

# 竖井结构初衬及二次衬砌竖向地震响应解析解

张 卜<sup>1,2</sup>, 卢立东<sup>1</sup>, 钟紫蓝<sup>1,2</sup>, 姬若愚<sup>1</sup>, 杜修力<sup>1,2</sup>

(1. 北京工业大学 城市建设学部, 北京 100124; 2. 北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 基于弹性地基杆理论建立了考虑竖井结构初衬和二次衬砌竖向地震响应力学模型。将竖井初衬和二次衬砌简化为两根平行的杆, 采用均布的弹簧模拟竖井初衬与二次衬砌间的切向相互作用, 推导了竖向地震作用下的竖井振动微分控制方程, 通过将场地地震自由场位移转换为施加在初衬上的简谐荷载实现了地震动作用施加, 结合分布传递函数法基本理论实现了竖井初衬和二次衬砌竖向地震响应快速求解, 并通过与有限元数值模拟方法对比, 验证了本文解析解的可行性。最后应用该解析解表达式分别从地基弹簧刚度、二次衬砌刚度和竖井外径的角度出发对竖井顶部地震响应开展参数化分析。结果发现: 随着地基弹簧刚度增大, 初衬顶部的竖向位移响应会略微增大, 二次衬砌响应却会减小; 二次衬砌刚度的变化对竖井顶部竖向位移响应无显著影响; 随着竖井外径的增大, 初衬和二次衬砌顶部竖向位移响应均会减小, 其中二次衬砌减小更为明显。研究方法和结论可为竖井抗震设计提供一定参考, 并为今后竖井的抗震研究提供理论方法和科学依据。

**关键词:** 地下结构抗震; 竖井地震响应; 竖井衬砌; 弹性地基杆

中图分类号: TU9; U45

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2023)02-0196-09

## Analytical solution of vertical seismic response of primary lining and secondary lining of shaft structure

ZHANG Bu<sup>1,2</sup>, LU Lidong<sup>1</sup>, ZHONG Zilan<sup>1,2</sup>, JI Ruoyu<sup>1</sup>, DU Xiuli<sup>1,2</sup>

(1. Faculty of Architecture, Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Technology,  
Beijing 100124, China; 2. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education,  
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** In this paper, a mechanical model of the vertical seismic response of shaft with considering primary lining and secondary lining is established based on the elastic foundation rod theory. The primary lining and secondary lining of the shaft are simplified into two parallel rods, a homogeneous spring is used to simulate the tangential interaction between the primary lining and the secondary lining of the shaft, and the differential control equation of the vibration of the shaft under vertical earthquake is derived. The ground motion is realized by converting the free field displacement of the site earthquake into a simple harmonic load applied to the primary lining. Combined with the basic theory of the distributed transfer function method, the vertical seismic response of the primary lining and the secondary lining of the shaft is quickly solved. The feasibility of the analytical solution is verified by comparison with the finite element numerical simulation method. Finally, the expressions of the analytical solution are applied to parametrically analyze the top seismic response of the shaft from the perspectives of the foundation spring stiffness, secondary liner stiffness and shaft outer diameter respectively. The results show that with the increase of foundation spring stiffness, the vertical displacement response at the top of the primary lining will increase slightly, while the response of the secondary lining will decrease. The change of secondary lining stiffness has no significant effect on the vertical displacement response at the top of the shaft. With the increase of the outer diameter of the shaft, the vertical displacement response at the top of the primary lining and the secondary lining will decrease, and

收稿日期: 2022-07-11 改稿日期: 2023-02-20

基金项目: 国家重点研发计划资助(2022YFC3004300); 中国博士后科学基金资助项目(2021M700311); 北京市博士后国际交流培养资助派出项目(2022-PC-03)

第一作者: 张 卜(1990—), 男, 博士, 助理研究员, 主要从事隧道及地下结构抗震研究. E-mail: zhangbu@bjut.edu.cn

通信作者: 钟紫蓝(1986—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事地下结构抗震研究. E-mail: zilanzhong@bjut.edu.cn

the decrease of the secondary lining is more obvious. The research methods and conclusions can provide some reference for seismic design of shaft, and provide theoretical methods and scientific basis for seismic research of shaft in the future.

**Key words:** seismic resistance of underground structures; shaft seismic response; shaft lining; elastic foundation rod

目前, 我国地下空间工程发展迅速, 且已有地下结构震害表明, 地下结构在地震中亦会受到损坏, 为保证其安全, 需要对地下结构进行充分抗震设计<sup>[1-6]</sup>。地下结构动力响应受到周边土体控制, 地基土变形是地下结构震害的主要诱因<sup>[7-8]</sup>。竖井作为地下基础设施工程, 是地上与地下结构联系的“纽带”, 在调节地下结构的气压、通风换气及防灾救援等方面发挥着重要作用<sup>[9-10]</sup>, 其在地震中遭受破坏后会发生衬砌开裂和渗漏水等难以修复的问题, 因此, 明确竖井初衬和二次衬砌组成系统在地震下的动力响应对竖井结构抗震设计具有重要意义。

竖井与隧道结构分别作为竖直线状与水平线状两种常见地下结构形式, 其中隧道抗震研究较为成熟, 可为竖井研究提供借鉴意义, 隧道的地震响应研究方法主要采用理论解析、数值模拟和模型试验<sup>[11]</sup>。Zhong 等<sup>[12]</sup>研究了隧道在断层运动引起断层裂隙带变形作用下的性能; Kirzhner 等<sup>[13]</sup>分析了隧道围岩在地震作用下的动力响应; Amorosi 等<sup>[14]</sup>建立二维有限元模型研究了黏土中圆形隧道的横向动力响应; Wang 等<sup>[15]</sup>分析了厚膨胀土层中隧道衬砌的地震响应; 袁勇等<sup>[16-17]</sup>、禹海涛等<sup>[18]</sup>使用振动台模型试验研究了长大隧道在非一致激励下的地震响应机制。由于数值模拟技术要求相对较高, 模型试验周期较长, 许多学者通过解析解推导进行分析, Park 等<sup>[19]</sup>研究了圆形隧道衬砌在地震作用下椭圆形变形时的力与力矩解析解; 禹海涛<sup>[20]</sup>推导了均质地层长隧道纵向地震响应解析解; 张栋梁<sup>[21]</sup>推导出地震中自由场土体剪应变最大时刻土-结构间不滑移和完全滑移两种接触条件下圆形衬砌动内力的解析解。

