Computational Methods, VL 11, IS 1, DI 10.1142/S0219876213500448, PD FEB 2014.
- (编辑 吴海西 沈 波)

(上接第 334 页)

- [7] SONG Jinqiang, HAO Xingzhou, ZHU Hongping. Theoretical and numerical study of mechanic performance of asphalt concrete bridge deck pavement [J]. Earth & Space, 2006: 1-6.
- [8] CHEN X, HUANG W, YANG J, et al. Principles of designing asphalt pavement for orthotropic steel bridge decks[C]//Selected Papers from the 2009 Geo Hunan International Conference. 2009:23-23.
- [9] PRICE A R. Waterproofing of concrete bridge decks: site practice and failures[R]. Deterioration, 1991.
- [10] PRICE A R. A field trial of waterproofing systems for concrete bridge decks [R]. TRRL, 1989.
- [11] 王伟,孟庆营,周卫峰,等. 水泥混凝土桥面铺装层间界面剪切性能试验研究[J]. 中国市政工程, 2013(1): 87-91.
- WANG Wei, MENG Qingying, ZHOU Weifeng, et al. Experimental study on interface shear performance of cement concrete bridge deck pavement [J]. China Municipal Engineering, 2013 (1): 87-91.
- [12] 徐鸥明,韩森,于静涛. 层间界面对混凝土桥面铺装结构性能的影响[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2009. 29(5):17-20.
- XU Ouming, HAN Sen, YU Jingtiao. The influence of interlayer interface on the performance of concrete deck pavement structure [J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2009. 29 (5): 17-20.
- [13] 汪超,朱文娟,陈浩. 基于室内试验的桥面防水黏结层应用探讨[J]. 材料与试验, 2016(2):69-72.
- WANG Chao, ZHU Wenjuan, CHEN Hao. Discussion on application of bridge deck waterproof bonding layer based on indoor test [J]. Materials and test, 2016(2):69-72.
- [14] 刘琬辰,黄晓明. 基于图像处理的沥青路面构造深度评价方法的优化研究[J]. 北方交通, 2013(3):9-13.
- LIU Wanchen, HUANG Xiaoming. Optimization of evaluation method of asphalt pavement structural depth based on image processing [J]. Northern transportation, 2013(3):9-13.
- [15] 严秋荣,孙瑞,孔令云,等. 基于现场数据混凝土桥面粗糙度与层间粘结强度相关性分析[J]. 中外公路, 2016, 36(6): 63-65.
- YAN Qiurong, SUN Rui, KONG Lingyun, et al. Correlation analysis of concrete deck roughness and interlayer bond strength based on field data [J]. Chinese and foreign highways, 2016, 36 (6): 63-65.
- [16] 孔令云,林雄伟,孙瑞,等. 基于现场数据的混凝土桥面粗糙度评价体系[J]. 公路工程, 2017, 42 (5): 35-39.
- KONG Lingyun, LIN Xiongwei, SUN Rui, et al. Roughness evaluation system of concrete bridge deck based on field data [J]. Highway Engineering, 2017, 42 (5): 35-39.
- [17] 代笠. 温度和粗糙度对混凝土桥面铺装层间力学性能的影响[D]. 重庆:重庆交通大学, 2016.
- DAI Li. Effect of temperature and roughness on the mechanical properties of concrete deck pavement [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2016.
- (编辑 吴海西 沈 波)