

中心支撑-钢框架高层公寓的结构分析及优化研究

马逸敏, 马宏伟, 翁益显, 杨致远

(华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510641)

摘要: 中心支撑-钢框架(CBF)结构作为双重抗侧力体系常用于高层建筑, 水平荷载计算时涉及剪力在两种抗侧力体系间的分配, 目前, 简化的理论计算方法有按支撑体系与框架体系间的抗侧刚度比值或者按照两种体系的变形协调来分配总剪力。对于高层建筑, 尤其是对于长条形、立面有收缩的公寓建筑, 理论计算方法存在偏差, 需要对两种理论计算方法的适用性进行评价。同时, 长条形建筑的长宽比大, 沿建筑长边的框架榀数较多, 与常规 CBF 结构相比, 框架体系分担的剪力较大, 从受力角度出发, 可通过将梁柱节点设为铰接, 释放柱端弯矩, 减小框架体系受到的剪力, 从而改变剪力在支撑体系与框架体系之间的分配比例, 实现减小框架柱截面尺寸和减少用钢量。该优化方法通过改变受力体系的内力实现减重, 值得重视。对某 12 层长条形高层公寓分析结果表明: 对于长条形、立面有收缩的公寓建筑, 基于变形协调的理论计算方法得到的剪力在两种抗侧力体系间的分配与电算接近, 误差最大为负 13.9%; 而基于刚度比的方法与电算相差较大。对框架体系的部分梁柱节点设置为铰接后, 支撑与框架体系受到的剪力占底部总剪力的比例分别增大 4% 和减小 4%, 当减小框架体系柱截面, 并保持结构的周期比、最大层间位移角、最大应力比不变, 结构的单位用钢量可以减少 4.7%。

关键词: 中心支撑钢框架; 剪力分配; 变形协调; 结构优化; 理论计算

中图分类号: TU391

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2022)04-0606-11

Structural analysis and optimization of high-rise apartments with concentrically braced steel frame

MA Yimin, MA Hongwei, WENG Yixian, YANG Zhiyuan

(School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Concentrically braced steel frame (CBF) structure is often used in high-rise buildings as a dual lateral force resistance system. The horizontal load calculation involves the distribution of shear force between the two lateral force resistance systems, and at present, the simplified theoretical calculation methods of the distribution of total shear force are based on the ratio of the lateral rigidity of the bracing system and frame system, or the deformation compatibility of the two systems. For high-rise buildings, especially for long-striped apartment buildings with shrinking body shape, there are deviations in the theoretical calculation methods, and the applicability of the two theoretical calculation methods needs to be evaluated. Meanwhile, the length-to-width ratio of the long-striped building is large, and there are many frames along the long side of the building. Compared with the conventional CBF structure, the frame system shares a larger shear force. From the point of view of force distribution, the beam-column joint can be set as hinged, so that the bending moment at the column ends can be released, and the shear force shared by the frame system can be reduced. Therefore, the distribution ratio of the shear force between the bracing system and frame system can be changed to reduce the frame column cross section size and steel consumption. This optimization method achieves weight reduction by changing the internal force of the force-bearing system, which is worthy of attention. The analysis results of a 12-story long-striped high-rise apartment show that: for a long-striped apartment building with shrinking body shape, the distribution of shear force between the two lateral force resistance systems achieved by the theoretical calculation method based on the deformation compatibility is close to that achieved by the software, and the maximum error is minus 13.9%, while the results achieved by the theoretical calculation method based on rigidity ratio is quite different from that achieved

收稿日期: 2022-07-08

修改稿日期: 2022-08-12

基金项目: 亚热带建筑科学国家重点实验室开放课题(2018ZB29)

第一作者: 马逸敏(1998—), 女, 硕士生, 主要从事结构分析相关研究。E-mail: 3177969651@qq.com

通讯作者: 马宏伟(1973—), 男, 博士, 副教授, 主要从事钢结构和组合结构研究。E-mail: hwma@scut.edu.cn

by the software. After some of the beam-column joints of the frame system are set to be hinged, the ratio of the shear force shared by the bracing system and the frame system to the total base shear force increases by 4% and decreases by 4%, respectively. When the column cross section of the frame system is reduced and the period ratio, the maximum story drift ratio and the maximum stress ratio of the structure are kept unchanged, the unit steel consumption of the structure can be reduced by 4.7%.

Key words: concentrically braced steel frame; shear force distribution; deformation compatibility; structural optimization; theoretical calculation

1994年北岭发生地震后,发现采用普通中心支撑-钢框架,除了支撑构件,梁和柱构件也受到严重破坏。1997年美国钢结构抗震规范首次提出特殊中心支撑-钢框架(SCBF),即采用高延性支撑。其机理是通过支撑的屈服来发展塑性、耗散能量,在往复荷载作用下,支撑在不发生断裂的情况下退出工作,将破坏限制在支撑构件中^[1-2],而梁和柱仅承受重力荷载。Goel等^[3]进行了6层的足尺支撑-钢框架结构抗震试验,发现对于有高延性支撑的结构,其破坏发生推迟,抗震性能明显优于普通中心支撑结构。

我国规范^[4-5]明确规定,将支撑-钢框架结构视为双重抗侧力体系,在地震作用下,柱反弯点处的楼层剪力不应小于0.25倍的结构底部总地震剪力和1.8倍的最大层间剪力的较小值。关于支撑-钢框架抗侧力构件对剪力分配的理论计算主要有两种近似计算方法:按支撑体系与框架体系的抗侧刚度的比值分配楼层总剪力(以下简称为“基于刚度比的方法”);按支撑体系与框架体系的变形协调分配楼层总剪力(以下简称为“基于变形协调的方法”)。基于刚度比的方法是指按照支撑和柱抗侧刚度分配总剪力^[6]。基于变形协调的方法是指计算水平荷载引起的位移时需满足支撑和框架柱的变形协调。由于支撑刚度较大,呈弯曲型变形,将支撑等效为剪力墙,忽略连梁对该等效剪力墙的约束,简化为铰接体系。

基于刚度比的方法适用于剪切型变形的结构;基于变形协调的方法适用于弯剪型变形的结构。但是,两种方法对结构层高、体型、长宽比、扭转效应等,没有定量的适用条件分界线,即对于有不同特征的结构,采用哪种理论方法更好尚未可知,有必要针对实际建筑进行深入分析。

同时,钢结构建筑的受力特点直接决定结构的用钢量及成本。张爱林^[7]提出了结构外围框架作为抗弯框架,梁柱节点刚接,内部框架作为承重框架,梁柱节点铰接的重力-抗侧力可分的钢框架体系。基于美国规范提出的SCBF结构,叶列平^[8]提出了要采用低屈服点支撑,以使支撑优先作为

