

水下双层衬砌隧道对平面 SV 波散射问题的解

朱赛男¹, 陈凯江¹, 李伟华²

(1. 华北理工大学 建筑工程学院, 河北 唐山 063210; 2. 北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘要: 将水层和地下水分别视为无黏性流体和饱和多孔介质, 基于无黏性流体波动理论和 Biot 饱和多孔介质波动理论, 考虑水-饱和土-隧道动力相互作用, 借助 Hankel 函数积分变换法, 给出水下双层衬砌隧道对平面 SV 波散射问题的解. 与以往研究中的“大圆弧假定”方法相比, Hankel 函数积分变换法可以有效地将饱和土中散射波势函数的表达式从柱坐标系直接转换到直角坐标系下, 更有利于水下双层衬砌隧道场地边界条件的处理. 在解析解的基础上, 重点分析内外衬砌刚度比和内外衬砌厚度比对水下双层衬砌隧道地震响应的影响. 研究表明: (1) 内外衬砌刚度比和厚度比的变化对隧道位移和孔压集中系数影响不明显; (2) 随着内外衬砌刚度比的增加, 内衬砌动应力集中系数明显增加; (3) 随着内外衬砌厚度比的增加, 内衬砌动应力集中系数减小.

关键词: 水下双层衬砌隧道; 水-饱和土-隧道动力相互作用; 散射问题; 地震响应; SV 波

中图分类号: TU289; TU921

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2023)02-0217-10

Analytical solution to the scattering of plane SV waves in an underwater double-lined tunnel

ZHU Sainan¹, CHEN Kaijiang¹, LI Weihua²

(1. College of Civil and Architecture Engineering, North China University of Technology, Tangshan 063210, China;

2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The water layer and underwater soil are regarded as inviscid fluid and saturated porous medium respectively, and then, based on the inviscid fluid wave theory and the Biot's theory, considering the dynamic interaction of water-saturated soil-tunnel, the solution to the problem of plane SV wave scattering by an underwater double-lined tunnel is given by means of Hankel function integral transformation method. Compared with the "great circle assumption" method in previous studies, the Hankel function integral transformation method can effectively convert the expression of potential function for scattered waves in saturated soil from the cylindrical coordinate system to the rectangular coordinate system, which is more beneficial to the processing of the boundary conditions of the underwater double-lined tunnel site. On the basis of the analytical solution, the effect of the inner and outer lining stiffness ratio and the inner and outer lining thickness ratio on the seismic response of an underwater double-lined tunnel is mainly analyzed. The research results show that: (1) the change of the inner and outer lining stiffness ratio and thickness ratio has no obvious effect on the tunnel displacement and pore pressure concentration coefficient; (2) with the increase of the inner and outer lining stiffness ratio, the inner lining dynamic stress concentration coefficient increases significantly; (3) with the increase of the thickness ratio of inner and outer lining, the dynamic stress concentration factor of inner lining decreases.

Key words: underwater double-lined tunnel; water-saturated soil-tunnel dynamic interaction; scattering; seismic response; SV waves

距今 20 余年的日本东京湾水底隧道是世界上首个水下双层衬砌隧道. 双层衬砌隧道的防水性能和耐久性明显强于单层衬砌隧道. 近年, 我国也逐渐建设双层衬砌隧道, 如台山核电站海底取水隧道^[1]

和广深港客运专线狮子洋隧道^[2]等. 然而, 关于地震作用下的水下隧道动力响应研究成果较少.

已有的研究表明, 衬砌强度的增加和减震层的设置可以有效抗震和减震^[3-4]. 由此, 国内

收稿日期: 2022-07-11

修改稿日期: 2023-02-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(52078033); 河北省自然科学基金项目(E2020209072); 唐山市科技局应用基础研究项目(22130211H)

第一作者: 朱赛男(1990—), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为岩土工程抗震. E-mail: gczhusainan@163.com

外学者建立双层衬砌隧道模型,采用理论方法对双层衬砌隧道的地震动力响应进行研究.王长柏和李海波等^[5]采用波函数展开法给出平面P波在无限单相介质双层衬砌隧道附近散射问题的解,以南水北调工程里的引水隧道为例,分析衬砌参数和入射波频率等因素对隧道动力集中系数的影响.借助Fourier-Bessel级数展开法和“大圆弧假定”方法,高波和王帅帅等^[6-7]给出平面波(P波、SV波)在含减震层双层衬砌隧道附近的散射问题的解析解,并对减震层参数、入射波特性和衬砌参数等因素对隧道动应力集中系数的影响.在此基础上,王帅帅和高波等^[8-9]给出地震作用下半空间浅埋平行双洞双层衬砌隧道场地动力响应的解,并重点分析双隧道间距对隧道地震应力响应的影响.Fan和Shen等^[10]采用同样的方法,推导出SV波在饱和土中半空间中复合式衬砌隧道附近散射问题的解析解,并将外衬砌参数设为减震层参数,并探讨减震层参数对隧道应力响应的影响.

以上隧道地震动力响应的研究对象均为陆地隧道.由于水下地震记录的缺乏,在对水下隧道抗震分析时,采用的多为陆地地震记录,其准确性和科学性有待考究.目前,关于水下隧道地震动力响应的研究方法主要是数值方法^[11-15].在这些研究过程中,常采用静水压力或者忽略海水对水下隧道地震动力响应的影 响,这显然存在不合理性.相比之下,用解析法研究海底隧道地震响应的成果较少.然而,解析法能够定性定量地分析问题的本质和物理机制,可直观的分析水下隧道的地震动力响应.同时,解析法是数值法发展的前提,可以检验数值法的精度和稳定性.马宏伟和陈文化等^[16-17]利用波函数展开法给出水下输水隧洞对地震波的散射问题的解,但将隧洞周围土体视为单相介质.Stoll和Kan^[18]的研究结果表明,水下土体可视作饱和土.丁曼曼^[19]将水下土体视为饱和土砂层,利用波函数展开法给出平面SV波在水下隧道结构周围散射波的解.但在处理水层表面和水土交界面处的边界条件时,马宏伟等^[16-17]和丁曼曼^[19]仍然采用“大圆弧假定”方法,该方法是一种近似方法,求解过程中的大宗量Bessel函数收敛较慢,致使场地内的散射波的解答存在误差累积^[20].基于此,朱赛男等^[21-22]和Li^[23]等均采用Hankel函数积分变换法给出地震作用下海底洞室和海底隧道动力响应的解,并分析了入射波特性、隧道埋深、场地特性(海床土孔隙率和

泊松比)等因素对水土交界面处的位移响应和隧道衬砌表面应力响应的影响.

