

钢筋混凝土板柱节点冲切破坏模型及承载力分析

王 朋^{1,2,3}, 于 彬², 史庆轩^{1,2,3}, 张 鹏²

(1. 西安建筑科技大学 西部绿色建筑国家重点实验室, 陕西 西安 710055; 2. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055
3. 西安建筑科技大学 结构工程与抗震教育部重点实验室, 陕西 西安 710055)

摘要:板柱结构是建筑结构中常用的结构形式之一,它具有结构体系简单、传力途径明确等一系列优点,但根据工程应用发现板柱结构的节点处容易发生脆性特性显著的冲切破坏。近百年来,国内外学者对板柱节点冲切破坏机理进行了大量研究,以期发现其破坏机理和破坏准则,目前学者们提出了多个冲切破坏模型。本文选取了较具有代表性的七种冲切破坏模型,对比分析各模型的传力机制及破坏准则;同时,筛选国内外已完成的 202 个钢筋混凝土板柱节点冲切破坏试验数据,采用前述七种冲切破坏模型承载力公式计算冲切承载力,并对计算结果进行统计分析。结果表明:目前现有的破坏模型对板柱节点的冲切破坏机理和破坏准则并未形成统一认识,各模型冲切承载力计算公式所采用的影响因素以及影响因素在计算中的贡献程度有较大差异。计算结果还表明冲切承载力与 $(f'_c)^{1/3}$ 、 $\rho^{1/2}$ 有较好的吻合关系,而我国规范中计算公式并未考虑纵向钢筋配筋率的影响,混凝土强度的贡献也不同,这一发现可为进一步完善规范做出参考。

关键词:钢筋混凝土;板柱节点;破坏模型;冲切承载力

中图分类号: TU398⁺.1

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2020)06-0852-08

Punching failure models and bearing capacity analysis of reinforced concrete slab-column connections

WANG Peng^{1,2,3}, YU Bin², SHI Qingxuan^{1,2,3}, ZHANG Peng²

(1. State Key Laboratory of Green Building in Western China, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;
2. School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;
3. Key Lab of Structural Engineering and Earthquake Resistance, Ministry of Education, Xi'an Univ. of Arch. & Arch., Xi'an 710055, China)

Abstract: The slab-column structure is one of the commonly used structural styles in the construction structure, which has a series of advantages such as simple structure system, simple and clear transmission way, etc. However, according to the engineering application, it is found that the connections of slab-column structure are prone to punching failure. In the past 100 years, scholars all over the world have been studying the punching failure mechanism of slab-column connections in order to find out its failure mechanism and failure criterion. At present, scholars have proposed several failure models. In this paper, seven typical punching failure models are selected to compare and analyze the force transfer mechanism and failure criteria of each model. At the same time, the test data of punching failure of 202 reinforced concrete slab-column connections were screened, the punching shear capacity was calculated by using the aforementioned seven punching failure model formulas, and the calculated results were statistically analyzed. The results show that the existing failure models have not formed a unified understanding of the failure mechanism and failure criteria of the slab-column connections, and the influencing factors used in the calculation formula of the punching shear capacity of each model and the contribution degree of the influencing factors in the calculation are quite different. The results also showed that the punching shear capacity was in good agreement with $(f'_c)^{1/3}$ and $\rho^{1/2}$. However, The calculation formula does not take into account the influence of longitudinal reinforcement ratio and the contribution of concrete strength is different in Chinese codes. This finding may be a reference for further improvement of the codes.

Key words: reinforced concrete; slab-column connections; failure models; punching shear capacity

收稿日期: 2020-07-09

修改稿日期: 2020-11-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51878540, 51608434); 国家重点研发计划基金资助项目(2017YFC0703406)

第一作者: 王 朋(1987—), 男, 博士, 副教授, 主要从事钢-混凝土组合结构与混合结构、工程结构抗震研究。E-mail: wangpeng@xauat.edu.cn

通信作者: 于 彬(1997—), 男, 硕士研究生, 主要从事钢-混凝土组合结构与混合结构研究。E-mail: al070000@163.com

板柱结构作为一种传统的结构形式, 仅由楼板和柱构成承重体系, 与肋梁楼盖相比, 板柱结构具有平面布置灵活、结构层高小等优点, 目前广泛应用于实际工程中. 由于板柱结构传力路径直接由板到柱, 板柱节点区域剪切应力和弯曲应力高度集中, 在荷载作用下极易发生冲切破坏, 所以对板柱节点冲切破坏机理及模型的研究越来越受到学者的重视. 关于板柱节点冲切的试验研究距今已有百年历史, 最早的相关文献、试验研究资料可追溯到1907年, 美国 Talbot 教授完成的钢筋混凝土板冲切试验研究. 之后, 各国学者纷纷围绕板柱节点进行理论、试验研究, 以分析板柱节点冲切破坏机理和理论模型, 现有模型有: 锥壳模型^[1]、塑性极限分析模型^[2]、粘接理论模型^[3]、压力路径理论模型^[4]等. 这些理论模型对冲切破坏机理和影响因素均做出了较为合理的解释, 但是这些模型对传力机制、失效机理并未形成统一的认识, 所提出的冲切承载力计算公式也大相径庭, 不同承载力计算公式中混凝土强度、配筋率, 平板厚度、骨料粒径等因素的贡献程度不同. 因此, 针对板柱节点冲切破坏机理及冲切承载力计算方法的研究仍需继续深入.