耗能构件屈服。因此,可通过将部分梁柱节点设为铰接来降低框架体系的刚度,释放柱承担的弯矩,进而减小框架体系受到的剪力,改变剪力在支撑体系与框架体系之间的分配比例,同时,增大支撑延性。根据支撑滞回性能试验^[9]、理论分析^[10-11],可对结构进行如下改变:(1)部分梁柱节点设为铰接^[7];(2)降低支撑材料强度等级^[8]。随后,减小框架柱的截面尺寸进而减少柱的用钢量。但是,上述理论的适用范围有待探究,对具有不同特征的结构是否可行有待验证。

因此,本文以长宽比较大的典型高层公寓结构作为算例,将两种理论计算方法得到的抗侧力构件的剪力分配结果与YJK、SAP2000的结果进行了对比。同时,针对该算例,通过设置部分铰接钢框架梁柱节点,进行结构用钢量的优化研究。

1 楼层剪力分配的理论计算方法

1.1 基于刚度比的方法

各层支撑的总抗侧刚度 D_{zc} 计算如下。

$$D_{zc} = \frac{C_d}{h} \quad (1)$$

式中: h 为层高; C_d 为抗推刚度(抗推刚度是产生单位剪切角所需要的水平推力)。

各层柱的总抗侧刚度 D_z 计算如下。

$$D_z = \alpha \cdot \frac{12i}{h^2} \quad (2)$$

式中: i 为柱的线刚度; α 为考虑柱端约束刚度的修正系数。

支撑的楼层剪力分配比例为

$$\frac{D_{zc}}{D_{zc} + D_z}$$

柱的楼层剪力分配比例为

$$\frac{D_z}{D_{zc} + D_z}$$

1.2 基于变形协调的方法

将中心支撑-钢框架(CBF)结构等效为剪力墙、纯框架和链杆。

1.2.1 等效墙的等效抗弯刚度

如图1所示,将支撑及与其相连的两根柱作为

等效墙。由于等效墙是空心墙, 有较大的剪切变形, 在将支撑转换为等效墙时, 需对抗弯刚度进行折减以表达剪切变形对抗弯刚度的削弱, 折减后的等效墙抗弯刚度称为等效墙的等效抗弯刚度 EJ_{eq} , EJ_{eq} 即作为等效墙的最终刚度用于计算两种抗侧力体系间的剪力分配比例。引入比例系数 $\mu^{[12]}$ 来表达等效墙的抗弯刚度与其抗推刚度的相对大小, μ 越小, 表示等效墙的抗推刚度越大, 剪切变形对等效墙抗弯刚度的削弱越小, EJ_{eq} 越大, 将 $\frac{1}{1+12\mu}$ 作为等效墙抗弯刚度的折减系数; 也有学者取恒定的经验系数^[13]进行折减。

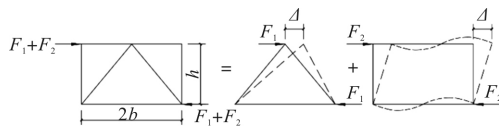


图1 等效墙的构成

Fig. 1 Composition of the equivalent wall

等效墙的抗弯刚度 EJ_c 是与支撑相连的两根柱的截面面积关于等效墙中性轴的二次矩, 其中等效惯性矩 J_c 的计算如下。

$$J_c = A_{c1} b_1^2 + A_{c2} b_2^2 \quad (3)$$

式中: A_{ci} ($i=1, 2$) 为与支撑相连的两根柱的截面面积; b_i ($i=1, 2$) 为两根柱距中性轴的距离。中性轴距两根柱中轴线的距离 $y = \frac{(A_{c1} - A_{c2})b}{A_{c1} + A_{c2}}$, y 为正则中性轴在偏向 A_{c1} 一侧, $b_1 = b - y$; $b_2 = b + y$ 。

等效墙的抗推刚度 C_c = 支撑抗推刚度 C_d + 与支撑相连的两根柱的抗推刚度 C_f 。

比例系数计算如下。

$$\mu = \frac{EJ_c}{C_c H^2} \quad (4)$$

式中: H 为结构总高度。

EJ_{eq} 计算如下。

$$EJ_{eq} = \frac{EJ_c}{1+12\mu} \quad (5)$$

1.2.2 等效墙的抗推刚度

等效墙的抗推刚度 C_c 计算过程如下。

首先, 计算支撑抗推刚度 C_d 。等效墙的几何关系如图 2(a) 所示, 支撑为二力杆, 通过其轴向刚度来抵水平力。支撑的受力情况如图 2(b) 所示, Δ_{bi} 计算如下。

$$\Delta_{bni} = \frac{L_b V_{bni}}{2EA_b} \quad (6)$$

$$V_{bi} = V_{bni} \cos \alpha \quad (7)$$

$$\Delta_{bi} = \Delta_{bni} / \cos \alpha \quad (8)$$

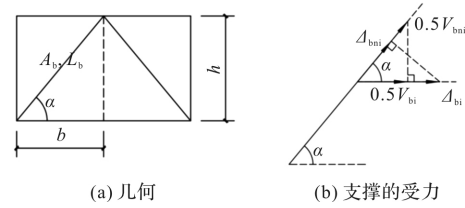


图2 等效墙抗推刚度的计算简图

Fig. 2 Calculation diagram of anti-push rigidity of the equivalent wall

由式(6)~(8)可得

$$\Delta_{bi} = \frac{L_b V_{bi}}{2EA_b \cos^2 \alpha} \quad (9)$$

式中: $2b$ 为中心支撑跨度; L_b 为支撑长度; A_b 为单个支撑截面面积; α 为支撑与水平面夹角; 角标 i 表示第 i 层; Δ_{bni} 为支撑发生水平侧移 Δ_{bi} 时对应的轴向变形; V_{bni} 为支撑受到水平推力 V_{bi} 时对应的轴力。

令中间量 $T = \frac{L_b}{2b}$,

则

$$\Delta_{bi} = \frac{2L_b V_{bi} T^2}{EA_b} \quad (10)$$

设等效墙受到单位水平推力 $V_{bi} = 1$ N, 支撑侧移为 $\Delta_{bi,1}$, 如图 3 所示, 剪切角 γ 计算如下。

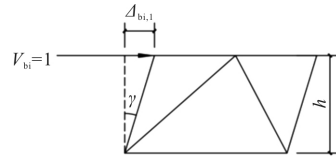


图3 单位力作用下的剪切角 γ 的计算简图

Fig. 3 Calculation diagram of shear angle under unit force

$$\gamma = \frac{\Delta_{bi,1}}{h} = \frac{L_b}{2EA_b h \cos^2 \alpha} = \frac{L_b^3}{2EA_b b^2 h} \quad (11)$$