对于竖井结构抗震研究, Zhang 等<sup>[22-24]</sup>对线弹性地层中文克勒地基模型下竖井的地震响应提出了理论解析解, 基于拟静力法推导了名义柔度比公式评估竖井动力响应特征, 并采用三维动力时程分析方法研究了上海软土中的大型竖井地震响应; Zhang 等<sup>[25-27]</sup>提出了在横向荷载作用下竖井与隧道接头处隧道和竖井分别的动力响应解析解, 推导了 SH 波下竖井-隧道接头处的地震响应解析解; Mayoral 等<sup>[28]</sup>对黏性土条件地震作用下竖井结构损伤曲线进行了研究; Kim 等<sup>[29]</sup>采用动力分析方法和拟静力分析方法对竖井及其周围土体之

间的荷载传递机理和动力响应进行了数值分析; Guerra 等<sup>[30]</sup>提出一种新数值模型研究大直径混凝土衬砌竖井在地震激励下的响应; 陈向红等<sup>[9]</sup>针对深水中的隧道竖井, 推导了软土地基中结构的动力平衡方程并进行求解; 申玉生等<sup>[10]</sup>分析了穿越上软下硬地层公路隧道竖井结构抗震性能。结合以上已有隧道和竖井抗震研究发现, 已有研究主要集中于单个竖井结构地震响应分析, 缺乏同时考虑竖井初衬和二次衬砌相互作用的竖井地震响应研究, 亟需推导并建立地震作用下竖井初衬和二次衬砌动力响应解析解。

本文基于分布传递函数法基本理论<sup>[31]</sup>, 采用广义位移法的基本思想<sup>[32]</sup>, 即竖井的地震响应受到周围地层响应控制, 将周围地层与竖井结构初衬和二次衬砌简化为相互作用的文克勒地基杆系统, 推导了地震作用下二者竖向动力响应闭式解析解, 并将其与有限元法数值解进行对比验证, 最后从地基弹簧刚度、二次衬砌刚度和竖井外径的角度出发分别对初衬和二次衬砌顶部位置竖向位移地震响应进行参数化分析, 得出一定规律, 研究方法和结论可为竖井抗震设计提供一定参考, 并为今后竖井的抗震研究提供理论方法和科学依据。

## 1 竖井模型与假定

本文将竖井结构初衬及二次衬砌简化为两根平行可竖向振动的杆, 初衬周边土层简化为文克勒粘弹性地基, 其中均匀分布的弹簧和阻尼器分别模拟竖井周围土体的动切向刚度和辐射阻尼, 假设初衬与二次衬砌之间切向为弹性连接, 忽略法向作用, 将其简化为均匀分布的切向弹性连接层, 竖井的初衬与二次衬砌构成了一个文克勒地基杆系统, 其简化计算模型如图 1 所示。其中初衬简化为杆 1, 二次衬砌简化为杆 2。杆 1 的抗拉刚度为  $E_1 A_1$ , 等效线密度为  $\rho_1$ ; 杆 2 的抗拉刚度为  $E_2 A_2$ , 等效线密度为  $\rho_2$ ; 侧向土层分布弹簧刚度为  $K_e$ , 辐射阻尼系数为  $C_s$ ; 杆 1 与杆 2 之间切向弹簧刚度为  $K$ , 竖井的长度为  $L$ 。在地震动激励作用下, 初衬简化杆的竖向位移响应为  $w_1(z, t)$ , 二次衬砌简化杆的竖向位移响应为  $w_2(z, t)$ 。

计算分析时的简化假定如下: ①竖井初衬和二次衬砌为各向同性并且均质的线弹性体; ②初

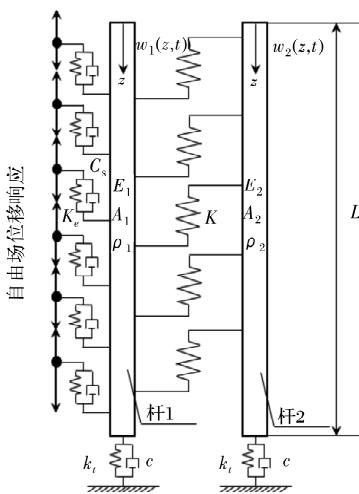


图1 简化计算模型示意图

Fig. 1 Diagram of simplified calculation modal

衬与二次衬砌顶部为自由端，底部假设为弹性边界，通过弹簧和阻尼器与场地连接；③地震激励为垂直入射的P波，在地震激励作用下土层自由场产生竖向位移响应，竖井初衬和二次衬砌在自由场位移作用下随之产生竖向位移响应。