本文将基于Biot饱和多孔介质波动理论和无黏性流体波动理论,建立可以考虑水-饱和土-隧道动力相互作用的水下双层衬砌隧道模型,利用Hankel积分变换法和波函数展开法,给出平面SV作用下水下双层衬砌隧道地震响应的解,分析内外衬砌刚度比和厚度比对隧道位移响应和应力的影响.

1 场地模型与基本方程

1.1 场地模型

水下双层衬砌隧道场地模型如图1所示.双层衬砌隧道周围土体为饱和土多孔介质,水层为无黏性流体,水深 h_w .双层衬砌隧道由内衬砌和外衬砌组成,隧道埋深 h ,内衬砌内半径 c ,外衬砌内半径 b ,外衬砌外半径 a .水层表面和水土交界面分别采用直角坐标系 (x_2, y_2) 和 (x, y) ,隧道所在坐标系可采用柱坐标系 (r_1, θ_1) 或直角坐标系 (x_1, y_1) .上述几个坐标系间的关系如下.

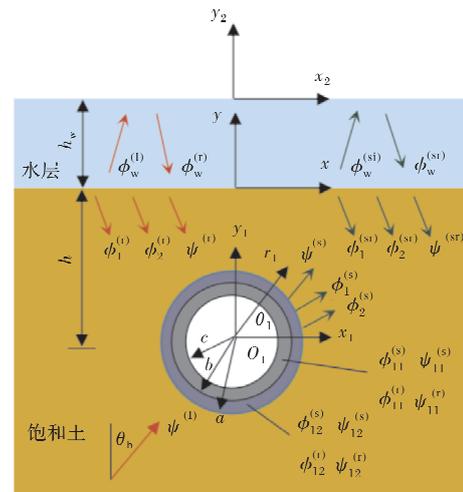


图1 场地模型

Fig. 1 Field model

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 = x_2 \\ y_1 &= y + h \\ y &= y_2 + h_w \\ \theta_1 &= \arctan(y_1/x_1) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

1.2 水下双层衬砌隧道场地波动方程

在水下双层衬砌隧道场地中,水层为无黏性流体^[24].无黏性流体中只有P波存在,无黏性流体介质的动力方程^[25]为

$$\rho_w \frac{\partial^2 u^w}{\partial t^2} = K_w \nabla \cdot \nabla u^w \quad (2)$$

式中: ρ_w 为水的密度; K_w 为水的体积模量; u^w

为水的运动位移.

Stoll^[18] 提出水下土体可视为饱和土. 水下饱和土的波动方程可采用 Biot^[26] 提出的饱和多孔介质波动理论, 此处不再赘述.

2 问题的边界条件

如图 1 所示的水下双层衬砌隧道场地模型中, 依次有水层自由表面、饱和土与水层交界面、饱和土与外衬砌交界面、外衬砌与内衬砌交界面及内衬砌内表面 5 个边界条件. 对水下双层衬砌隧道场地边界条件分别做以下假设: (1) 水土交界面透水, 隧道外衬砌与周围土体的交界面不透水; (2) 水土交界面处和隧道外衬砌与周围土体的交界面处位移均连续, 且隧道外衬砌与周围土体交界面处的应力也连续. 水层自由表面零应力边界条件、水土交界面边界条件和隧道外衬砌与周围土体边界条件的具体表达可见文献[23], 外衬砌与内衬砌交界面和内衬砌内表面边界条件的表达如下:

(1) 外衬砌与内衬砌交界面应力、位移连续边界^[10] ($r_1 = b$)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_1 r_1}^{l1} \Big|_{r_1=b} &= \sigma_{r_1 r_1}^{l2} \Big|_{r_1=b} \\ \sigma_{r_1 \theta_1}^{l1} \Big|_{r_1=b} &= \sigma_{r_1 \theta_1}^{l2} \Big|_{r_1=b} \\ u_{r_1 r_1}^{l1} \Big|_{r_1=b} &= u_{r_1 r_1}^{l2} \Big|_{r_1=b} \\ u_{\theta_1 \theta_1}^{l1} \Big|_{r_1=b} &= u_{\theta_1 \theta_1}^{l2} \Big|_{r_1=b} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2) 内衬砌内表面零应力边界 ($r_1 = c$)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_1 \theta_1}^{l2} \Big|_{r_1=c} &= 0 \\ \sigma_{r_1 r_1}^{l2} \Big|_{r_1=c} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(3)~式(4)中: $\sigma_{r_1 r_1}^i$ 和 $u_{r_1 r_1}^i$ 分别为衬砌的径向应力和径向位移; $\sigma_{r_1 \theta_1}^i$ 和 $u_{\theta_1 \theta_1}^i$ 分别为衬砌的切向应力和环向位移; $i = l1, l2$ 分别代表外衬砌和内衬砌.

3 散射波场分析

假设入射波 SV 波的波幅系数为 1, 入射频率和入射角分别为 ω 和 θ_b , 该波在直角坐标系下的表达可写为

$$\psi^{(1)} = e^{ik_b(x \sin \theta_b + y \cos \theta_b)} e^{i\omega t} \quad (5)$$

式中: k_b 为饱和土中 SV 波波数. 由于每个波的势函数都有时间因子 $e^{i\omega t}$, 为书写方便, 后续均忽略此项.

在自由场地中, 随着入射 SV 波的入射, 水土交界面会出现反射波(反射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波), 同时在水层产生 P 波. 具体的波的势函数表达式

见文献[23].