C_d 计算如下。

$$C_d = \frac{1}{\gamma} = \frac{2EA_b b^2 h}{L_b^3} \quad (12)$$

然后, 计算与支撑相连的两根柱的抗推刚度 C_f 。已经用 D 值法求得了柱的抗侧刚度, 用 D_c 表示与支撑相连的两根柱的抗侧刚度之和, 产生单位水平位移时的剪切角为 $\gamma \approx \tan \gamma = 1/h$, 则根据抗推刚度的定义可得

$$C_f = D_c \cdot h \quad (13)$$

即得等效墙的抗推刚度 $C_c = C_d + C_f$ 。

1.2.3 框架柱的抗推刚度

此处不算入等效墙的两根柱, 柱抗推刚度为 C_F , 即

$$C_F = D_j \cdot h \quad (14)$$

式中: D_j 为第 j 层除等效墙的两根柱以外的柱的总抗侧刚度。

1.2.4 建立微分方程求解

根据 EJ_{eq} 和 C_F 求出刚度特征值 λ , 然后根据等效墙和框架柱具有相同水平位移可建立微分方程求解, 得到结构某高度处的水平位移, 对其求导即得弯矩、剪力, 具体计算可参考《多层及高层建筑结构设计》^[14].

2 算例

2.1 结构布置

建筑用途为 Loft 复式公寓, 结构共有 12 个结构层. 结构体型呈台阶式, 从底层至顶层结构沿长度方向逐层缩进, 底层长宽比为 5.8. 采用钢框架-中心支撑体系. 轴测图如图 4 所示.

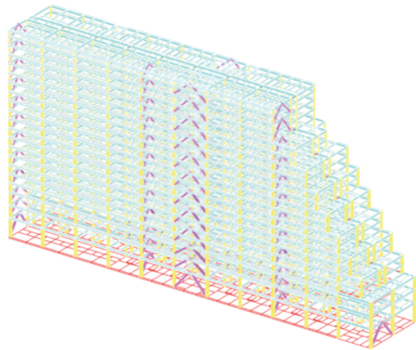


图 4 结构轴测图

Fig. 4 3D drawing of the structure

支撑沿结构短边方向(即 Y 向)布置在 1 轴、5 轴、9 轴, 并在 1 层的 12 轴增设一组支撑, 因此 2 至 12 层有三道支撑, 1 层有四道支撑. 如图 5 虚线框所示, 以下仅讨论 Y 向.

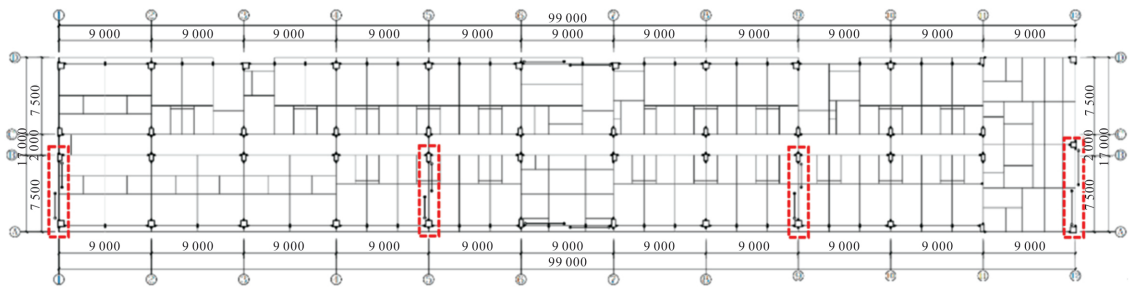


图 5 二层结构平面布置图

Fig. 5 Structure plane layout of the 2nd floor

梁采用 $H550 \times 200 \times 10 \times 16$. 首层支撑采用 $H400 \times 408 \times 21 \times 21$, 其余层支撑采用 $H350 \times 357 \times 19 \times 19$. 柱首层截面为 $\square 600 \times 30$ 和 $\square 700 \times 400 \times 30$, 顶层为 $\square 300 \times 24$ 和 $\square 350 \times 300 \times 24$, 中间层变截面.

2.2 理论计算

2.2.1 柱抗侧刚度计算

考虑柱上下端节点约束, 采用折减系数 α 对抗侧刚度进行修正, 如表 1 所示.

2.2.2 等效墙的等效抗弯刚度

支撑抗推刚度 C_d 的计算如表 2 所示.

与支撑相连的两根柱的抗推刚度之和 C_i 、各等效墙的抗推刚度 C_e 、比例系数 μ 、等效墙的等效抗弯刚度 EJ_{eq} 的计算如表 7 所示.

表 1 抗侧刚度
Tab. 1 Lateral rigidity

层号	等效墙柱 抗侧刚度	纯框架柱 抗侧刚度	总柱抗侧刚度 $D_j/N \cdot mm^{-1}$
	$D_{jw}/N \cdot mm^{-1}$	$D_{jF}/N \cdot mm^{-1}$	
12	60 301	316 543	376 844
11	33 657	175 870	209 527
10	34 570	199 944	234 514
9	66 739	386 118	452 857
8	66 739	420 833	487 572
7	91 255	576 408	667 663
6	91 255	600 833	692 088
5	91 255	640 655	731 910
4	92 636	674 549	767 185
3, 2	183 191	1 254 340	1 437 531
1	188 197	877 504	1 065 701

表 2 支撑抗推刚度 C_d

Tab. 2 Anti-push rigidity of supports C_d

层号	h/mm	b/mm	L_b/mm	T	A_b/mm^2	$\Delta_{bi,1}/\times 10^{-6} mm$	$\gamma/\times 10^{-10} rad$	$C_d/N \cdot rad^{-1}$
12	3 600	3 450	4 986	0.72	19 494	1.30	3.60	2 776 014 144
11 至 4	4 500	3 450	5 670	0.82		1.91	4.24	2 359 536 834
3, 2	3 200	3 450	4 706	0.68		1.09	3.41	2 935 934 526
1	5 500	3 450	6 492	0.94	24 654	2.26	4.12	2 429 687 849
		4 250	6 951	0.82		1.83	3.33	3 004 940 592

按层高对 EJ_{eq} 进行加权平均, 得到单层加权平均等效墙的等效抗弯刚度 $\overline{EJ}_{eq,i}$ (轴号 $i=1, 5, 9, 12$), 见表 3。

表 3 加权平均等效墙的等效抗弯刚度 $\overline{EJ}_{eq,i}$

Tab. 3 Equivalent flexural rigidity $\overline{EJ}_{eq,i}$ of the weighted average equivalent wall

	1 轴	5 轴	9 轴	12 轴
$\overline{EJ}_{eq,i}/\times 10^{17} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$	1.691	1.705	1.706	0.316