在这一背景下, 本文对比分析了板柱节点冲切破坏模型的传力机制、失效准则, 并基于国内外202组试验数据对模型提出的冲切承载力公式进行计算和统计分析, 研究各因素对板柱节点冲切承载力的影响.

1 板柱节点冲切破坏模型与破坏准则

1.1 Kinnunen-Nylander 锥壳模型

Kinnunen 和 Nylander^[1]通过圆柱圆板的冲切破坏试验研究提出了锥壳模型, 该模型认为: 在板柱节点发生冲切时, 板结构被板的边界、冲切所产生的斜裂缝及柱面径向的裂缝分成多个围绕节点的扇形刚体性脱离体, 如图1所示. 在荷载作用下, 模型假设的扇形刚体会围绕着斜裂缝的尖端发生转动, 直至破坏.

此模型的失效机理就是假定斜裂缝尖端所对应的混凝土受压区的切向压应变达到临界值时, 该结构发生破坏. 1990年, Shehata^[5]针对此模型推导出较为简单的公式方便其应用. Shehata 在推导公式时通过径向平面力的平衡, 认为其破坏准则为

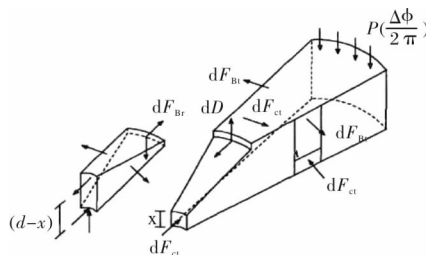


图1 锥壳模型脱离体

Fig. 1 The detached body of the conical shell model

$$P\left(\frac{\Delta\phi}{2\pi}\right) = dF_{cr} \sin 10^\circ \quad (1)$$

式中: P 为柱子处施加荷载; $\Delta\phi$ 为扇形板体转动角度; dF_{cr} 为图2所示柱边板受压区合力.

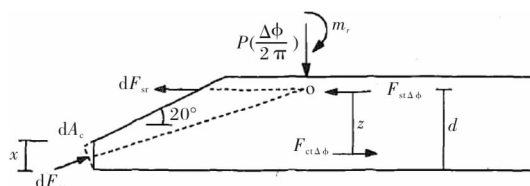


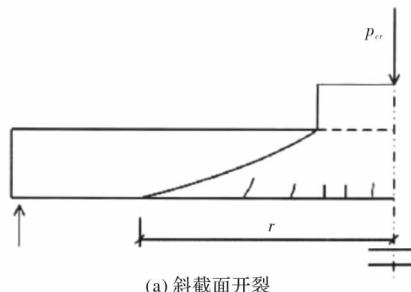
图2 锥壳模型径向平面力的分布

Fig. 2 Forces Acting on Segment in Radial Plane

1.2 塑性极限分析模型

Braestrup、Nielsen 等人^[2]于1976年提出塑性极限分析模型. 他们采用修正 Coulomb 理论研究了板柱节点轴对称冲切问题, 在此基础上, 蒋大骅^[6]、严宗达^[7]、魏雪英^[8]等学者不断对传统刚塑性理论进行改进和补充. 2016年, 易伟建教授^[9]在传统刚塑性理论上考虑冲跨比的影响, 于是提出了新的破坏机理.

易伟建教授在试验结果基础上提出新的破坏准则, 该准则认为: 当板柱节点达到塑性屈服时不会直接破坏, 随着荷载的增加, 由于混凝土的骨料咬合力等作用, 斜截面会产生较为稳定的裂缝, 如图3(a)所示; 之后板上斜截面会因荷载增加产生塑性屈服面, 如图3(b)所示. 当荷载增加到使得斜裂缝和塑性屈服面在同一处产生时, 产生临界斜裂缝, 板柱节点在斜截面发生滑移, 发生冲切破坏.



(a) 斜截面开裂

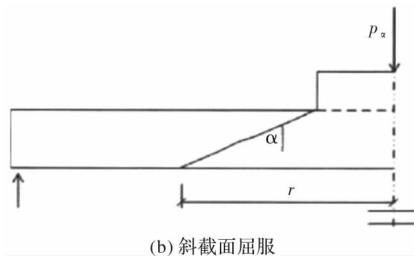


图 3 斜截面破坏示意图

Fig. 3 Schematic diagram of inclined section failure

1.3 粘结理论模型

1991 年, Alexander 和 Simmonds^[3] 基于针对板柱节点的试验研究结果, 对之前提出的桁架模型^[10]进行了改进, 将板柱节点看作由钢筋拉杆和混凝土曲杆构成的空间桁架, 如图 4 所示。