自由场中饱和土层 P_1 波、 P_2 波的总波场可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_s^{(ft)} &= \phi_1^{(r)} + \phi_2^{(r)} \quad (\text{固相}) \\ \phi_s^{(ft)} &= \xi_1 \phi_1^{(r)} + \xi_2 \phi_2^{(r)} \quad (\text{液相}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\phi_1^{(r)}$ 为反射 P_1 波势函数; $\phi_2^{(r)}$ 为反射 P_2 波的势函数.

自由场中饱和土层 SV 波总波场可表示为

$$\left. \begin{aligned} \psi_s^{(ft)} &= \psi^{(1)} + \psi^{(r)} \quad (\text{固相}) \\ \Psi_s^{(ft)} &= \xi_3 (\psi^{(1)} + \psi^{(r)}) \quad (\text{液相}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\psi^{(r)}$ 为反射 SV 波的势函数.

自由场中水层的总波场可表示为

$$\phi_w^{(ft)} = \phi_w^{(1)} + \phi_w^{(r)} \quad (8)$$

式中: $\phi_w^{(1)}$ 为水层中上行 P 波的势函数; $\phi_w^{(r)}$ 为水层中下行 P 波的势函数.

水下土体中双层衬砌隧道的存在, 致使场地中产生散射波, 包括: 隧道附近散射波、水土交界面处散射波、水层中的散射波、外衬砌中的散射波以及内衬砌中的散射波.

(1) 饱和土层中散射波场分析

隧道附近和水土交界面处的散射波均为 P_1 波、 P_2 波和 SV 波, 其势函数的表达式分别见式(9)和式(10):

$$\left. \begin{aligned} \phi_1^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{1,n} H_n^{(1)}(k_{a1} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \phi_2^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_{1,n} H_n^{(1)}(k_{a2} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \phi^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_{1,n} H_n^{(1)}(k_b r_1)] e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $H_n^{(1)}$ 为第一类 Hankel 函数, $A_{1,n}$ 、 $B_{1,n}$ 和 $C_{1,n}$ 分别是柱坐标系 (r_1, θ_1) 下的隧道附近散射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波的波幅系数.

$$\left. \begin{aligned} \phi_1^{(sr)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{2,n} J_n(k_{a1} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \phi_2^{(sr)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_{2,n} J_n(k_{a2} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \phi^{(sr)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_{2,n} J_n(k_b r_1)] e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: J_n 为第一类 Bessel 函数, $A_{2,n}$ 、 $B_{2,n}$ 和 $C_{2,n}$ 分别是柱坐标系 (r_1, θ_1) 下的水土交界面附近散射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波的波幅系数.

从场地模型图 1 中可以看出, 水层自由表面和水土交界面处的边界条件是在直角坐标系下建立的, 式(9)和式(10)中的散射波势函数是在柱坐标

系(r_1, θ_1)下建立的. 在以往的地震波在半空间中隧道附近散射问题的解析解中, 多采用“大圆弧假定”方法, 该方法极易造成散射波场计算的误差累积. 因此, 本文借助 Lin^[20]提出的 Hankel 积分变换法, 将柱坐标系(r_1, θ_1)下的散射波势函数表达顺利转换到直角坐标系(x, y)下, 具体方法见文献[22], 转换后的隧道附近和水土交界面附近散射波势函数的表达式如式(11)和式(12)所示,

$$\left. \begin{aligned} \phi_1^{(s)} &= \int_{-\infty}^{\infty} a_1(k) e^{ikx - v_{a1}y} dk \\ \phi_2^{(s)} &= \int_{-\infty}^{\infty} b_1(k) e^{ikx - v_{a2}y} dk \\ \psi^{(s)} &= \int_{-\infty}^{\infty} c_1(k) e^{ikx - v_b y} dk \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: $a_1(k)$ 、 $b_1(k)$ 和 $c_1(k)$ 分别为水下双层衬砌隧道附近直角坐标系下的散射 P₁波、P₂波和 SV 波波幅系数, 具体表达式见文献[22].

$$\left. \begin{aligned} \phi_1^{(sr)} &= \int_{-\infty}^{\infty} a_2(k) e^{ikx + v_{a1}y} dk \\ \phi_2^{(sr)} &= \int_{-\infty}^{\infty} b_2(k) e^{ikx + v_{a2}y} dk \\ \psi^{(sr)} &= \int_{-\infty}^{\infty} a_2(k) e^{ikx + v_{a1}y} dk \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $a_2(k)$ 、 $b_2(k)$ 和 $c_2(k)$ 分别为水土交界面附近直角坐标系下的散射 P₁波、P₂波和 SV 波波幅系数, 具体表达式见文献[22].

饱和土层散射波 P 波的总波场可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_s^{(st)} &= \phi_1^{(s)} + \phi_2^{(s)} + \phi_1^{(sr)} + \phi_2^{(sr)} \quad (\text{固相}) \\ \Phi_s^{(st)} &= \xi_1(\phi_1^{(s)} + \phi_1^{(sr)}) + \xi_2(\phi_2^{(s)} + \phi_2^{(sr)}) \quad (\text{液相}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

饱和土层散射波 SV 波的总波场可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_s^{(st)} &= \psi^{(s)} + \psi^{(sr)} \quad (\text{固相}) \\ \Psi_s^{(st)} &= \xi_3(\psi^{(s)} + \psi^{(sr)}) \quad (\text{液相}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(2) 水层散射波场分析

参考式(11)和式(12)中的散射波势函数表达, 水层中散射波势函数可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_w^{(si)} &= \int_{-\infty}^{\infty} d_1(k) e^{ikx + v_w y} dk \\ \phi_w^{(sr)} &= \int_{-\infty}^{\infty} d_2(k) e^{ikx - v_w y} dk \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: $d_1(k)$ 和 $d_2(k)$ 均为水层中散射波在直角坐标系下的表达, 分别代表着上行 P 波和下行 P 波;

$$v_w = \sqrt{k^2 - k_w^2} (k \geq k_w); \quad v_w = -i \sqrt{k_w^2 - k^2} (k < k_w).$$

同理, 式(15)可转换到柱坐标系下, 方法见文献[22].