则等效墙的单层总的加权平均等效抗弯刚度为 $\sum_i \overline{EJ}_{eq,i} = 5.418 \times 10^{17} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$ 。

2.2.3 纯框架的抗推刚度

纯框架的抗推刚度 C_F 的计算如表 7 所示。 j 表示第 j 层, 则按层高进行加权平均, 纯框架柱的单层加权平均总抗推刚度 $\overline{C_F} = 2.29 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$ 。

2.2.4 楼层剪力分配

得到刚度特征值 $\lambda = H \sqrt{\frac{\overline{C_F}}{\sum_i \overline{EJ}_{eq,i}}} = 3.348$ 。

(1) 计算等效倒三角分布风载

各层受到的水平风载为 F_j , 大致呈倒三角形分布。按基底弯矩等效的原则, 计算等效标准倒三角分布荷载。基底倾覆弯矩的计算如表 4 所示。

q 为等效倒三角分布荷载的最大线荷载, 可按式(15)计算。

$$M_0 = \frac{1}{3} q H^2 \Rightarrow q = \frac{3M_0}{H^2} \quad (15)$$

得 $M_0 = 112\,560.79 \text{ kN} \cdot \text{m} \Rightarrow q = 127.319\,2 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ 。

(2) 计算 2~12 自然层的剪力

等效倒三角荷载作用下受到的内力加“'”表示。2~12 自然层的柱反弯点均在柱中部, 反弯点处的剪力 Q'_j 约为

$$Q'_j = \frac{V'_j + V'_{j-1}}{2}, j=2, 3, \dots, 12$$

式中: V'_j 为第 j 结构层标高处等效倒三角风载引起的剪力。

等效墙剪力 Q'_{wj} 约为

$$Q'_{wj} = \frac{V'_{wj} + V'_{wj-1}}{2}, j=2, 3, \dots, 12$$

纯框架柱剪力 Q'_{Fj} 约为

$$Q'_{Fj} = Q'_j - Q'_{wj}, j=2, 3, \dots, 12.$$

各结构层受到的等效倒三角形水平荷载为 y , 剪力为 V'_j , 如表 5 所示。根据相对高度 $\xi = h_j/H$ 以及刚度特征值 λ 可查倒三角形分布荷载作用下的图线^[14]得到第 j 结构层的等效墙剪力占底部总剪

力的分配比例 η_j , 进而由 $\eta_j = V'_{wj}(\xi)/V'_0$, $V'_0 = qH/2 = 3\,278 \text{ kN}$ 得到第 j 结构层标高处的等效墙剪力 V'_{wj} , 如表 5 所示。

表 4 各层倾覆弯矩及基底弯矩

Tab. 4 Pushover moment and base moment of each floor

自然层号	F_j/kN	h_j/m	$F_j \cdot h_j/\text{kN} \cdot \text{m}$
12	181	51.5	9 301
11	384	47.9	18 381
10	423	43.4	18 345
9	414	38.9	16 118
8	395	34.4	13 576
7	371	29.9	11 106
6	347	25.4	8 815
5	320	20.9	6 691
4	293	16.4	4 813
3	230	11.9	2 734
2	177	8.7	1 542
1	207	5.5	1 141

$$\text{基底弯矩 } M_0 = \sum_{j=1}^{12} F_j \cdot h_j / \text{kN} \cdot \text{m} \quad 112\,561$$

注: 各层距结构底部的距离为 h_j 。

表 5 等效倒三角风载引起的 V'_j 和 V'_{wj}

Tab. 5 V'_j and V'_{wj} induced by equivalent inverted triangle wind load

结构层号	$y/\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	V'_j/kN	$\eta_j/\%$	V'_{wj}/kN
12	127.32	0	-28	-918
11	118.42	442	-16	-525
10	107.29	950	-6	-197
9	96.17	1 408	1	33
8	85.04	1 816	9	295
7	73.92	2 173	17	557
6	62.79	2 481	25	820
5	51.67	2 739	34	1 115
4	40.54	2 946	44	1 443
3	29.42	3 103	53	1 738
2	21.51	3 185	63	2 065
1	13.60	3 241	73	2 393
0	0.00	3 278	100	3 278

(3) 计算首层的剪力

首层的柱反弯点距离柱中部较远, 反弯点处受到的总剪力 $Q'_1 = 3\,251.91 \text{ kN}$ 。根据首层反弯点的相对高度得到等效墙剪力 $Q'_{w1} = \eta_{\text{反弯点}} \cdot Q'_1$,

纯框架柱剪力 $Q'_{F1}=Q'_1-Q'_{w1}$.

理论计算方法得到的柱剪力、等效墙剪力、总剪力、柱和等效墙剪力占比结果如表 8 所示, 框架柱和支撑受到的剪力沿层高的变化规律与框架-剪力墙结构一致; 底层柱分担剪力比例小于支撑, 顶层柱分担剪力比例大于支撑, 且沿层高连续变化.

2.3 电算及与理论计算的对比

电算采用 YJK 和 SAP2000 软件, 首先对比两个软件得到的周期, 如表 6 所示, 周期差值在可接受范围内, 说明建立的模型准确.

表 6 YJK 和 SAP2000 软件前 5 个振型的周期
Tab. 6 The first five modes' period of YJK and SAP2000

振型号	YJK 周期/s	SAP2000 周期/s	差值/%
1	2.44	2.28	-7
2	2.29	2.06	-10
3	1.87	1.75	-6
4	0.78	0.74	-5
5	0.76	0.73	-4

注: 差值 = (SAP2000 周期 - YJK 周期) / YJK 周期 $\times 100\%$.

YJK 剪力分配结果从结果文本文件读取; SAP2000 剪力分配结果采用定义截面切割的方法读取.

电算得到的位移比为 1.28, 超过了 A 级高度

高层建筑不宜大于 1.2 的要求, 说明结构有一定的扭转效应, 另外, 通过观察也可明显看出该结构平面长宽比较大, 容易产生扭转. 在理论计算时, 虽然可以得到等效墙的等效抗弯刚度和纯框架刚度等参数(如表 7 所示), 但无法考虑扭转效应的影响.