## 2 解析解推导

### 2.1 运动控制方程

地震波垂直入射引起的自由场位移施加在竖井上，使得初衬与二次衬砌组成的文克勒地基杆系统产生响应，在简化模型中将地震位移作用于粘弹性地基远离结构的一侧，以此模拟文克勒地基杆系统在地震作用下的响应。取系统中微元体进行力平衡分析，容易得到以下两个耦合的微分控制方程为

$$\begin{aligned} E_2 A_2 \frac{\partial^2 w_2(z, t)}{\partial z^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 w_2(z, t)}{\partial t^2} - K(w_2(z, t) \\ - w_1(z, t)) = 0 \\ E_1 A_1 \frac{\partial^2 w_1(z, t)}{\partial z^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 w_1(z, t)}{\partial t^2} + K(w_2(z, t)) \\ - K_e(w_1(z, t) - u_{ff}(z, t)) \\ - C_s \left( \frac{\partial w_1(z, t)}{\partial t} - \frac{\partial u_{ff}(z, t)}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中： $w_1(z, t)$ 为杆1的竖向位移； $w_2(z, t)$ 为杆2的竖向位移， $E_1$ 为杆1的弹性模量； $E_2$ 为杆2的弹性模量， $A_1$ 为杆1的面积； $A_2$ 为杆2的面积， $\rho_1$ 和 $\rho_2$ 分别为杆1和杆2的等效线密度， $K$ 为杆1和杆2之间的切向弹簧刚度， $K_e$ 为土层分布弹簧刚度， $C_s$ 为辐射阻尼系数， $u_{ff}(z, t)$ 为自由场随着深度方向的竖向位移。

将(1)式中的自由场位移项移到等式右端，等

效为加载在杆1上的荷载，变形后的控制方程为

$$\begin{aligned} E_2 A_2 \frac{\partial^2 w_2(z, t)}{\partial z^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 w_2(z, t)}{\partial t^2} - K(w_2(z, t) \\ - w_1(z, t)) = 0 \\ E_1 A_1 \frac{\partial^2 w_1(z, t)}{\partial z^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 w_1(z, t)}{\partial t^2} + K(w_2(z, t) \\ - w_1(z, t)) \\ - K_e w_1(z, t) - C_s \frac{\partial w_1(z, t)}{\partial t} = f_1(z, t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中： $f_1(z, t) = -K_e u_{ff}(z, t) - C_s \frac{\partial u_{ff}(z, t)}{\partial t}$

为外加在杆1上的等效荷载。

### 2.2 地震响应解析解

将上式进行初始条件为0的拉普拉斯变换，关于时间 $t$ 的函数可以变换为关于复数参数 $s$ 的函数，得到下式为

$$\begin{aligned} E_2 A_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_2(z, s)}{\partial z^2} - (\rho_2 s^2 + K) \bar{w}_2(z, s) \\ + K \bar{w}_1(z, s) = 0 \\ E_1 A_1 \frac{\partial^2 \bar{w}_1(z, s)}{\partial z^2} + K \bar{w}_2(z, s) - (\rho_1 s^2 + K + K_e \\ + C_s s) \bar{w}_1(z, s) = \bar{f}_1(z, s) \end{aligned} \quad (3)$$

再将式(3)写为状态空间的形式为

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{\eta}(z, s) = \mathbf{F}(z, s) \hat{\eta}(z, s) + \mathbf{P}(z, s) \quad (4)$$

式中的 $\hat{\eta}(z, s)$ ， $\mathbf{P}(z, s)$ ， $\mathbf{F}(z, s)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{\eta}(z, s) &= \{\bar{w}_2, \bar{w}'_2, \bar{w}_1, \bar{w}'_1\}^\top \\ \mathbf{P}(z, s) &= \left\{ 0, 0, 0, \frac{\bar{f}_1(z, s)^\top}{E_1 A_1} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$\mathbf{F}(z, s)$ 是一个由控制方程中参数组成的 $4 \times 4$ 矩阵，可以写为

$$\mathbf{F}(z, s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_2 s^2 + K}{E_2 A_2} & 0 & -\frac{K}{E_2 A_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K}{E_1 A_1} & 0 & \frac{\rho_1 s^2 + K + K_e + C_s s}{E_1 A_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据假设，杆1与杆2顶部为自由端，底部为弹性边界，其边界条件满足以下表达式。

$$\begin{aligned} w'_1(0, t) &= w'_2(0, t) = 0 \\ k_t w_1(L, t) + c \frac{\partial w_1(L, t)}{\partial t} + E_1 A_1 w'_1(L, t) &= 0 \\ k_t w_2(L, t) + c \frac{\partial w_2(L, t)}{\partial t} + E_2 A_2 w'_2(L, t) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $k_t$  为弹性边界竖向刚度,  $c$  为弹性边界辐射阻尼。

将上述边界条件进行拉普拉斯变换并也写为矩阵的形式为

$$\mathbf{M}_b \hat{\boldsymbol{\eta}}(0, s) + \mathbf{N}_b \hat{\boldsymbol{\eta}}(L, s) = 0 \quad (8)$$

则矩阵  $\mathbf{M}_b$  和  $\mathbf{N}_b$  分别为

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_t + cs & E_2 A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_t + cs & E_1 A_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据 Liu 的分布传递函数法公式<sup>[31]</sup>, 在  $s$  域内控制方程(3)式的解可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}(z, s) = \int_0^L \hat{\mathbf{G}}(z, \xi, s) \mathbf{P}(\xi, s) d\xi \quad (10)$$

式中  $\hat{\mathbf{G}}(z, \xi, s)$  的形式为

$$\hat{\mathbf{G}}(z, \xi, s) = \begin{cases} \hat{\mathbf{H}}(z, s) \mathbf{M}_b \Phi(0, \xi, s), & \xi < x \\ -\hat{\mathbf{H}}(z, s) \mathbf{N}_b \Phi(L, \xi, s), & \xi > x \end{cases} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}(z, s) &= \Phi(z, 0, s) \mathbf{Z}^{-1}(s) \\ \mathbf{Z}(s) &= \mathbf{M}_b + \mathbf{N}_b \Phi(L, 0, s) \end{aligned} \quad (12)$$

$\Phi(z, \xi, s)$  为状态转移矩阵, 其形式为

$$\Phi(z, \xi, s) = \mathbf{U}(z, s) \mathbf{U}^{-1}(\xi, s) \quad (13)$$

式中:

$$\mathbf{U}(z, s) = e^{z\mathbf{F}(s)} \quad (14)$$

杆 1 上的等效外荷载为

$$f_1(z, t) = -K_e u_{ff}(z, t) - C_s \frac{\partial u_{ff}(z, t)}{\partial t},$$