(3) 外衬砌中的散射波场分析

外衬砌半径的范围为 $b \leq r_1 \leq a$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

$r_1 = a$ 是外衬外径, 此处为外衬砌与饱和土交界面; $r_1 = b$ 是外衬砌内径, 此处为内外衬砌交界面. 随着平面波的入射, 外衬砌中产生发散型散射波和汇聚型散射波, 其表达式分别为

发散型散射波:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l1}^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{1,n} H_n^{(1)}(k_{l1,a} r_1) e^{in\theta_1} \\ \phi_{l1}^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{1,n} H_n^{(1)}(k_{l1,b} r_1) e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中: $L_{1,n}$ 和 $k_{l1,a}$ 分别为外衬砌中发散型散射 P 波波幅系数和波数; $K_{1,n}$ 和 $k_{l1,b}$ 分别为外衬砌中发散型散射 SV 波波幅系数和波数.

汇聚型散射波:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l1}^{(r)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{2,n} H_n^{(2)}(k_{l1,a} r_1) e^{in\theta_1} \\ \phi_{l1}^{(r)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{2,n} H_n^{(2)}(k_{l1,b} r_1) e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: $L_{2,n}$ 为外衬砌中汇聚型散射 P 波波幅系数, $K_{2,n}$ 为外衬砌中汇聚型散射 SV 波波幅系数. $H_n^{(2)}$ 为 n 阶第二类汉克尔函数.

外衬砌中总散射波可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l1}^{(t)} &= \phi_{l1}^{(s)} + \phi_{l1}^{(r)} \\ \psi_{l1}^{(t)} &= \psi_{l1}^{(s)} + \psi_{l1}^{(r)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(4) 内衬砌中的散射波场分析

隧道内衬砌半径的范围为 $b \leq r_1 \leq c$, $0 \leq \theta_1 \leq 2\pi$. $r_1 = b$ 是内衬砌外径, 此处为内外衬砌交界面; $r_1 = c$ 是内衬砌内表面. 随着平面波的入射, 内衬砌中同样产生发散型散射波和汇聚型散射波, 其表达式分别为

发散型散射波:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l2}^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{1,n} H_n^{(1)}(k_{l2,a} r_1) e^{in\theta_1} \\ \phi_{l2}^{(s)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{1,n} H_n^{(1)}(k_{l2,b} r_1) e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: $R_{1,n}$ 和 $k_{l2,a}$ 分别为内衬砌中发散型散射 P 波波幅系数和波数; $Q_{1,n}$ 和 $k_{l2,b}$ 分别为内衬砌中发散型散射 SV 波波幅系数和波数.

汇聚型散射波:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l2}^{(r)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{2,n} H_n^{(2)}(k_{l2,a} r_1) e^{in\theta_1} \\ \phi_{l2}^{(r)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{2,n} H_n^{(2)}(k_{l2,b} r_1) e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: $R_{2,n}$ 为内衬砌中汇聚型散射 P 波波幅系数; $Q_{2,n}$ 为内衬砌中汇聚型散射 SV 波波幅系数.

隧道内衬砌总散射波可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_{l2}^{(t)} &= \phi_{l2}^{(s)} + \phi_{l2}^{(r)} \\ \psi_{l2}^{(t)} &= \psi_{l2}^{(s)} + \psi_{l2}^{(r)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

4 问题的解与验证

4.1 问题的解

自由场中波场的求解与文献[23]相同, 此处不再赘述.

外衬砌与饱和土交界面处的边界条件是在柱坐标系(r_1, θ_1)下建立的, 可直接将柱坐标系下的散射波场总势函数和自由场总波势函数带入该边界条件中,

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_1(n) \mathbf{C}_s(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_2(n) [\mathbf{S}_c(n) + \mathbf{F}_n(2)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{1t}(n) \mathbf{L}_1(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{3t}(n) \mathbf{L}_2(n) \end{aligned} \quad (22)$$

式中: $\mathbf{E}_1(n) = [e_{1,ij}]_{3 \times 3}$, $\mathbf{C}_s(n) = [A_{1,n} \ B_{1,n} \ C_{1,n}]^T$, $\mathbf{S}_c(n) = [A_{2,n} \ B_{2,n} \ C_{2,n}]^T$, $\mathbf{E}_2(n) = [e_{2,ij}]_{3 \times 3}$, $\mathbf{F}_n(n) = [a_n \ b_n \ c_n]^T$, $\mathbf{G}_{1t}(n) = [g_{1,ij}]_{5 \times 2}$, $\mathbf{L}_1(n) = [L_{1,n} \ K_{1,n}]^T$, $\mathbf{G}_{3t}(n) = [g_{3,ij}]_{5 \times 2}$, $\mathbf{L}_2(n) = [L_{2,n} \ K_{2,n}]^T$.

式中: $a_n = a_n^{(r)}$, $b_n = b_n^{(r)}$, $c_n = c_n^{(1)} + c_n^{(r)}$. a_n 、 b_n 、 c_n 、矩阵 $\mathbf{E}_1(n)$ 、矩阵 $\mathbf{E}_2(n)$ 、 $\mathbf{G}_{1t}(n)$ 和 $\mathbf{G}_{3t}(n)$ 元素见文献[23]中的 $\mathbf{E}_1(n)$ 、 $\mathbf{E}_2(n)$ 、 $\mathbf{T}_1(n)$ 和 $\mathbf{T}_3(n)$.

将隧道内外衬砌中散射波势函数带入边界条件式, 得到内外衬砌中散射波势函数的矩阵关系式为

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{1t}(n) \mathbf{L}_1(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{3t}(n) \mathbf{L}_2(n) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{P}_{1t}(n) \mathbf{L}_3(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{P}_{2t}(n) \mathbf{L}_4(n) \end{aligned} \quad (23)$$