2.3.1 理论计算和 SAP2000 计算结果对比

从表 8 中可看出, 对于本算例, 基于变形协调的方法更接近电算结果. 表 8“总剪力对比”第 1、2 列, 除顶层外, 最大误差为 16%, 说明理论计算结果较为准确. 理论计算采用 SAP2000 基本自振周期, 因此, 主要误差来源于理论计算将集中风载等效成倒三角分布荷载, 以及将等效荷载作用下反弯点处的剪力作为结果. 表 8“等效墙剪力占比对比”第 1、2 列, 1 层的理论计算误差仅为 5.0%, 且 1 至 7 层误差均在 15% 内, 说明对于高层 CBF 结构的中下部, 理论计算误差在可接受范围内; 而 8 至 12 层的误差均大于 40%, 理论计算方法不能考虑扭转效应, 对于高层 CBF 结构的上部计算不准确. 但因柱反弯点处的总剪力 Q'_j 随高度增大递减, 8 层受到的剪力仅为首层的 61.3%, 上部构件截面较小, 因此上部结构的剪力分配比例不是关注对象.

表 7 等效墙的等效抗弯刚度以及纯框架的抗推刚度计算表

Tab. 7 The calculation table of equivalent flexural rigidity of the equivalent wall and anti-push rigidity of pure frame

层号	等效墙的等效抗弯刚度												纯框架刚度	
	$C_t/\times 10^8 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$			$C_c/\times 10^9 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$			μ			$EJ_{eq}/\times 10^{17} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$			D_{jF}	D_{jF}
	1 轴	5 轴	9 轴	1 轴	5 轴	9 轴	1 轴	5 轴	9 轴	1 轴	5 轴	9 轴		
12	0.70	0.77	0.70	2.85	2.85	2.85	0.016	0.016	0.016	1.036	1.037	1.036	3.17	1.14
11	0.49	0.53	0.49	2.41	2.41	2.41	0.019	0.019	0.019	1.006	1.006	1.006	1.76	0.79
10	0.49	0.53	0.53	2.41	2.41	2.41	0.019	0.019	0.019	1.006	1.006	1.006	2.00	0.90
9	0.91	1.05	1.05	2.45	2.46	2.46	0.030	0.030	0.030	1.437	1.439	1.439	3.86	1.74
8	0.91	1.05	1.05	2.45	2.46	2.46	0.030	0.030	0.030	1.437	1.439	1.439	4.21	1.89
7	1.21	1.45	1.45	2.48	2.50	2.50	0.049	0.049	0.049	2.041	2.048	2.048	5.76	2.59
6	1.21	1.45	1.45	2.48	2.50	2.50	0.049	0.049	0.049	2.041	2.048	2.048	6.01	2.70
5	1.21	1.45	1.45	2.48	2.50	2.50	0.049	0.049	0.049	2.041	2.048	2.048	6.41	2.88
4	1.23	1.47	1.47	2.48	2.51	2.51	0.046	0.046	0.046	1.964	1.971	1.971	6.75	3.04
3, 2	1.73	2.07	2.07	3.11	3.14	3.14	0.037	0.037	0.037	2.117	2.124	2.124	12.54	4.01
1	2.31	2.97	3.19	2.66	2.73	2.75	0.045	0.047	0.047	2.075	2.172	2.178	8.78	4.83

注: (1)与支撑相连的两根柱的抗推刚度之和为 C_t , 等效墙的抗推刚度为 C_c ; (2)12 轴仅首层有支撑, $C_t=1.89 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$, $C_c=3.19 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$, $\mu=0.060$, $\frac{1}{1+12\mu}=0.581$, $EJ_{eq}=2.958 \times 10^{17} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$; (3)结构总高度 H 为 51.5 m; (4)纯框架的抗侧刚度 D_{jF} , 纯框架的抗推刚度为 $C_{jF}=hD_{jF} \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$.

表 8 基于变形协调的方法和 SAP2000 的结果对比

Tab. 8 The result comparison between the method based on deformation compatibility and SAP2000

层号	基于变形协调的方法			总剪力对比				等效墙剪力占比对比					
	Q'_{Fj} /kN	Q'_{wj} /kN	$\zeta/\%$	$\zeta'/\%$	Q'_j /kN	F_j /kN	误差 /%	η			η'		
								SAP 2 000/%	基于变形协 调的方法/ 误差/%	基于刚度比 的方法/误 差/%	SAP 2 000/%	基于变形协 调的方法/ 误差/%	基于刚度 比的方法/ 误差/%
12	942	-721	29	426	221	332	-33.5	-5	-22/-374	6/224	-55	-326/-493	86/256
11	1 057	-361	33	152	696	750	-7.2	6	-11/-280	19/206	32	-52/-261	88/174
10	1 261	-82	39	107	1 179	1 167	1.1	14	-3/-118	32/125	47	-7/-115	87/85
9	1 448	164	45	90	1 612	1 562	3.2	15	5/-66	39/158	37	10/-73	78/108
8	1 568	426	48	79	1 995	1 945	2.5	23	13/-42	47/108	45	21/-53	76/69
7	1 639	688	50	70	2 327	2 307	0.9	25	21/-14	50/105	42	30/-29	70/69
6	1 643	967	51	63	2 610	2 648	-1.4	31	30/-5	56/78	46	37/-20	69/50
5	1 564	1 279	48	55	2 842	2 963	-4.1	36	39/8	60/64	48	45/-6	68/42
4	1 435	1 590	44	47	3 025	3 247	-6.8	43	4/13	63/45	52	53/1	67/29
3	1 243	1 902	38	40	3 144	3 477	-9.6	54	59/7	64/17	61	61/-1	66/7
2	984	2 229	30	31	3 213	3 653	-12.0	60	69/14	65/8	64	69/8	66/2
1	727	2 524	22	22	3 252	3 908	-16.8	74	78/5	64/-14	74	78/5	64/-14

注：(1) Q'_{Fj} 为纯框架柱剪力； Q'_{wj} 为等效墙剪力； Q'_j 为柱反弯点处的总剪力；SAP2000 计算的总剪力为 F_j ；(2)柱剪力占底部总剪力比例为 ζ ；柱剪力占本层总剪力比例为 ζ' ；等效墙剪力占底部总剪力比例为 η ；等效墙剪力占本层总剪力比例为 η' ；(3)误差=(理论计算-电算)/|电算| $\times 100\%$ 。

综上，该理论计算方法可用于计算有扭转效应的、长宽比 5.8 以内的高层 CBF 结构抗侧力构件的剪力分配比例。

支撑剪力占底部总剪力比例误差分析：理论计算方法是按楼层侧移协调工作计算；电算是空间协同工作计算。误差来源包括：(1)模型简化引起的误差。各层的层高不同、支撑布置位置不同、抗侧力构件截面不同、结构平面收缩，这些都导致各层抗侧刚度不同，但理论计算方法按层高加权平均，将支撑刚度等效为了一堵高墙的刚度，将框架柱刚度等效成了一根柱的刚度，整楼得到一个刚度特征值 $\lambda=3.348$ 。如果各层分别计算，只有 10、11 层的 λ 与 3.348 差别较大，这两层正是理论计算和电算的等效墙剪力分配比例正负不一致的楼层；(2)计算假定引起的误差。该结构体型从下至上逐渐缩进且支撑布置不对称，同时长宽比较大，有扭转效应，而理论计算则遵循平面结构假定，认为在水平荷载作用下结构不绕竖轴扭转。