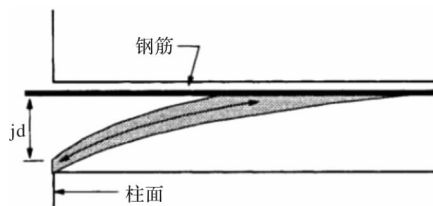


图 4 粘结理论模型

Fig. 4 Theoretical model of bond

破坏机制: 板柱节点柱附近钢筋的力梯度由于受到粘结力的限制, 降低了板在柱附近的剪切承载能力, 导致冲切破坏。

根据破坏准则, Alexander, Simmonds 采用 Krichhoff 剪力来衡量混凝土的粘接强度与临近板块产生最大剪力下限值代表的线荷载 ω , 即

$$2\omega = 2\left(\frac{\partial m_n}{\partial n}\right)_{\max} \quad (2)$$

其中: ω 为径向板带的线荷载; $\partial m_n / \partial n$ 为垂直于径向条带的弯矩梯度, 称为主剪力。

1.4 压力路径理论模型

Kotsovos^[4] 于 2009 年将混凝土梁的压力路径理论^[11]推广到板柱节点冲切破坏机理分析中。

破坏机理: 如图 5 所示, 冲切破坏与横向拉应力密切相关, 作者认为破坏既有可能由距简支边界 $2.5d$ 处(1 点)压应力方向的改变, 也可能是加载区附近(2 区)存在较大的弯矩与剪力导致横向拉应力引起的水平开裂。其中 1 处 f_t 的分布可以看作是 $0.25 f_t$ 的均匀应力, 由此求出横向剪力 V_1 , 同时 2 区 V_2 由弯矩平衡也可推出。

1.5 临界斜裂缝理论

瑞士学者 Muttoni^[12] 通过分析 Kinnunen 和

Nylander 的试验结果发现: 靠近柱子附近的板体底部的径向压应变会在达到一定的荷载水平之后减小, 并且在发生冲切破坏之前, 会出现径向拉应力。Muttoni 认为是由于临界斜裂缝的发展导致了沿板底部形成了带有水平拉伸构件的肘型支撑, 如图 6 所示。同时 Bollinger^[13] 的试验结果也证明了临界斜裂缝在板柱节点冲切承载力中的作用。

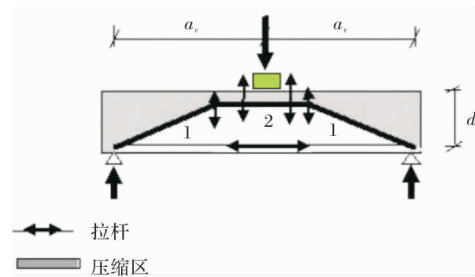


图 5 理论板带极限状态物理示意图

Fig. 5 Schematic representation of the physical state of radial strip at its ultimate-limit state

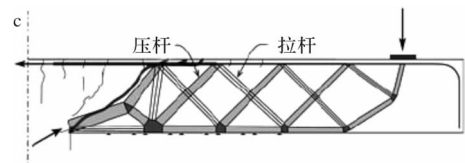


图 6 肘型支撑

Fig. 6 Elbow-shaped strut

在失效机理方面, Muttoni^[12] 认为: 临界斜裂缝的开展导致板内理论斜压杆的冲切承载力下降, 最终导致冲切破坏。其失效准则考虑最大骨料粒径的影响, 假设受冲切承载力与裂缝宽度(ϕd)有关, 即

$$\frac{V_E}{b_0 d \sqrt{f'_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\phi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (3)$$

式中: V_E 为冲切承载力; b_0 为受冲切临界界面周长; d 为板的截面有效高度; f'_c 为 $150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ 圆柱体抗压强度; ϕ 为板体的转动角度; d_g 为混凝土最大骨料粒径; d_{g0} 为骨料粒径相对尺寸, 取 $d_{g0} = 16 \text{ mm}$ 。

受冲切承载力是失效准则公式与荷载-转角关系公式的交点, 因其转角求解过于复杂, 所以作者提出实用公式来计算板的转角, 即

$$\phi = 1.5 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{V}{V_{\text{flex}}} \right)^{3/2} \quad (4)$$

式中: r_s 为板体半径; f_y 为钢筋的屈服强度; d 为板的截面有效高度; E_s 为钢筋的弹性模量; V 为所受冲切力; V_{flex} 为根据屈服线理论得到的弯曲承载力。

1.6 临界截面应变理论

Park, Choi^[14]等人通过之前在研究钢筋混凝土细长梁时提出的基于截面应变的抗剪强度计算模型, 推广到板柱节点的破坏机理模型中去^[15]. 该模型认为: 在板柱发生冲切破坏之前, 板截面的受拉区首先会产生弯曲开裂, 当受拉区被弯曲裂缝完全破坏后, 施加的剪力完全由受压区来抵抗.

破坏准则: 认为节点冲切破坏是由于临界截面压缩区受压应力和剪应力共同作用下主应力到达混凝土抗拉强度或抗压强度而造成的. 因此采用了主应力拉伸或压缩破坏准则, 如图7所示.