式中: $\mathbf{L}_3(n) = [R_{1,n} \ Q_{1,n}]^T$; $\mathbf{L}_4(n) = [R_{2,n} \ Q_{2,n}]^T$; 矩阵 $\mathbf{P}_{1t}(n) = [p_{1,ij}]_{4 \times 2}$ 和 $\mathbf{P}_{2t}(n) = [p_{2,ij}]_{4 \times 2}$ 元素为

$$\begin{aligned} p_{k,11} &= [\mu_{12} (2n^2 + 2n - 2t_6^2) + \lambda_{12} (-t_6^2)] c_n^{(k)}(t_6) - 2\mu_{12} t_6 c_{n-1}^{(k)}(t_6), \\ p_{k,12} &= \mu_{12} [(-2in^2 - 2in)] c_n^{(k)}(t_7) + 2int_7 c_{n-1}^{(k)}(t_7), \\ p_{k,21} &= \mu_{12} [(-2in^2 - 2in) c_n^{(k)}(t_6) + 2int_6 c_{n-1}^{(k)}(t_6)], \\ p_{k,22} &= \mu_{12} [(-2n^2 - 2n + t_7^2) c_n^{(k)}(t_7) + 2\mu_{12} t_7 c_{n-1}^{(k)}(t_7)], \\ p_{k,31} &= t_6^2 c_{n-1}^{(k)}(t_6) - nrc_n^{(k)}(t_6)/r, \quad p_{k,32} = inrc_n^{(k)}(t_7)/r, \\ p_{k,41} &= inrc_n^{(k)}(t_6)/r, \\ p_{k,42} &= -[t_7^2 c_{n-1}^{(k)}(t_7) - nrc_n^{(k)}(t_7)]/r. \end{aligned}$$

将隧道内衬砌中的散射波势函数代入边界条件式, 得到隧道内衬砌中散射波的波幅系数关系

式为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{Y}_{1t}(n) \mathbf{L}_3(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{Y}_{3t}(n) \mathbf{L}_4(n) = 0 \quad (24)$$

式中: $\mathbf{Y}_{1t} = [y_{1,ij}]_{4 \times 2}$, $\mathbf{Y}_{3t} = [y_{3,ij}]_{4 \times 2}$, 具体元素见文献[23]中的 $\mathbf{G}_{1t}(n)$ 和 $\mathbf{G}_{2t}(n)$.

首先, 将直角坐标系下的水层中的散射波势函数带入水层自由表面边界条件, 得到水层中散射波波幅系数关系式. 然后, 将该式(22)、式(23)和式(24)联立, 便可求得散射波波幅系数在柱坐标系下的解答. 进而, 可对水下双层衬砌隧道地震响应进行求解.

在验证和分析前, 先定义无量纲频率 η 为

$$\eta = \frac{\omega a}{\pi \sqrt{\mu_s / \rho_s}}$$

式中: μ_s 为饱和土的拉梅常数, ρ_s 为饱和土的密度.

同时, 定义 $|u_r^t|/|u_0|$ 和 $|u_\theta^t|/|u_0|$ 分别为外衬砌径向位移和环向位移放大系数, $\text{PPCF}_1 = |\sigma^{t,t}|/|\sigma_0|$ 和 $\text{DSCF}_1 = |\sigma_\theta^t|/|\sigma_\theta^t|$ 分别为外衬砌的孔压集中系数和动应力集中系数. $\text{DSCF}_2 = |\sigma_\theta^t|/|\sigma_\theta^t|$ 为内衬砌的动应力集中系数. 其中, $u_0 = k_b$, $\sigma_0 = \mu k_b^2$, $\sigma_\theta^t = \mu_1 k_{11,b}^2$, $\sigma_\theta^t = \mu_2 k_{12,b}^2$.

4.2 验证

为验证本文解的正确性, 设外衬砌的材料参数与内衬砌结构的相同, 此时外衬砌海底隧道模型可看成为水下单层隧道模型. 取水层参数 $h_w/a = 5$, $\rho_w = 1\ 000 \text{ kg/m}^3$, $K_w = 2\ 000 \text{ MPa}$; 饱和土参数 $\rho_w = 2\ 650 \text{ kg/m}^3$, $n_s = 0.3$, $n_{cr} = 0.36$, $K_g = 36 \text{ GPa}$, $K_{cr} = 200 \text{ MPa}$; 隧道参数 $h/a = 2$, 外衬砌与内衬砌的弹性模量为 $E_1 = E_2 = 34.5 \times 10^9 \text{ Pa}$, 泊松比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$, 密度 $\rho_1 = \rho_2 = 2\ 500 \text{ kg/m}^3$, 外衬砌厚度 $\delta_1 = 0.1a$, 内衬砌厚度 $\delta_2 = 0.05a$, $\delta_1 + \delta_2 = 0.15a$, 采用本文的解计算的外衬砌外表面($r_1 = a$)的孔压集中系数(PPCF_1)和动应力集中系数(DSCF_1), 并将计算结果与 Li 等[23]得到的相同条件下海底单层衬砌隧道衬砌厚度 $\delta = 0.15a$ 时衬砌($r_1 = a$)的孔压集中系数和动应力集中系数进行对比.

图 2 给出 SV 波以 $\eta = 0.25$ 、 $\theta_b = 15^\circ$ 入射下采用本文解得到的外衬砌($r_1 = a$)的孔压集中系数(PPCF_1)和动应力集中系数(DSCF_1)与文献[23]中衬砌隧道($r_1 = a$)的孔压集中系数和动应力集中系数的对比. 从图中可以看出, 两种模型的孔压集中系数和动应力集中系数一致, 从而验证了本文

SV波在水下双层隧道附近散射问题的解析解的准确性.

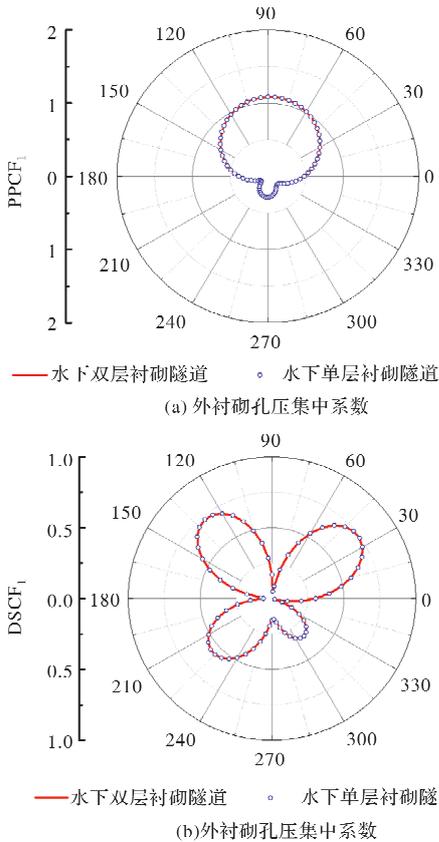


图2 水下双层衬砌隧道退化水下单层衬砌隧道
Fig. 2 Degraded to an underwater tunnel

5 计算分析

在研究内外衬砌参数对水下双层衬砌隧道地震位移响应和应力响应的影响中,取隧道埋深 $h/a=2$,水深 $h_w/a=5$,饱和土参数见表1,内外衬砌参数见表2.