2.3.2 小结

工程实例是长宽比 5.8 的阶梯型高层 CBF 公寓，有扭转效应，而理论计算没有考虑扭转对剪力分配比例的影响，通过与电算对比，基于变形协调的理论计算方法对高层 CBF 结构的中下部计

算结果较为准确，且中下部结构受到水平荷载较大，是重点关注对象。因此，对于长宽比在 5.8 范围内、有扭转效应的高层 CBF 结构，将支撑等效为剪力墙，将纯框架等效为柱的理论计算方法对于结构中下部成立。

2.4 CBF 体系优化

具体做法：(1)设置梁柱铰接节点；(2)将支撑钢材从 Q345GJ 改为 Q235(或自定义材料，用低屈服点钢材)。设置梁柱铰接节点时，应避免使用支撑结构这种单抗侧力体系^[15]，采用重力-抗侧力框架可分体系^[7]会导致本算例构件大量验算不合格，原因可能是本文结构的长宽比高达 5.8 大于文献^[7]中的 2。所以，减少梁柱铰接节点数量，仅在无支撑的槓处对称设置铰接节点，如图 6 虚线框所示。

通过释放与柱相连的梁端弯矩模拟铰接，随后减小柱截面进行优化。设置铰接节点后，柱应力比明显降低，将所有与梁铰接的箱型框架柱截面高度减小 50 mm、壁厚减小 4 mm。值得注意的是，不能牺牲柱的应力比和稳定性，另外，应维持整体指标基本不变。下面将对结构优化前后的周期比、最大层间位移角、最大应力比，以及用钢量进行对比分析。

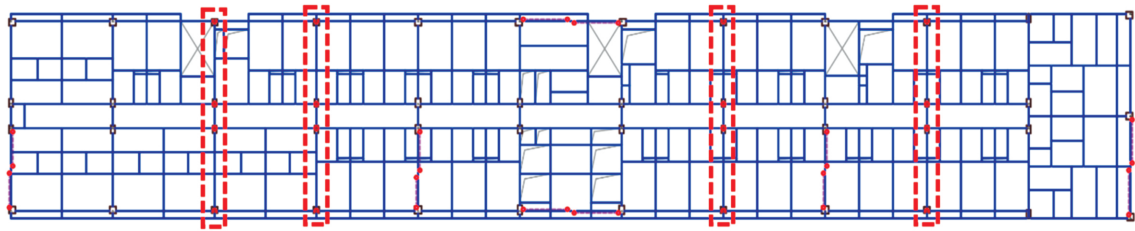


图 6 梁柱铰接节点布置图

Fig. 6 Layout of beam-column pinned joint

2. 4. 1 周期比

SAP2000 原始模型的 $T_1=2.28\text{ s}$; $T_2=2.06\text{ s}$; $T_3=1.75\text{ s}$; 周期比为 0.77; 优化后 $T_1=2.45\text{ s}$; $T_2=2.35\text{ s}$; $T_3=1.87\text{ s}$; 周期比为 0.76. 周期比基本维持不变.

2. 4. 2 最大层间位移角

如图 7 所示, 最大层间位移角变化幅度不大. 优化后模型(I')的层间位移角相较于原始模型(I), 最大增加 18.85%.

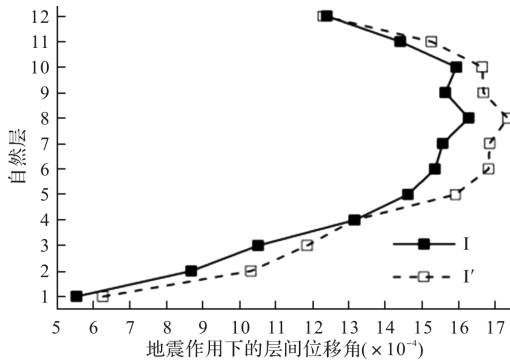


图 7 自然层-最大层间位移角

Fig. 7 Drawing of floor-maximum story drift

2. 4. 3 最大应力比

分别观察无支撑的刚接节点和铰接节点的柱的最大应力比变化. 两类柱在两种模型中的应力比随层高的变化如表 9、图 8 所示.

对比两模型的 I 和 I', 无支撑处柱的最大应力比随层高变化的趋势不变. 优化后无支撑处柱的最大应力比的平均增幅为 15%, 最大增幅出现在 11 层, 为 30%, 而 9 层以下增幅均不超过 18%. 因为结构上部的应力比小, 安全储备大, 变动可接受.

对比两模型的 II 和 II', 设置铰接处柱的最大应力比随层高变化的趋势不变. 优化后设置铰接处柱的最大应力比的平均增幅为 8%, 最大增幅出现在 11 层, 为 27%, 而 8 层以下增幅均不超过 15%. 同理, 变动可接受.

表 9 无支撑的刚接节点和铰接节点的柱的最大应力比变化

Tab. 9 The change of maximum stress ratio of column of rigid joint and pinned joint without supports

层号	传统模型中的柱		优化后模型中的柱	
	无支撑的刚接节点处(I)	待点铰节点处(II)	无支撑的刚接节点处(I')	铰接节点处(II')
12	0.55	0.34	0.68	0.25
11	0.50	0.44	0.65	0.56
10	0.66	0.71	0.80	0.85
9	0.52	0.67	0.66	0.62
8	0.65	0.65	0.69	0.80
7	0.44	0.43	0.51	0.46
6	0.56	0.47	0.56	0.54
5	0.56	0.58	0.66	0.62
4	0.69	0.70	0.78	0.76
3	0.74	0.73	0.82	0.80
2	0.81	0.81	0.89	0.85
1	0.84	0.85	0.90	0.92

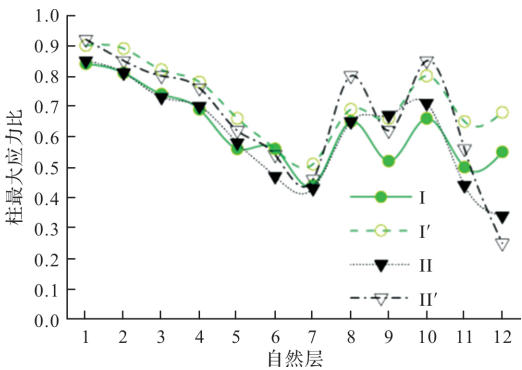


图 8 无支撑的刚接节点和铰接节点的柱的最大应力比变化

Fig. 8 The change of maximum stress ratio of column of rigid joint and pinned joint without supports