在频域中  $u_{ff}(z, t)$  可以表示为下式.

$$u_{ff}(z, t) = U_{ff}(z) e^{i\omega t} \quad (15)$$

式中  $U_{ff}(z, t)$  可以进一步表示为<sup>[33]</sup>

$$u_{ff}(z, t) = \cos(k_s z) u_0 e^{i\omega t}$$

其中:  $k_s = \sqrt{\rho_s \omega^2 / (\lambda_s^* + 2G_s^*)}$ ;  $G_s^* = G_s(1+2i\beta_s)$ ;  $\lambda_s^* = 2G_s^* v_s / (1-2v_s)$

式中:  $u_0$  为土体表面的简谐振动位移幅值;  $\omega$  为圆频率;  $G_s = E_s / 2(1+v_s)$  为土层的剪切模量;  $E_s$ 、 $\rho_s$ 、 $\beta_s$  和  $v_s$  分别是土层的弹性模量、密度、阻尼比和泊松比。将上式代入到荷载向量  $\mathbf{P}(z, s)$  中并且把  $s$  替换为  $i\omega$ , 通过式(10)可以得到系统的解析解向量为

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}(z, t) = e^{i\omega t} \int_0^L \hat{\mathbf{G}}(z, \xi, i\omega) \mathbf{P}(\xi) d\xi \quad (17)$$

其中  $\mathbf{P}(\xi)$  表达式为

$$\mathbf{P}(\xi) = \left\{ 0, 0, 0, \frac{(-K_e - C_s i\omega) u_0 \cos(k_s z)}{E_1 A_1} \right\}^\top \quad (18)$$

(6)式中体现场地土层与竖井相互作用的分布弹簧刚度和辐射阻尼系数可以写为<sup>[34]</sup>

$$K_e \approx 0.6 E_s \left( 1 + \frac{1}{2} \sqrt{a_0} \right) \quad C_s \approx a_0^{-1/4} \pi d \rho_s V_s \quad (19)$$

式中: 系数  $a_0 = \omega d / V_s$ ,  $d$  为竖井外径,  $V_s = \sqrt{G_s / \rho_s}$  为土层剪切波速, 当  $\omega \leq w_c = \pi \times V_s / 2L$  时,  $C_s = 0$ .

弹性边界的弹簧刚度和辐射阻尼可以表示为<sup>[35]</sup>

$$k_t \approx \frac{E_s (1+2i\beta_s) d}{1-v_s^2} \quad c \approx \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 \rho_s V_{La} \quad (20)$$

式中:  $V_{La} = \frac{3.4}{\pi(1-v_s)} V_s$ , 式中符号含义同上.

通过将土体顶部竖向位移地震动进行快速傅里叶变换, 将其分解为一系列频率和复数幅值, 代入本文解析解中, 计算出地震动每个频率下的系统响应后, 再进行快速傅里叶逆变换, 将其变为时域解。同时, 本文解析解可以同时计算出杆 1 和杆 2 任意位置处的竖向位移及其一阶导数值, 可以将系统的竖向位移和应变通过向量的形式简易表达, 在工程实践中, 可以通过简化为文克勒地基杆系统较容易求得竖井初衬和二次衬砌的竖向位移和应变响应.

### 3 数值验证

本文使用大型通用有限元软件 ABAQUS 验证上述解析解的合理性与可行性。在软件中使用 truss 单元建模模拟初衬和二次衬砌, 采用谐响应分析得出数值模拟结果.

#### 3.1 数值建模

验证工况参数如下: 竖井深度  $L = 60$  m, 初衬和二次衬砌的弹性模量为  $E_1 = E_2 = 34.5$  GPa, 密度为  $\rho_1 = \rho_2 = 2500$  kg/m<sup>3</sup>, 泊松比均为 0.2, 初衬的外径为  $D = 8$  m, 厚度为  $t_1 = 0.3$  m, 二次衬砌的厚度为  $t_2 = 0.4$  m. 竖井周围土层密度为  $\rho_s = 1800$  kg/m<sup>3</sup>, 泊松比为  $v_s = 0.2$ , 阻尼比为  $\beta_s = 0.05$ , 弹性模量为  $E_s = 160$  MPa. 切向弹性连接层的刚度取为  $K = 4 \times 10^7$  N/m. 在解析解计算中, 初衬的等效线密度为  $\rho_1 = 18250$  kg/m; 二次衬砌的等效线密度为  $\rho_3 = 22000$  kg/m, 初衬的面积为  $A_1 = 7.3$  m<sup>2</sup>; 二次衬砌的面积为  $A = 8.8$  m<sup>2</sup>.

如图 2 所示, 采用以上参数在 ABAQUS 中建模分析: 分别建立两根长为 60 m 的杆模拟初衬和二次衬砌, 均采用 T3D2 单元进行模拟计算, 各划分为 60 个单元, 初衬和二次衬砌之间采用线性切向弹簧连接, 其边界条件均为顶部自由, 底部固定。在初衬的每个单元节点上添加弹簧和阻尼, 其刚度和阻尼系数使用式(19)进行计算, 将位移地震动快速傅里叶变换后的位移复数幅值通过式