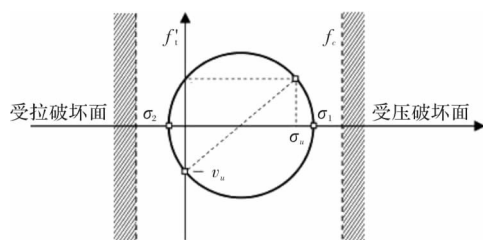


图7 Rankine 强度准则

Fig.7 Rankine strength criterion

冲切承载力由需求曲线和能力曲线的交点确定, 见图8. 经大量计算分析, 本模型认为板柱节点的冲切承载力主要由混凝土的抗拉承载力及受压区高度控制. 因而推导出受冲切承载力简化计算公式, 并考虑了尺寸效应及剪力不均分布的影响.

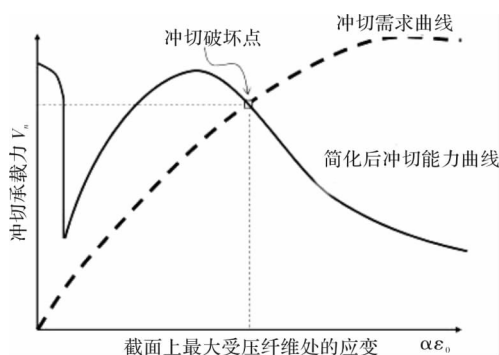


图8 临界截面处冲切承载力的确定

Fig.8 Determination of punching shear strength at a potential critical section

1.7 切向应变理论模型

Broms^[16]于2016年提出一种无抗剪钢筋板内柱冲切破坏的力学模型. 该模型假设剪力通过一根挤压柱范围内混凝土的斜压杆传递到柱区, 当这个范围内压应力达到屈服强度, 继续增加的压应力会传递到周边混凝土上产生约束力, 这种约束力会产生径向拉应力和切向压应力, 由此产生

的径向拉应变出现在柱子边缘, 当柱子产生的径向拉应变超过由弯矩产生径向压应变时, 最终压缩区外混凝土会因径向拉应变的产生而出现张裂缝, 如图9所示.

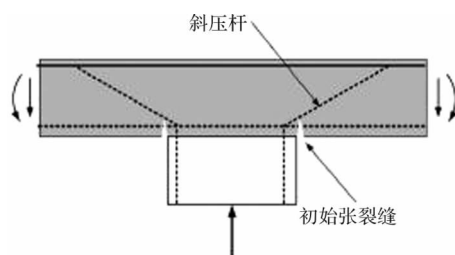


图9 板柱节点支撑区

Fig.9 Support region of flat slab

该模型是基于结构力学及混凝土的应力应变关系, 因此模型的分析处理十分简单. 经过推导和试验研究, Broms 选择“在柱子处由于弯矩产生的切向压应变到达1.0‰”作为该模型的失效准则, 并考虑了尺寸效应及混凝土脆性的影响:

$$\epsilon_{cpu} = 0.001 \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{10}{f_{ck}} \right)^{0.1} \quad (5)$$

其中: ϵ_{cpu} 为临界切向压应变; x_0 为参考尺寸, 取150 mm; x 为板体受压区高度; f_{ck} 为150 mm × 300 mm 圆柱体抗压强度.

2 板柱节点冲切承载力计算及分析

2.1 统计方法分析

本文共收集了国内外202个钢筋混凝土板柱节点冲切破坏的试验数据, 如表1所示. 分别将这些数据代入各模型计算公式进行计算, 结果如图10和表2所示. 由计算结果知, 各个模型试验值 V_u 与计算值 V_c 比值的平均值在1.003~1.187之间, 说明计算结果都能较好的预测试验结果, 但某些模型计算结果的变异系数较大, 表明模型计算公式中某些影响因素的影响因子与实际情况存在差异, 导致在一些情况(配筋率较低、混凝土强度较高等)下出现误差. 进一步分析图10及表2结果可知:

(1) K-N 锥壳模型在混凝土抗压强度 $f'_c > 49.1$ MPa ($f_c > 43.7$ MPa) 时计算值 V_c 均高于试验值 V_u , 并且在混凝土抗压强度过高 ($f'_c > 77$ MPa; $f_c > 60$ MPa) 的情况下计算值比试验值高很多. 可见 K-N 锥壳模型的冲切承载力计算公式在混凝土强度过高情况下具有局限性, 并且如图10(a)所示试验值与模型公式计算值的比值随着混凝土强度的增长呈减小趋势. 分析其原因: 受冲切承

承载力随混凝土强度的增长速率低于混凝土强度的增长速率,并不呈线性关系,计算公式中承载力与混凝土抗压强度 f'_c 呈线性关系,导致了公式在强度高时高估了混凝土的贡献,很显然不适用于高强混凝土,可以将 $(f'_c)^{1/3}$ 或 $(f'_c)^{1/2}$ 作为影响因子。

(2)从图 10(c)可知,粘接模型简化计算公式在纵向受拉钢筋抗拉强度低于 400 MPa 时计算结果偏小。这与切向应变理论公式得出的结果相似,而这两种模型计算公式均考虑了纵向钢筋抗拉强度 f_y 的影响因素。这种情况的发生可能与板柱节点的破坏状态有关:板柱节点可能在受拉钢筋发生屈服后发生冲切破坏,对于受拉钢筋充分屈服的情况,试验试件在钢筋屈服后能承担更大的荷载,产生延性冲切破坏,导致在纵向钢筋抗拉强度较低时计算结果低于试验结果。