2. 4. 4 用钢量

由表 10 可知, 优化后柱用钢量减少了 63.4 t, 相比优化前降低了 7%; 总用钢量减少了 105.2 t, 单位面积用钢量减小了 5.8 t, 相比优化前降低了 5%, 有一定的成效. 优化前支撑应力比已很大, 为最优截面, 板件宽厚比为 S3. 优化后结构刚度降低, 支撑受到的荷载减小, 支撑截面整体减小; 同时, 将支撑变为 Q235 钢材, 宽厚比等级提高到

S2, 综合来讲支撑用钢量有所降低。

表 10 优化前后用钢量对比

Tab. 10 The comparison of steel consumption before and after optimization

层号	单层总用钢量/t		单位面积用钢量/kg·m ⁻²	
	优化前	优化后	优化前	优化后
12	105.3	99.7	85.0	80.5
11	128.0	121.4	103.4	98.0
10	138.0	131.3	103.9	98.9
9	161.7	152.2	116.1	109.3
8	171.0	162.2	118.4	112.3
7	214.7	203.5	143.6	136.1
6	217.9	206.7	140.9	133.6
5	230.9	219.7	144.4	137.5
4	223.6	217.0	135.6	131.6
3	198.5	190.2	116.5	111.7
2	198.5	190.3	116.5	111.7
1	252.7	241.3	148.3	141.7
全楼	2 240.8	2 135.6	124.2	118.4
变化	-105.2		-5.8	

2.4.5 剪力分配

用 YJK 原始模型计算的风载作用下的剪力分配比例如表 11 所示。观察柱剪力占底部总剪力比例 ζ 和支撑剪力占底部总剪力比例 η ，框架柱和支撑受到的剪力沿层高的变化规律与框剪结构一致。观察柱剪力占本层总剪力比例 ζ' 和支撑剪力占本层总剪力比例 η' ，底层柱分担剪力比例小于支撑，顶层柱分担剪力比例大于支撑，且中下层沿层高连续变化。

表 11 YJK 原始模型的剪力分配汇总表

Tab. 11 Shear force distribution of YJK original model

层号	F_{Fj}/kN	F_{wj}/kN	F_j/kN	$\zeta/\%$	$\eta/\%$	$\zeta'/\%$	$\eta'/\%$
11	427	313	739	11	8	58	42
9	885	667	1 552	23	17	57	43
7	1 194	1 104	2 298	31	28	52	48
5	1 282	1 673	2 955	33	43	43	57
3	1 264	2 207	3 471	32	57	36	64
1	1 070	2 833	3 902	27	73	27	73

注：(1)框架柱剪力为 F_{Fj} ；支撑(等效墙)剪力为 F_{wj} ；总剪力为 F_j ；柱剪力占底部总剪力比例为 ζ ；柱剪力占本层总剪力比例为 ζ' ；支撑剪力占底部总剪力比例为 η ；支撑剪力占本层总剪力比例为 η' 。(2)由于各物理量沿层高连续变化，仅给出了奇数层结果。

用 SAP2000 原始模型计算的风载作用下的剪力分配比例如表 12 所示，以 SAP2000 结果为准，YJK 与 SAP2000 的框架柱剪力 F_{Fj} 相差 4%~

17%；总剪力 F_j 最大相差 -1%；柱剪力占底部总剪力比例 ζ 最大相差 4%~17%；柱剪力占本层总剪力比例 ζ' 最大相差 8%。结果与 YJK 基本一致，部分误差较大的原因是两个软件提取柱剪力的方法不同，SAP2000 是通过人为定义切割截面的方法提取的柱剪力，定义截面的时候没有算入和支撑相连的柱，而 YJK 是软件自动读取的所有柱的剪力。

表 12 SAP2000 原始模型的剪力分配汇总表

Tab. 12 Shear force distribution of SAP2000 original model

层号	F_{Fj}/kN	F_{wj}/kN	F_j/kN	$\zeta/\%$	$\eta/\%$	$\zeta'/\%$	$\eta'/\%$
11	509	242	750	13	6	68	32
9	978	584	1 562	25	15	63	37
7	1 349	958	2 307	35	25	59	42
5	1 540	1 423	2 963	39	36	52	48
3	1 349	2 127	3 477	35	54	39	61
1	1 018	2 890	3 908	26	74	26	74

由于优化前 YJK 和 SAP2000 软件结果相近，结合两个软件的结果，用 YJK 优化后(点铰且优化截面)结果与 SAP2000 仅点铰的模型比较，分别如表 13 和表 14 所示。YJK 模型相对于 SAP2000 模型，1 层至 3 层柱剪力占底部总剪力比例 ζ 更大，最大增幅 9%，4 层至 12 层 ζ 更小，最大减小 5%；1 层至 3 层支撑剪力占底部总剪力比例 η 更小，最大减小 9%，4 层至 12 层 η 更大，最大增幅 5%。柱剪力占本层总剪力比例 ζ' 、支撑剪力占本层总剪力比例 η' 的变化规律和 ζ 、 η 一致，减小截面后，1 层至 3 层 ζ' 最大增幅 10%，4 层至 12 层 ζ' 最大减小 13%； η' 变化为 ζ' 变化的相反数。

表 13 优化后 YJK 的剪力分配汇总表

Tab. 13 Shear force distribution of YJK model

after optimization							
层号	F_{Fj}/kN	F_{wj}/kN	F_j/kN	$\zeta/\%$	$\eta/\%$	$\zeta'/\%$	$\eta'/\%$
12	422	-103	319	11	-3	132	-32
11	356	384	739	9	10	48	52
10	426	731	1 157	11	19	37	63
9	693	862	1 555	18	22	45	55
8	784	1 159	1 943	20	29	40	60
7	1 025	1 282	2 307	26	33	44	56
6	1 104	1 548	2 652	28	39	42	58
5	1 326	1 648	2 974	34	42	45	55
4	1 198	2 042	3 240	30	52	37	63
3	1 376	2 130	3 506	35	54	39	61
2	1 384	2 299	3 683	35	58	38	62
1	1 026	2 914	3 939	26	74	26	74

表 14 仅点铰 SAP2000 的剪力分配汇总表
Tab. 14 Shear force distribution of SAP2000 model which only hinged the beam-column joint

层号	F_{Fj}/kN	F_{Wj}/kN	F_j/kN	$\zeta/\%$	$\eta/\%$	$\zeta'/\%$	$\eta'/\%$
12	475	-149	327	12	-4	146	-46
11	456	289	745	12	7	61	39
10	573	587	1 161	15	15	49	51
9	818	736	1 554	21	19	53	47
8	967	972	1 938	25	25	50	50
7	1 167	1 131	2 298	30	29	51	49
6	1 249	1 391	2 640	32	36	47	53
5	1 365	1 591	2 956	35	41	46	54
4	1 367	1 873	3 241	35	48	42	58
3	1 040	2 436	3 477	27	62	30	70
2	1 020	2 633	3 653	26	67	28	72
1	847	3 062	3 908	22	78	22	78

SAP2000 原始模型相对于仅点铰的模型的柱剪力占底部总剪力比例 ζ 、支撑剪力占底部总剪力比例 η 对比如表 15 所示, 原始模型 ζ 各层均大于点铰模型; 原始模型 η 各层均小于点铰模型. 点铰后 ζ 减小 1.0%~7.9%, 平均减小 4.1%, 且下层减小幅度较大, 由于下层受力较大, 柱剪力可以大幅减小; η 增大 0.9%~7.9%, 平均增大 3.9%.