(16) 计算后施加在有限元模型地基分布弹簧远离结构的一端节点上, 再将数值模拟结果进行快速傅里叶逆变换为时域解与解析解进行对比。

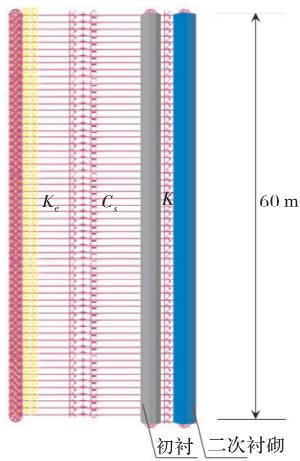


图 2 有限元分析模型示意图

Fig. 2 Finite element analysis model

### 3.2 解析解与数值解对比

本文对  $z=30 \text{ m}$  处初衬和二次衬砌的竖向位移和应变响应进行验证, 分别绘制其在地震作用下的时程响应曲线, 地震波选取 El-Centro 波, 其加速度时程曲线和位移时程曲线如图 3 所示。

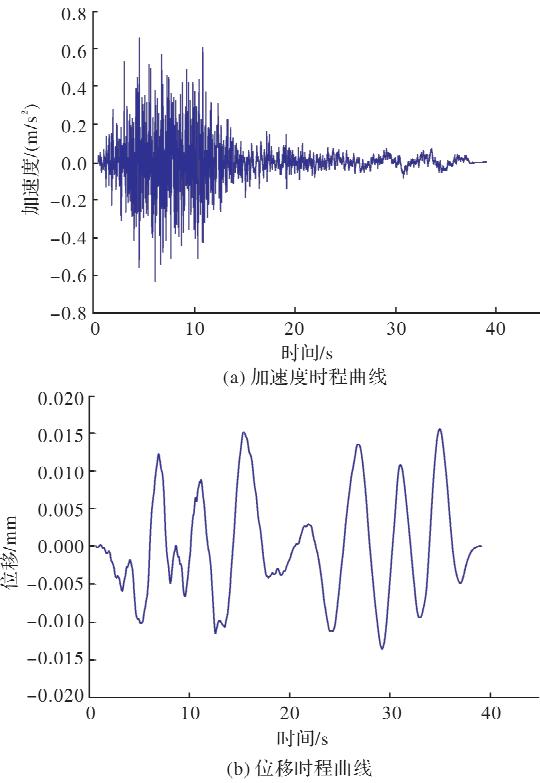


图 3 El-Centro 波时程曲线

Fig. 3 Time history curve of El-Centro

在地震动作用下,  $z=30 \text{ m}$  处初衬和二次衬砌的竖向位移和应变响应曲线对比验证如图 4 所示。对比本文解析解与数值解可以看出, 分析结果较吻合。为了进一步验证解析解的合理性, 分别取

初衬和二次衬砌的竖向位移和应变最大值进行对比, 解析解和有限元模型的对比结果见表 1, 其中, 误差定义为  $(\text{解析解计算结果}/\text{数值解计算结果}-1) \times 100\%$ 。结果表明, 保留三位小数后位移解析解与数值解的误差为 0, 吻合程度较高, 应变误差在 5% 以内, 误差可以接受, 更加验证了本文解析解的合理性。

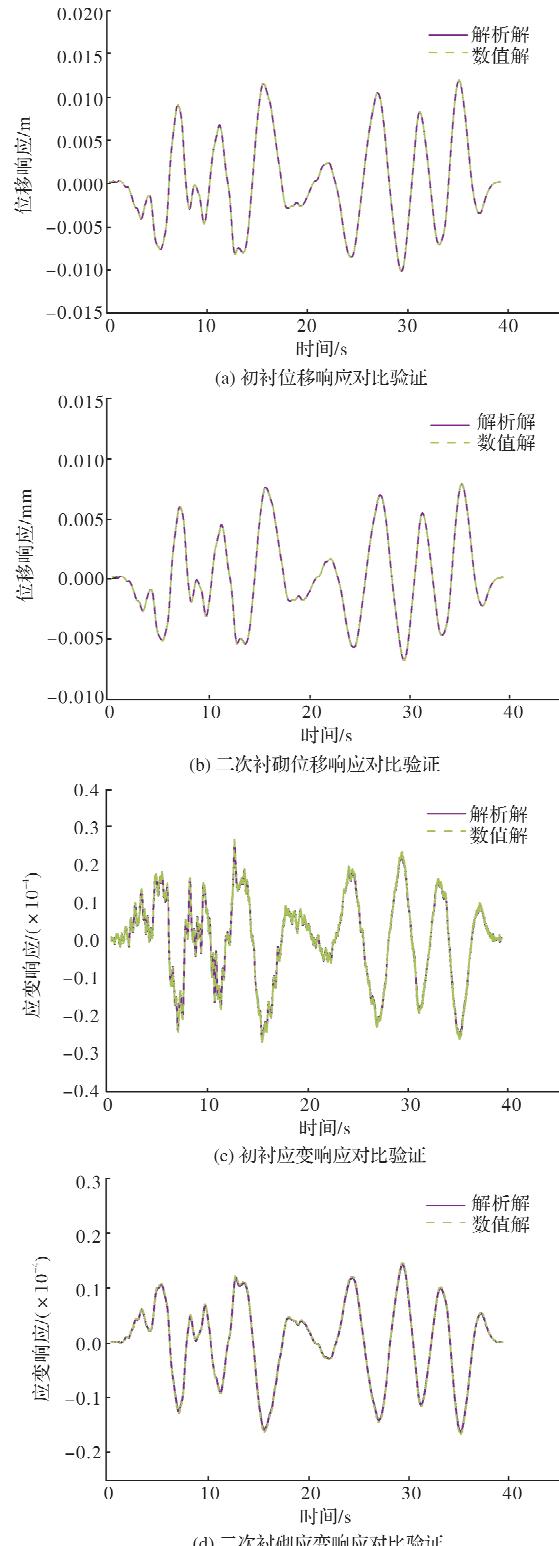


图 4  $z=30 \text{ m}$  坚井响应对比验证

Fig. 4 Shaft response of  $z=30$  comparison verification

表1 解析解数值解最大值对比

Tab. 1 Maximum value comparison between analytical solution and numerical solution

地震响应	位置	解析解最大值	数值解最大值	误差/%
位移响应/m	初衬	0.012	0.012	0
	二次衬砌	0.008	0.008	0
应变响应 ( $\times 10^{-5}$ )	初衬	2.568	2.645	-2.91
	二次衬砌	1.418	1.455	-2.54

## 4 参数化分析

在以上验证了本文解析解可行性的基础上, 从地基弹簧刚度、二次衬砌刚度和竖井外径的角度分别对初衬和二次衬砌顶部位置的竖向地震位移响应进行参数化分析.