表1 饱和土参数

Tab. 1 Parameters of porous soil

材料参数	符号	数值	单位
水层体积模量	K_w	2 000	MPa
土骨架密度	ρ_s	2 650	kg/m ³
拉梅常数 1	λ_s	360	MPa
拉梅常数 2	μ_s	77	MPa
黏滞系数	η_i	104	Pa·s
渗透系数	k_f	10^{-3}	m ²
土体孔隙率	n_s	0.47	—
土颗粒体积模量	K_s	36	GPa
孔隙流体密度	ρ_f	1 000	kg/m ³
孔隙流体体积模量	K_f	2 000	MPa

表2 内外衬砌材料参数

Tab. 2 Material parameters of outer and inner lining

材料参数	符号	数值	单位
外衬砌弹性模量	E_1	34.5×10^9	Pa
外衬砌密度	ρ_1	2 500	kg/m ³
外衬砌泊松比	ν_1	0.25	—
外衬砌厚度	δ_1	0.5	m
内衬砌弹性模量	E_2	103.5×10^9	Pa
内衬砌密度	ρ_2	2 500	kg/m ³
内衬砌泊松比	ν_2	0.25	—
内衬砌厚度	δ_2	0.5	m

图3给出SV波以无量纲频率 $\eta=2$ 和入射角 $\theta_b=30^\circ$ 入射时,不同的内外衬砌刚度比($E_2/E_1=1/3$ 、 $E_2/E_1=1$ 、 $E_2/E_1=3$)条件下,隧道外衬砌径向位移和环向位移分布情况.从图中可以看出,内外衬砌刚度比的变化对隧道位移动力响应影响不大.

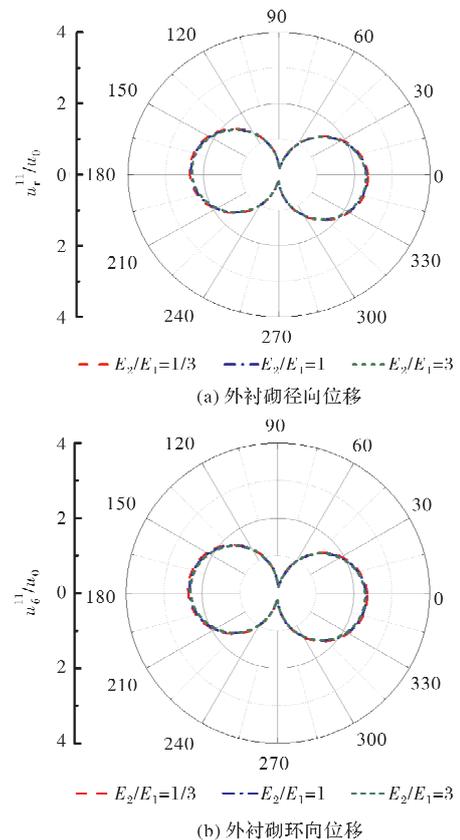


图3 内外衬砌刚度比对隧道位移响应的影响
Fig. 3 Influence of inner and outer lining stiffness ratio on tunnel displacement response

图4给出SV波以无量纲频率 $\eta=2$ 和入射角 $\theta_b=30^\circ$ 入射时,不同的内外衬砌刚度比($E_2/E_1=1/3$ 、 $E_2/E_1=1$ 、 $E_2/E_1=3$)条件下,隧道外衬砌处的孔压集中系数(PPCF₁)、动应力集中系数(DSCF₁)和内衬砌动应力集中系数(DSCF₂)分布情况.从图中可以看出,内外衬砌刚度比的增加,

内衬砌动应力集中系数明显增加, 而内外衬砌刚度比的变化对外衬砌孔压集中系数和外衬砌动应力集中系数的影响不明显, 这和内外衬砌刚度比对饱和土双层衬砌隧道应力响应的影响是一致的^[27].

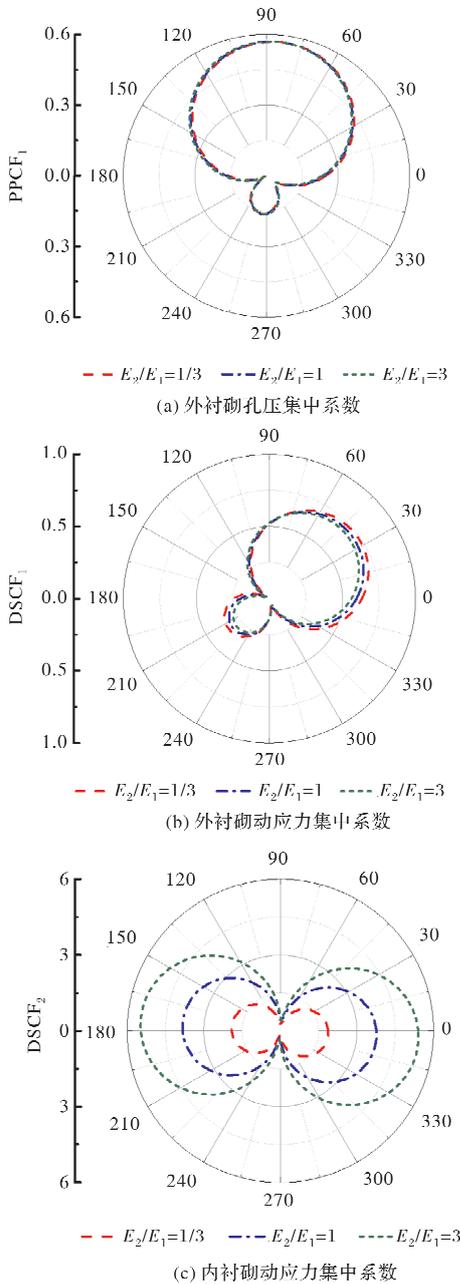


图 4 内外衬砌刚度比对隧道应力响应的影响

Fig. 4 Influence of inner and outer lining stiffness ratio on tunnel stress response