表 15 SAP2000 原始模型和仅点铰模型的对比
Tab. 15 The comparison of between SAP2000 original model and the model which only hinged the beam-column joint

层号	$\zeta/\%$		$\eta/\%$	
	传统	点铰	传统	点铰
12	13	12	-5	-4
11	13	12	6	7
10	16	15	14	15
9	25	21	15	19
8	27	25	23	25
7	35	30	25	29
6	37	32	31	36
5	39	35	36	41
4	40	35	43	48
3	35	27	54	62
2	34	26	60	67
1	26	22	74	78

3 结论

本文以长宽比较大的典型高层公寓结构作为算例, 将基于变形协调和基于刚度比的两种理论计算方法得到的抗侧力构件的剪力分配结果与 SAP2000 的结果进行了对比. 同时, 针对该算例,

通过设置四榀对称的铰接钢框架梁柱节点, 对结构进行了用钢量优化, 得到以下结论:

(1)基于支撑体系与框架体系的变形协调的理论计算方法可以用来计算有扭转效应的、长宽比 5.8 以内的长条形典型高层公寓 CBF 结构的抗侧力构件的剪力分配比例. 对于结构中下部, 此法计算出的支撑体系受到的剪力占底部总剪力的比例与 SAP2000 计算结果的最大误差为负 14%;

(2)基于变形协调的理论计算方法仅在结构中下部与电算结果接近, 上部误差大, 产生误差的主要原因为: 支撑布置位置不同等导致各层的支撑体系与框架体系的刚度不同, 但理论计算方法按层高进行了加权平均; 基于变形协调的方法遵循平面结构假定, 而电算位移比为 1.28, 说明结构有一定扭转;

(3)长条形 CBF 结构沿长边的框架榀数较多, 框架体系分担的剪力较大, 从受力的角度出发, 通过改变结构体系来改变两个抗侧力体系的内力分布, 即通过设置对称梁柱铰接节点来减小框架体系受到的剪力, 改变剪力在支撑体系与框架体系之间的分配比例, 进而减小与梁铰接的框架柱的截面尺寸. 针对算例, 选取四榀对称框架的梁柱节点设为铰接. 点铰处理后, 支撑体系与框架体系受到的剪力占底部总剪力的比例分别平均增大 4%、平均减小 4% 左右; 在结构的周期比、最大层间位移角、柱最大应力比基本维持不变的前提下, 优化后总用钢量减少了 105.2 t, 单位面积用钢量减小了 5.8 t, 相比优化前降低了 5%.

参考文献 References

[1] American Institute of Steel Construction. Seismic provisions for structural steel buildings: ANSI/AISC 341-16[S]. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2016.

[2] 张文元, 李鸿维, 曾立静, 等. 中心支撑-钢框架结构抗震性能 and 设计方法综述[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(4): 1-9.

ZHANG Wenyuan, LI Hongwei, ZENG Lijing, et al. Review of seismic performance and design methods of steel concentrically braced frames[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(4): 1-9.

[3] GOEL S C, EL-Tayem A A. Cyclic load behavior of angle-X-bracing[J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112(11): 21063.

[4] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑抗震设计规

- 范: GB 50011—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for seismic design of buildings: GB 50011—2010[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010.
- [5] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 高层民用建筑钢结构技术规程: JGJ 99—2015[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical specification for steel structure of tall building: JGJ 99—2015[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2016.
- [6] 但泽义. 钢结构设计手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.
- DAN Zeyi. Manual of steel structure design[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2019.
- [7] 张爱林, 林海鹏, 张艳霞, 等. 重力-抗侧力可分钢框架体系受力性能分析[J]. 建筑钢结构进展, 2020, 22(3): 37-47.
- ZHANG Ailin, LIN Haipeng, ZHANG Yanxia, et al. Mechanical performance analysis of a separable gravity-lateral resistant steel frame system[J]. Progress in Steel Building Structures, 2020, 22(3): 37-47.
- [8] 叶列平, 程光煜, 曲哲, 等. 基于能量抗震设计方法研究及其在钢支撑框架结构中的应用[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(11): 36-45.
- YE Lieping, CHENG Guangyu, QU Zhe, et al. Study on energy-based seismic design method and application on steel braced frame structures[J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(11): 36-45.
- [9] ZENG L J, ZHANG W Y, DING Y K. Representative strain-based fatigue and fracture evaluation of I-shaped steel bracing members using the fiber model[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2019, 160: 476-489.
- [10] WIJESUNDARA K K, NASCIMBENE R, SULLIVAN T J. Equivalent viscous damping for steel concentrically braced frame structures[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2011, 9(5): 1535-1558.
- [11] SANTAGATI S, BOLOGNINI D, NASCIMBENE R. Strain life analysis at low-cycle fatigue on concentrically braced steel structures with RHS shape braces[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2012, 16: 107-137.
- [12] 陆铁坚, 余志武. 带支撑多层钢框架结构的内力和位移计算[J]. 长沙铁道学院学报, 2002, 20(3): 7-11.
- LU Tiejian, YU Zhiwu. Calculation of internal force and displacement of braced multi-storey steel frame[J]. Journal of Changsha Railway University, 2002, 20(3): 7-11.
- [13] 郑廷银, 赵惠麟. 高层建筑支撑钢框架结构二阶位移的实用计算[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2000, 30(4): 43-47.
- ZHENG Tingyin, ZHAO Huilin. A practical approach for second order displacements of braced steel frames in tall buildings[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2000, 30(4): 43-47.
- [14] 方鄂华. 多层及高层建筑结构设计[M]. 北京: 地震出版社, 1995.
- FANG Ehua. Structural design of multistory and high-rise buildings[M]. Beijing: Seismological Press, 1995.
- [15] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 钢结构设计标准: GB 50017—2017[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for design of steel structures: GB 50017—2017[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017.

(编辑 沈 波)