### 4.1 地基弹簧刚度影响

图5所示为通过改变土层弹性模量研究地基弹簧刚度对竖井顶部竖向位移响应的影响, 分别取土层弹性模量为  $E_s = 80 \text{ MPa}$ 、 $E_s = 160 \text{ MPa}$  和  $E_s = 240 \text{ MPa}$ , 其分别对应于1倍、2倍和3倍地基弹簧刚度, 其余参数与验证工况保持一致. 从图中可得出, 在竖向地震动作用下, 随着地基弹簧刚度的增大, 初衬顶部的竖向位移响应在某些时刻会略微增大, 二次衬砌响应却会显著减小. 原因可能为初衬在软土地层中振动时缓冲作用较大, 而二次衬砌在周围初衬振动作用下, 仅受底部边界弹簧刚度影响, 刚度较大即坚硬地层下顶部位移响应较小.

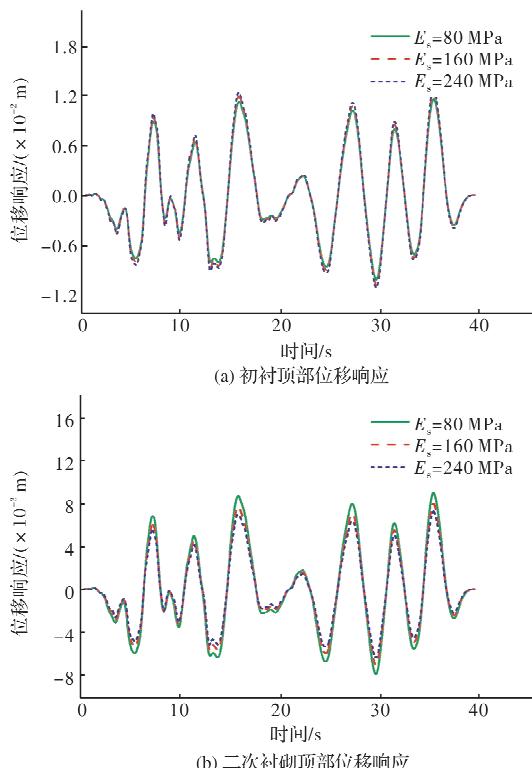


图5 地基弹簧刚度对竖井响应的影响

Fig. 5 Influence of foundation spring stiffness on shaft response

### 4.2 二次衬砌刚度影响

为了研究二次衬砌刚度对竖井地震响应的影响, 本文通过改变二次衬砌的弹性模量进行参数化分析, 分别取二次衬砌弹性模量为  $E_2 = 26.5 \text{ GPa}$ 、 $E_2 = 34.5 \text{ GPa}$  和  $E_2 = 39.5 \text{ GPa}$  进行计算, 其余参数与验证工况保持一致, 图6为三种二次衬砌弹性模量下初衬和二次衬砌顶部竖向位移响应. 可见在竖向地震动作用下, 二次衬砌刚度的变化对竖井顶部竖向位移响应无显著影响, 在竖井结构抗震设计中基本可以忽略不计.

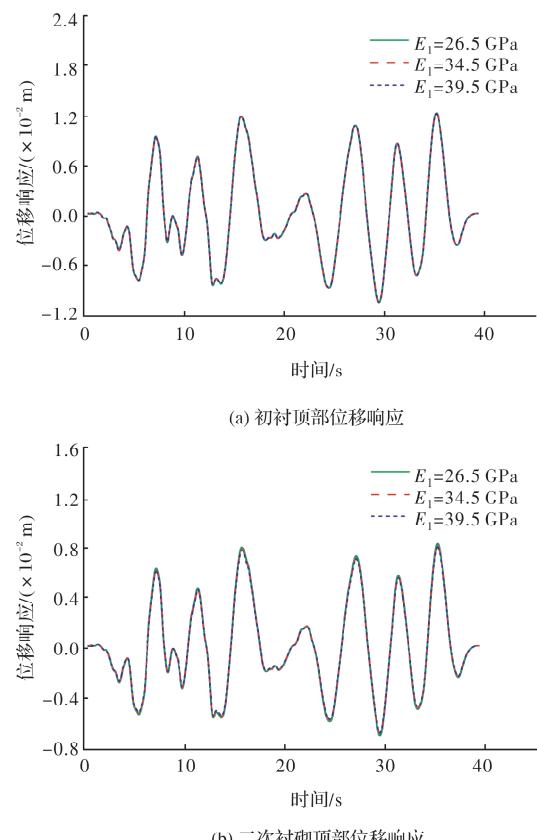


图6 二次衬砌刚度对竖井响应的影响

Fig. 6 Influence of secondary lining stiffness on shaft response

### 4.3 竖井外径影响

图7为从竖井外径影响的角度对初衬和二次衬砌顶部位置竖向位移响应进行参数化分析, 保证竖井初衬和二次衬砌的厚度同验证时一致, 对竖井外径  $D = 6 \text{ m}$ 、 $D = 8 \text{ m}$  和  $D = 10 \text{ m}$  分别进行计算. 从图中可以得出, 在竖向地震动作用下, 随着竖井外径的增大, 初衬和二次衬砌顶部竖向位移响应会减小, 其中二次衬砌减小更为明显. 这是由于竖井外径增大时与底部地层接触面积增大, 使得底部边界弹簧刚度增大, 引起顶部竖向位移响应会减小.