(2) 内外衬砌厚度比的影响

图 5 给出 SV 波以无量纲频率 $\eta=2$ 和入射角 $\theta_b=30^\circ$ 入射时, 不同的内外衬砌厚度比 ($\delta_2/\delta_1=1/3$ 、 $\delta_2/\delta_1=1$ 、 $\delta_2/\delta_1=3$) 条件下, 隧道外衬砌径向位移和环向位移分布情况. 从图中可以看出, 随着衬砌厚度比的增加, 隧道径向位移和环向位移有增加趋势, 但幅值变化不大.

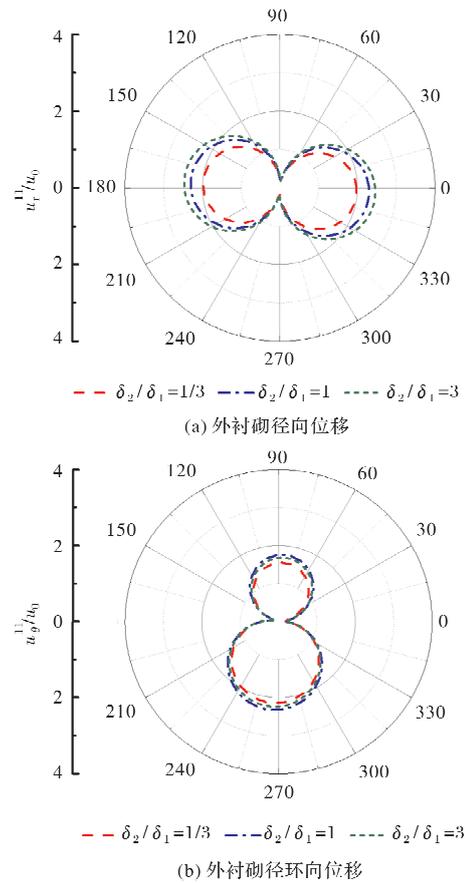
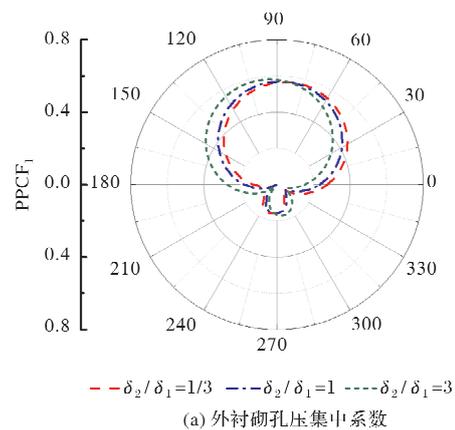


图 5 内外衬砌厚度比对隧道位移响应的影响

Fig. 5 Influence of inner and outer lining thickness ratio on tunnel displacement response

图 6 给出 SV 波以无量纲频率 $\eta=2$ 和入射角 $\theta_b=30^\circ$ 入射时, 不同的内外衬砌厚度比 ($\delta_2/\delta_1=1/3$ 、 $\delta_2/\delta_1=1$ 、 $\delta_2/\delta_1=3$) 条件下, 隧道外衬砌处的孔压集中系数 (PPCF₁)、动应力集中系数 (DSCF₁) 和内衬砌动应力集中系数 (DSCF₂) 分布情况. 从图中可以看出, 随着内外衬砌厚度比的增加, 内外衬砌动应力集中系数明显减小, 而外衬砌的孔压集中系数随着内外衬砌厚度比的增加而增加, 但幅值变化不大. 这与内外衬砌厚度比对饱和土中双层衬砌隧道应力响应的影响一致^[27].



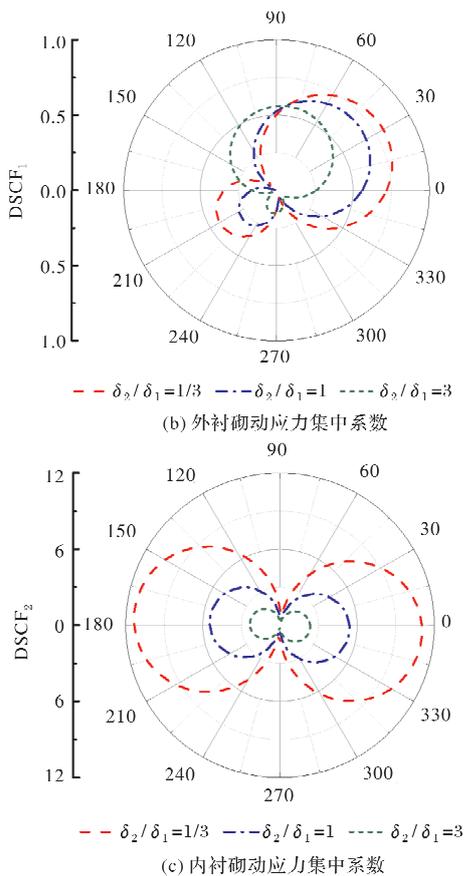


图6 内外衬砌厚度比对隧道位移响应的影响

Fig. 6 Influence of inner and outer lining thickness ratio on tunnel stress response

6 结论

本文基于无黏性流体波动理论和 Biot 饱和多孔介质波动理论, 利用 Hankel 函数积分变换法, 推导出平面 SV 波在水下双层衬砌隧道附近散射问题的解, 并对内外衬砌刚度比和内外衬砌厚度比下水下双层衬砌隧道响应的影响进行研究. 通过计算发现:

(1) 内外衬砌刚度比和厚度的变化对隧道位移响应影响较小.

(2) 内外衬砌刚度比的增加对外衬砌应力响应影响不明显, 但内衬砌动应力集中系数随着内外衬砌刚度的增加而明显增加.