(3)从图 10(d)可知,在配筋率低于 0.6%,处于低配筋率的情况下压力路径模型计算公式计算值远高于试验值,不安全。筛选出这些数据,发现这些数据主要是由距筒支边界 2.5 倍板厚处压应力方向的改变即公式中的 V_1 来控制的,而这种不安全则可能由于计算式 V_1 中用来描述混凝土抗压强度、钢筋屈服强度、配筋率的参数 λ_1 在低配筋率情况下高估了配筋率的贡献。

(4)临界斜裂缝模型计算公式在计算中试验值与计算值的比值的平均值达到了 1.003。虽然由表 2 得到该模型实验结果与计算结果比值的均值表现最好,但变异系数是所有模型中最大的。由图 10(e)计算结果表明:对于不同配筋率,部分试验值与计算值的比值大于 1.4,过于不安全,筛选出这些数据,发现试验值与计算值比值较大的数据全部是配筋率低于 1% 的试验试件,表明此时配筋率占主导因素,该模型计算公式低估了配筋率的影响。因此,该模型应对低配筋率时的节点的冲切承载力计算公式进行改进。此外,试验值与计算值比

值较小、明显不安全的数值。

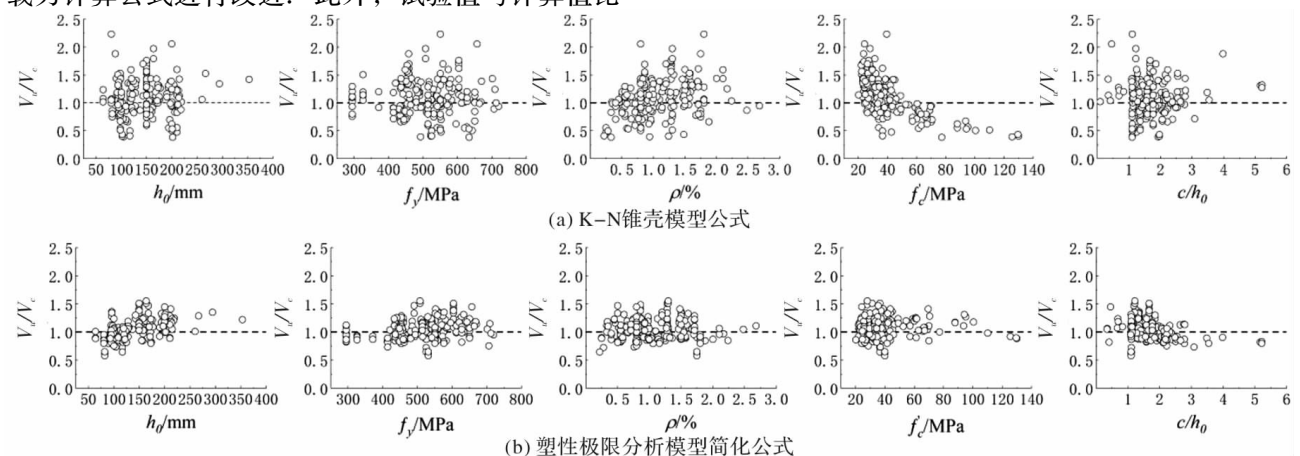
(5)塑性极限分析模型和临界截面应变模型数据在虚线处分布比较集中,如图 10(b)、(f)所示。从表 2 得,相较于其他五组模型数据,两个模型计算结果的标准差较小,分别为 0.183、0.196。这说明,两个冲切破坏模型计算所得结果与试验吻合较好,且离散度小。

综合来看:塑性极限分析模型以及临界截面应变模型标准差较小,证明其计算公式得出的结果较集中,并且承载力计算结果与试验数据比值的平均值约为 1,具有较好的精度。粘结模型变异系数虽然较小,但其承载力计算结果均值较大,偏保守。K-N 锥壳模型较为离散,较不可靠。压力路径模型、临界斜裂缝模型、切向应变模型虽然其均值能保证较好的估计值,但是变异系数较大,表现在图中为数据点分布较为离散,并没有较高的精度。

表 1 试验试件重要参数取值范围

Tab. 1 The value range of important parameters of test specimens

| 试件参数 | 取值范围 | 个数 |
|---------|---|-----|
| h_0 | $64\text{ mm} \leq h_0 < 100\text{ mm}$ | 55 |
| | $100\text{ mm} \leq h_0 \leq 200\text{ mm}$ | 114 |
| | $200\text{ mm} < h_0 \leq 353\text{ mm}$ | 33 |
| f_y | $294\text{ MPa} \leq f_y < 400\text{ MPa}$ | 17 |
| | $400\text{ MPa} \leq f_y \leq 600\text{ MPa}$ | 147 |
| | $600\text{ MPa} < f_y \leq 720\text{ MPa}$ | 38 |
| ρ | $0.22\% \leq \rho \leq 1.0\%$ | 101 |
| | $1.0\% \leq \rho \leq 2.0\%$ | 94 |
| | $2.0\% < \rho \leq 2.68\%$ | 7 |
| f'_c | $20.2\text{ MPa} \leq f'_c < 30\text{ MPa}$ | 63 |
| | $30\text{ MPa} \leq f'_c \leq 60\text{ MPa}$ | 110 |
| | $60\text{ MPa} < f'_c \leq 130.1\text{ MPa}$ | 29 |
| c/h_0 | $0.342 \leq c/h_0 < 1.5$ | 89 |
| | $1.5 \leq c/h_0 \leq 3.0$ | 106 |
| | $3.0 < c/h_0 \leq 5.215$ | 7 |