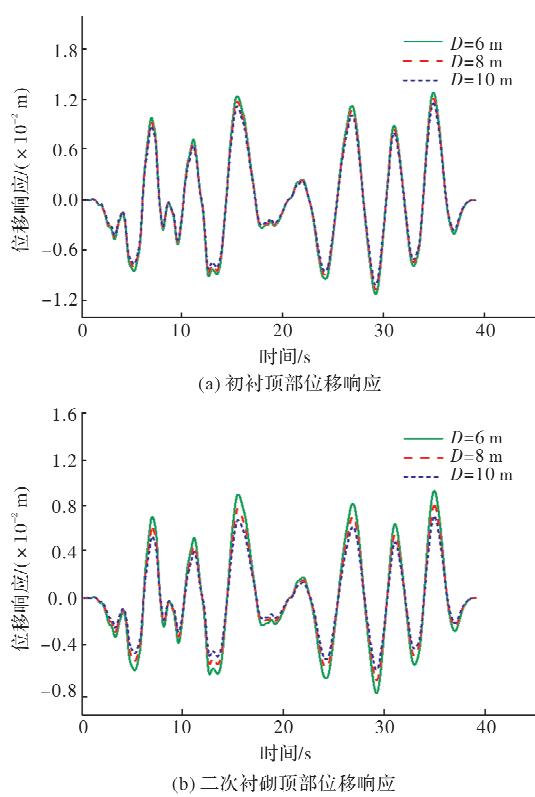


图 7 坚井外径对坚井响应的影响

Fig. 7 Influence of shaft outer diameter on shaft response

## 5 结论

本文围绕目前缺乏坚井结构抗震研究实际需求,建立了坚向地震作用下场地土层与坚井结构初衬与二次衬砌相互作用力学模型,针对坚井结构初衬和二次衬砌分别推导建立了其在坚向地震作用下的动力响应解析解,并从地基弹簧刚度、二次衬砌刚度和坚井外径的角度分别对初衬和二次衬砌顶部位置的坚向位移地震响应进行参数化分析,结论如下:

(1)基于广义位移法的基本思想,建立了坚向地震作用下坚井初衬和二次衬砌振动控制微分方程,采用分布传递函数法对其位移和应变响应进行了推导,得到了闭式动力响应解析解,通过有限元分析软件验证了其合理性与可行性;

(2)对地基弹簧刚度、二次衬砌刚度和坚井外径这三个不确定性因素进行参数化分析。发现随着地基弹簧刚度的增大,初衬顶部的坚向位移响应在某些时刻会略微增大,二次衬砌响应却会显著减小,在结构设计中应充分关注场地土的弹性模量对坚井结构抗震的影响;

(3)二次衬砌刚度的变化对坚井顶部坚向位移响应无显著影响,在坚井结构抗震设计中基本可以忽略不计;

(4)随着坚井外径的增大,初衬和二次衬砌顶部坚向位移响应均会减小,其中二次衬砌减小更为明显,在坚井结构设计中应重点关注坚井外径对二次衬砌坚向地震响应的影响。

本研究所推导的解析解和参数化分析结论可为坚井抗震设计提供一定参考,并为今后坚井的抗震研究提供理论方法和科学依据。

## 参考文献 References

- [1] MATSUDA T. A study on damage of underground subway structures during the 1995 hyogoken nanbu earthquake[J]. Geotechnical Engineering in Recovery From Urban Earthquake Disaster, KIG-form, 1997, 97: 339-348.
- [2] HUO H, BOBET A, Fernández G, et al. Load transfer mechanisms between underground structure and surrounding ground: evaluation of the failure of the Daikai station [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131 (12): 1522-1533.
- [3] KONTOE S, ZDRAVKOVIC L, POTTS D M, et al. Case study on seismic tunnel response[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(12): 1743-1764.
- [4] WANG W L, WANG T T, SU J J, et al. Assessment of damage in mountain tunnels due to the Taiwan Chi-Chi earthquake[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, 16(3): 133-150.
- [5] 杜修力, 李洋, 许成顺, 等. 1995 年日本阪神地震大开地铁车站震害原因及成灾机理分析研究进展[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(2): 223-236.  
DU Xiuli, LI Yang, XU Chengshun, et al. Review on damage causes and disaster mechanism of Daikai subway station during 1995 Osaka-Kobe Earthquake[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 223-236.
- [6] 高波, 王峥嵘, 袁松, 等. 汶川地震公路隧道震害启示[J]. 西南交通大学学报, 2009, 44(3): 336-341, 374.  
GAO Bo, WANG Zhengzheng, YUAN Song, et al. Lessons learnt from damage of high way tunnels in Wenchuan earthquake[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2009, 44(3): 336-341, 374.
- [7] HASHASH Y M A, HOOK J J, SCHMIDT B, et al. Seismic design and analysis of underground structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, 16(4): 247-293.
- [8] 陈国兴, 陈苏, 杜修力, 等. 城市地下结构抗震研究进展[J]. 防灾减灾工程学报, 2016, 36(1): 1-23.

- CHEN Guoxing, CHEN Su, DU Xiuli, et al. Review of seismic damage, model test, available design and analysis methods of urban underground Structures: Retrospect and prospect[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, 36(1): 1-23.
- [9] 陈向红, 陶连金, 陈曦. 水下隧道附属竖井的横向地震响应研究[J]. 科学技术与工程, 2016, 16(13): 273-278.
- CHEN Xianghong, TAO Lianjin, CHEN Xi. Study on the transverse seismic response of underwater tunnel shaft [J]. Science Technology and Engineering, 2016, 16(13): 273-278.
- [10] 申玉生, 朱双燕, 资晓鱼, 等. 穿越上软下硬地层公路隧道竖井结构抗震性能分析[J]. 北京交通大学学报, 2019, 43(3): 98.
- SHEN Yusheng, ZHU Shuangyan, ZI Xiaoyu, et al. Analysis on seismic performance of highway tunnel shafts crossing soft and hard stratum[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2019, 43(3): 98.
- [11] 禹海涛, 陈功. 任意形状深埋隧道地震响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(7): 1331-1337.
- YU Haitao, CHEN Gong. Analytical solution for seismic response of deep tunnels with arbitrary cross-section shapes [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(7): 1331-1337.
- [12] ZHONG Z, WANG Z, ZHAO M, et al. Structural damage assessment of mountain tunnels in fault fracture zone subjected to multiple strike-slip fault movement[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, 104: 103527.
- [13] KIRZHNER F, ROSENHOUSE G. Numerical analysis of tunnel dynamic response to earth motions[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2000, 15(3): 249-258.
- [14] AMOROSI A, BOLDINI D. Numerical modelling of the transverse dynamic behaviour of circular tunnels in clayey soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, 29(6): 1059-1072.
- [15] WANG Y X, SHAN S B, ZHANG C, et al. Seismic response of tunnel lining structure in a thick expansive soil stratum[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, 88: 250-259.
- [16] 袁勇, 包蓁, 禹海涛, 等. 考虑行波效应的盾构隧道多点振动台试验[J]. 中国公路学报, 2017, 30(8): 174.
- YUAN Yong, BAO Zhen, YU Haitao, et al. Multi-point shaking table test on shield tunnels in consideration of wave-passage effect [J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(8): 174.
- [17] 袁勇, 禹海涛, 燕晓, 等. 超长沉管隧道多点振动台试验模拟与分析[J]. 中国公路学报, 2016, 29(12): 157-165.
- YUAN Yong, YU Haitao, YAN Xiao, et al. Multi-point shaking table test simulation and analysis of a super-long immersed tunnel [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(12): 157-165.
- [18] 禹海涛, 李翀, 袁勇, 等. 用于长隧道多点振动台试验的节段式模型箱及其适用性研究[J]. 中国公路学报, 2016, 29(12): 166.
- YU Haitao, LI Chong, YUAN Yong, et al. Research on segmental model container and its validation for multi-point shaking table test of long tunnels[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(12): 166.
- [19] PARK K H, TANTAYOPIN K, TONTAVANICH B, et al. Analytical solution for seismic-induced ovaling of circular tunnel lining under no-slip interface conditions: A revisit [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, 24(2): 231-235.
- [20] 禹海涛, 王祺, 刘涛. 均质地层长隧道纵向地震响应解析解[J]. 隧道与地下工程灾害防治, 2020, 2(1): 34-41.
- YU Haitao, WANG Qi, LIU Tao. Analytical solution for longitudinal seismic response of long tunnels in homogeneous stratum[J]. Hazard Control in Tunnelling and Underground Engineering, 2020, 2(1): 34-41.
- [21] 张栋梁, 杨林德, 谢永利, 等. 盾构隧道抗震设计计算的解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 543-549.
- ZHANG Dongliang, YANG Linde, XIE Yongli. Analytical solution for aseismic design calculation of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(3): 543-549.
- [22] ZHANG B, CHEN Z Y. General winker model for kinematic responses of shafts in linear soil[J]. International Journal of Computational Methods, 2020, 17

(5): 1940004.

- [23] CHEN Z, ZHANG B. Seismic responses of the large-scale deep shaft in Shanghai soft soils [C]//Geo Shanghai International Conference. Singapore: Springer, 2018: 103-111.
- [24] ZHANG B, CHEN Z. Effects of nominal flexibility ratio and shaft dimensionless parameters on the seismic response characteristics of deep shafts [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 120: 257-261.
- [25] ZHANG J, YUAN Y, BILOTTA E, et al. Analytical solution for dynamic responses of the vertical shaft in a shaft-tunnel junction under transverse loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 126: 105779.
- [26] ZHANG J, YUAN Y, ZHANG B, et al. Analytical solutions for seismic responses of the tunnel in a shaft-tunnel junction under transverse excitations[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 127: 105826.
- [27] ZHANG J, XIAO M, BILOTTA E, et al. Analytical solutions for seismic responses of shaft-tunnel junction under travelling SH-wave[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2021, 112: 103910.
- [28] MAYORAL J M, ARGYROUDIS S, Casta? on E. Vulnerability of floating tunnel shafts for increasing earthquake loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 80: 1-10.
- [29] KIM Y, LIM H, JEONG S. Seismic response of vertical shafts in multi-layered soil using dynamic and pseudo-static analyses [J]. Geomechanics and Engineering, 2020, 21(3): 269-277.
- [30] GUERRA C S, LABAKI J, BARROS P L A. Dynamic response of large diameter, concrete-lined vertical shafts under external and seismic excitation [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2022(8):46.
- [31] LIU S, YANG B. A closed-form analytical solution method for vibration analysis of elastically connected double-beam systems [J]. Composite Structures, 2019, 212: 598-608.
- [32] 刘晶波, 王文晖, 赵冬冬, 等. 地下结构抗震分析的整体式反应位移法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(8): 1618-1624.  
LIU Jingbo, WANG Wenhui, ZHAO Dongdong, et al. Integral response deformation method for seismic analysis of underground structure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32 (8): 1618-1624.
- [33] DAI D, El Naggar M H, ZHANG N, et al. Kinematic response of an end-bearing pile subjected to vertical P-wave considering the three-dimensional wave scattering [J]. Computers and Geotechnics, 2020, 120: 103368.
- [34] GAZETAS G, MAKRIS N. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I: Analysis of axial vibration [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1991, 20(2): 115-132.
- [35] MYLONAKIS G, GAZETAS G. Kinematic pile response to vertical P-wave seismic excitation[J]. Journal of Geotechnical and geoenvironmental Engineering, 2002, 128(10): 860-867.

(编辑 桂智刚)