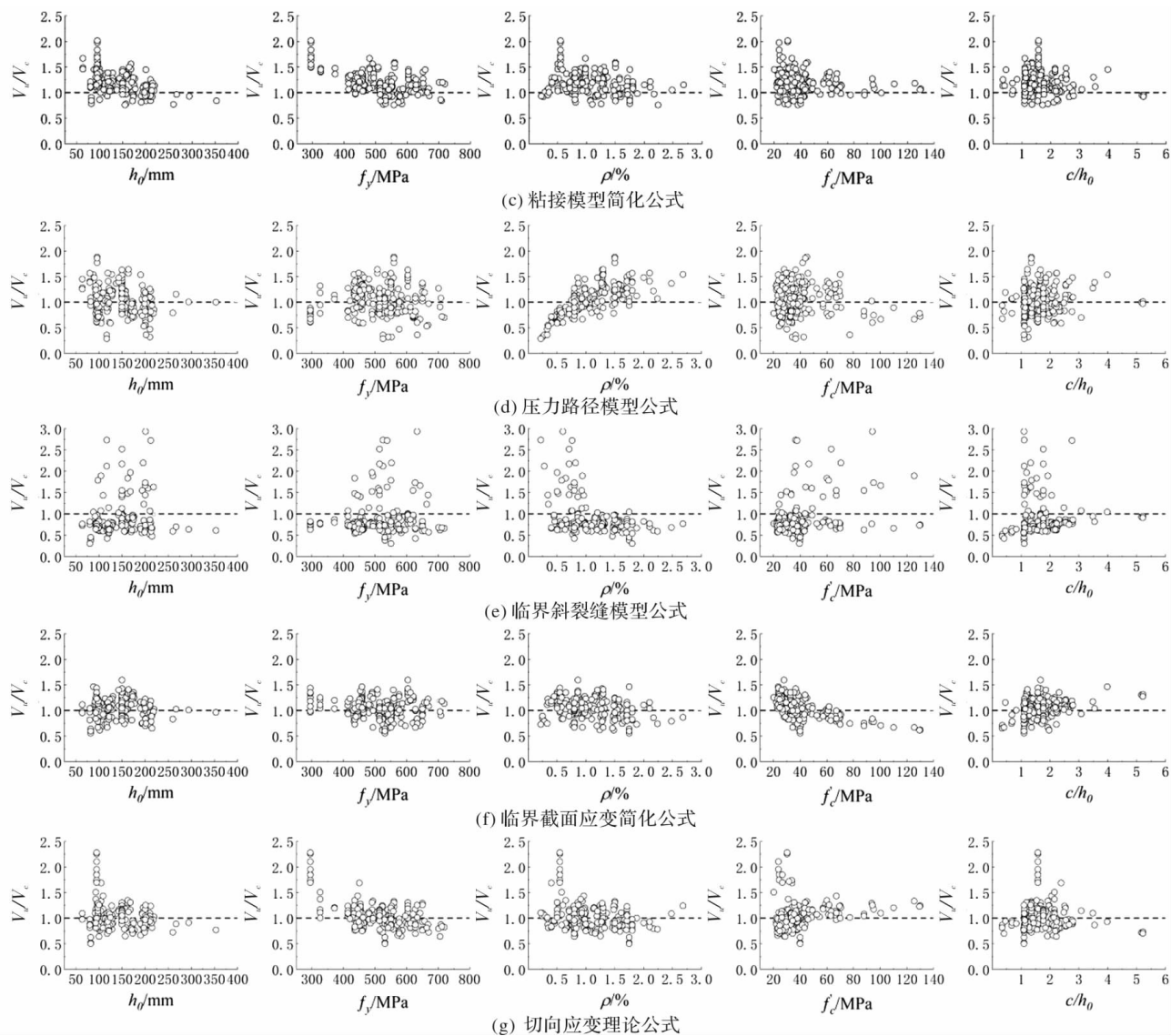


图 10 基于各模型的板柱节点承载力计算

Fig. 10 The predicted punching shear capacity of slab-column connections based on these models

表 2 各模型承载力公式计算结果统计分析

Tab. 2 Statistical analysis of the predicted punching shear capacity of these models

| 统计量 | 计算模型 | | | | | | |
|------|--------------|------------|-------|------------|-------------|--------------|--------------|
| | K-N 锥壳 模型 | 塑性分析 模型 | 粘接模型 | 压力路径 模型 | 临界斜裂缝 模型 | 临界截面应变 模型 | 切向应变理论 模型 |
| 平均值 | 1.101 | 1.053 | 1.187 | 1.050 | 1.003 | 1.043 | 1.037 |
| 标准差 | 0.330 | 0.183 | 0.222 | 0.299 | 0.887 | 0.196 | 0.275 |
| 变异系数 | 0.300 | 0.173 | 0.187 | 0.285 | 0.885 | 0.188 | 0.265 |

2.2 单变量影响参数分析

由于影响板柱节点冲切承载力的因素较多, 且每个公式所确定的影响因素贡献不同, 根据学者的试验研究^[17-20]发现混凝土强度、板的有效厚度、柱截面长边尺寸与板截面有效高度比值和配筋率为冲切承载力主要影响因素, 特选取了四个试验

组^[17,21-23], 分别为混凝土抗压强度、板有效厚度、柱截面长边尺寸与板截面有效高度比值和配筋率的单变量组, 基于变量分离思想来分析四个主要因素对板柱节点冲切承载力的影响, 计算结果如图 11 所示. 由图可知, 塑性极限分析模型、临界截面应变模型的计算结果较精确. 塑性计算分析模型对混

混凝土强度因素具有较好的精度, 临界截面应变模型对纵向钢筋配筋率影响因素具有较好的精度, 反映到计算公式中为冲切承载力与 $(f'_c)^{1/3}$ 、 $\rho^{1/2}$ 有较好的正比例增长关系。此外, 对于最大骨料粒径 a_g , 只有临界斜裂缝模型将其考虑其中, 受压区高度, 中性轴高度等也均未在所有的计算公式中得到体现, 可见每一个机理模型所设定的破坏准则不同, 影响板柱节点冲切承载力的因素也未形成统一的认识。

3 结论

通过对 7 个板柱节点冲切破坏模型的传力机制、失效准则进行对比分析, 并基于国内外试验数据对模型提出的冲切承载力公式进行计算和统计分析, 可得出以下结论:

(1) 现有冲切破坏模型虽都肯定了混凝土板受压区的贡献, 但破坏准则各持已见存在较大差异。

(2) 塑性极限分析模型及临界截面应变模型计算结果与试验结果吻合较好, 具有较高的精度。同时, 塑性分析模型公式计算较为简单, 无须进行迭代求解, 更适合于工程方面的应用。

(3) 各模型的冲切承载力计算公式所采用的影响因素有较大差异。经影响因素分析结果表明, 冲切承载力与 $(f'_c)^{1/3}$ 、 $\rho^{1/2}$ 有较好的吻合关系, 而我国规范中计算公式并未考虑纵向钢筋配筋率的影响, 混凝土的强度贡献也不同, 这一发现可为进一步完善规范做出参考。

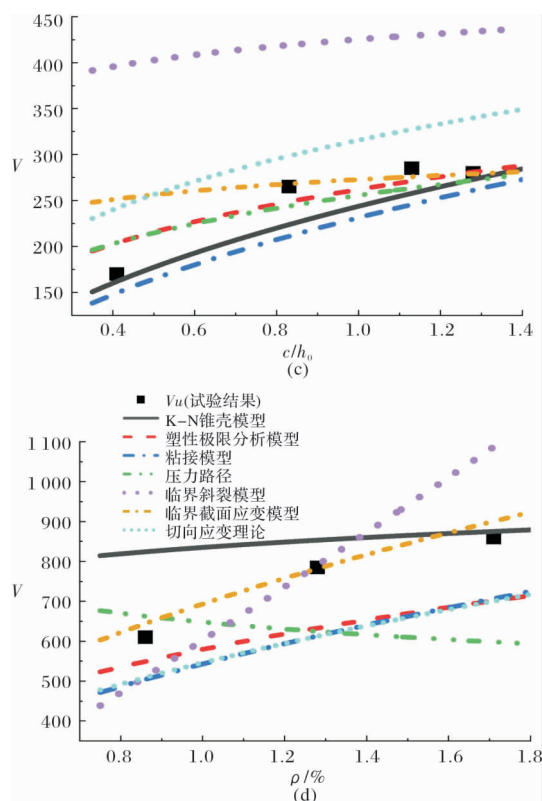
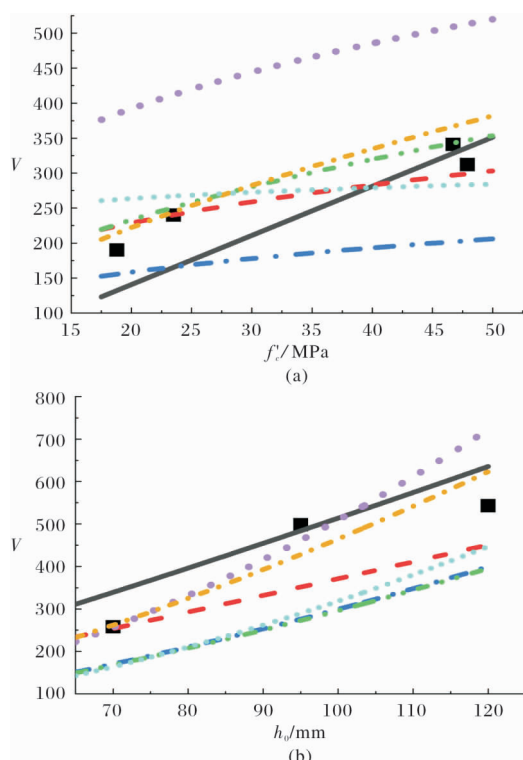


图 11 影响冲切承载力因素分析

Fig. 11 Analysis of factors affecting on punching shear capacity

参考文献 References

- [1] KINNUNEN S, NYLANDER H. Punching of concrete slabs without shear reinforcement [M]. Elander, Transactions of the Royal Institute of Technology Stockholm, 1960:79-84.
- [2] BRSTRUP M W, NIELSEN M P, JENSEN B C, et al. Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete [M]. Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark, 1976: 1-33.
- [3] ALEXANDER S D B, SIMMONDS S H. Ultimate strength of slab-column connections [J]. ACI Structural Journal, 1987, 84(3): 255-261.
- [4] KOTSOVOS G M, KOTSOVOS M D. Flat Slab without shear reinforcement: Criteria for punching shear [J]. Structural Engineer, 2009, 87(23/24):31-33.
- [5] SHEHATA I A. Rational method for designing RC slabs to resist punching [J]. Journal of Structural Engineering, 1990, 116(7): 2055-2057.
- [6] JIANG D H, SHEN J H. Strength of concrete slabs in punching shear [J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112(12): 2578-2791.
- [7] 严宗达. 用双剪强度理论解混凝土板冲切的轴对称问题[J]. 工程力学, 1996, 13(1): 1-7.

YAN Zongda. Solution of the axisymmetrical punching

- problem of concrete slab by the twin shear strength theory [J]. Engineering Mechanics, 1996, 13(1):1-7.
- [8] 魏雪英, 杨政, 于澍, 等. 用统一强度理论求解轴对称混凝土板的冲切强度[J]. 工程力学, 2002, 15(9): 92-96.
- WEI Xueying, YANG Zheng, YU Shu, et al. Solution of axisymmetrical punching strength of concrete slabs with the unified strength theory [J]. Engineering Mechanics, 2002, 15(9): 92-96.
- [9] 易伟建, 刘彪. 基于塑性理论的钢筋混凝土板冲切开裂滑移模型[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2017, 49(1): 42-47.
- YI Weijian, LIU Biao. Crack slip model for punching capacity of reinforced concrete slab based on the plastic theory[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech., (Natural Science Edition), 2017, 49(1): 42-47.
- [10] ALEXANDER S D B, SIMMONDS S H. Bond model for concentric punching shear[J]. ACI Structural Journal, 1992, 89(3): 325-328.
- [11] KOTSOVOS M D, PAVLOVIC M N. Ultimate limit state design of concrete structures: A New Approach [J]. Thomas Telford, 1999:164.
- [12] MUTTONI A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement[J]. ACI Structural Journal, 2008, 105(42): 440-445.
- [13] BOLLINGER K. Load-carrying behaviour and reinforcement of axisymmetrically loaded reinforced concrete Plates [D]. Dortmund: Abteilung Bauwesen der Universitat, 1985: 262.
- [14] PARK H, CHOI K, WIGHT JK. Strain-based shear strength model for slender beams without web reinforcement[J]. ACI Structural Journal, 2006, 103(6): 783-793.
- [15] PARK H G, CHOI K, CHUNG L. Strain-based strength model for direct punching shear of interior slabcolumn connections[J]. Engineering Structures, 2011, 33(3): 1062-1068.
- [16] BROMS C E. Tangential strain theory for punching failure of flat slabs [J]. ACI Structural Journal, 2016, 113(1): 95-98.
- [17] MARZOUK H, HUSSEIN A. Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs[J]. ACI Structural Journal, 1991, 88(6): 701-713.
- [18] 易伟建, 杨开. 钢筋混凝土板受冲切承载力可靠度分析[J]. 建筑结构, 2014, 44(14): 1-2.
- YI Weijian, YANG Kai. Reliability analysis of punching shear capacity of reinforced concrete slabs [J]. Building Structure, 2014, 44(14): 1-2.
- [19] SAGASETA J, TASSINARI L, RUIZ M F, et al. Punching of flat slabs supported on rectangular columns[J]. Engineering Structures, 2014, 77: 17-20.
- [20] 易伟建, 邹品增, 邓清. 柱截面形状对板柱节点受冲切性能影响的试验研究[J]. 土木工程学报, 2016, 49(5): 87-90.
- YI Weijian, ZOU Pinzeng, DENG Qing. Experimental study of the effects of cross-sectional shape of column on punching shear performance of slab-column connection [J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(5): 87-90.
- [21] 易伟建, 洪枫, 彭检. 钢筋混凝土板柱节点抗冲切试验研究[J]. 建筑结构, 2016, 46(15): 11-18.
- YI Weijian, HONG Feng, PENG Jian. Experimental investigation of punching shear failure of reinforced concrete slab-column connections[J]. Building Structure, 2016, 46(15): 11-18.
- [22] REGAN P E. Symmetric punching of reinforced concrete slabs [J]. Magazine of Concrete Research, 1986, 38(136): 115-128.
- [23] YOSHIO KAKUTA, AKIO ITOH, YOSHIO FUJITA. Experimental study on punching strength of reinforced concrete slabs[J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1974, 229: 105-115.

(编辑 吴海西 沈 波)