(3) 内、外衬砌动应力集中系数随着内外衬砌厚度比的增加明显减小, 内外衬砌厚度比的变化对外衬砌孔压集中系数的影响有限.

参考文献 References

[1] 阳军生, 肖小文, 张聪, 等. 盾构隧道双层衬砌结构

受力现场监测试验研究[J]. 铁道工程学报, 2016, 33 (7): 46-63.

YANG Junsheng, XIAO Xiaowen, ZHANG Cong, et al. Experimental research on the site monitoring of double lining structure in shield tunnel[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2016, 33 (7): 46-63.

[2] 周济民. 水下盾构法隧道双层衬砌结构力学特性[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.

ZHOU Jimin. Research on mechanical behavior of double-layer lining structure for underwater shield tunnel[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.

[3] 高峰, 石玉成, 严松宏, 等. 隧道的两种减震措施研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (2): 222-229.

GAO Feng, SHI Yucheng, YAN Songhong, et al. Study of two shock absorption measures in tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24 (2): 222-229.

[4] 孙铁成, 高波, 叶朝良. 地下结构抗震减震措施与研究方法探讨[J]. 现代隧道技术, 2007 (3): 1-5.

SUN Tiecheng, GAO Bo, YE Chaoliang. Discussion on anti-seismic and seismic-relieving measures and corresponding research methods for underground structures[J]. Modern Tunnelling Technology, 2007 (3): 1-5.

[5] 王长柏, 李海波, 周青春, 等. P 波作用下深埋隧道动应力集中问题参数敏感性分析[J]. 岩土力学, 2011, 32 (3): 775-780.

WANG Changbai, LI Haibo, ZHOU Qingchun, et al. Parameters sensitivity analysis of dynamic stress concentration for deep buried tunnel under incident plane waves[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32 (3): 775-780.

[6] 高波, 王帅帅. 浅埋圆形复合式衬砌隧道动应力响应研究[J]. 西南交通大学学报, 2016, 51(4): 599-606.

GAO Bo, WANG Shuaishuai. Dynamic response study on shallow circular composite-lining Tunnels[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2016, 51(4): 599-606.

[7] 王帅帅, 高波, 申玉生. P 波入射下浅埋圆形复合式衬砌隧道减震力学特性研究[J]. 铁道学报, 2016, 38

- (6): 108-115.
- WANG Shuaisuai, GAO Bo, SHEN Yusheng. Study on damping mechanism of circular composite-lined shallow buried tunnel subjected to incident P wave[J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(6): 108-115.
- [8] 王帅帅, 高波, 范凯祥, 等. 平面 P 波入射下浅埋平行双洞隧道注浆加固减震机制[J]. 岩土力学, 2018, 39(2): 683-690.
- WANG Shuaishuai, GAO Bo, FAN Kaixiang, et al. Damping mechanism of shallow cylindrical parallel tunnel with grouting reinforcement zone[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(2): 683-690.
- [9] 高波, 王帅帅, 申玉生, 等. 平面 SV 波垂直入射下浅埋双圆隧道复合衬砌解析解及减震力学机理分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(02): 321-328.
- GAO Bo, WANG Shuaishuai, SHEN Yusheng, et al. Dynamic stress concentration and damping mechanism of twin cylindrical composite-lined tunnels subjected to vertical incident plane SV waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 321-328.
- [10] FAN K, SHEN Y, WANG S, et al. Dynamic response of composite lining tunnel with buffer layer: An analytical and experimental investigation[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020 1-7.
- [11] 席仁强, 陈国兴, 王志华. 覆水场地震反应分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2009, 29(06): 610-617.
- XI Renqiang, CHEN Guoxing, WANG Zhihua. Seismic response of underwater site[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2009, 29(6): 610-617.
- [12] CHENG X, XU W, YUE C, et al. Seismic response of fluid · structure interaction of undersea tunnel during bidirectional earthquake [J]. Ocean Engineering, 2014, 75(1): 64-70.
- [13] 周鹏, 崔杰, 李亚东, 等. 地震 P 波斜入射下入射角度对海底沉管隧道结构动力响应的影响[J]. 世界地震工程, 2016, 32(3): 78-85.
- ZHOU Peng, CUI Jie, LI Yadong, et al. Effect of oblique incident angle of P-wave on submarine immersed tunnels[J]. World Earthquake Engineering, 2016, 32(3): 78-85.
- [14] 程选生, 王建华, 杜修力. 渗流作用下海底隧道的流-固耦合地震响应分析[J]. 现代隧道技术, 2013, 50(6): 44-51.
- CHENG Xuansheng, WANG Jianhua, DU Xiuli. Fluid-solid coupling based seismic response analysis of seabed tunnels during seepage [J]. Modern Tunneling Technology, 2013, 50(6): 44-51.
- [15] 巨建民, 李会鹏. P 波斜入射下海底沉管隧道地震响应分析[J]. 大连交通大学学报, 2018, 39(6): 112-116.
- JU Jianmin, LI Huipeng. Seismic response analysis of submarine immersed tunnel to P-wave of oblique incidence[J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2018, 39(6): 112-116.
- [16] 马宏伟, 陈文化, 宗琦. P 波入射引起的水下输水隧洞地震响应研究[J]. 世界地震工程, 2016, 32(4): 194-202.
- MA Hongwei, CHEN Wenhua, ZONG Qi. Study on seismic response of underwater convey tunnel induced by plane P waves[J]. World Earthquake Engineering, 2016, 32(4): 194-202.
- [17] 马宏伟, 陈文化, 宗琦. SV 波引起的水下输水隧洞平面地震响应研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2016, 36(5): 766-772.
- MA Hongwei, CHEN Wenhua, ZONG Qi. Transverse response of underwater convey tunnel to incident SV waves[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, 36(5): 766-772.
- [18] STOLL R D, KAN T. Reflection of acoustic waves at a water-sediment interface[J]. Journal of the Acoustical Society of America[J], 1998, 70(1): 149-156.
- [19] 丁曼曼. 水下盾构隧道饱和砂层地震响应的平面解析分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2009.
- DING Manman. Plane analysis of seismic response of

- the underwater saturated sandy subsoil with shield tunnel[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009.
- [20] LIN C H, LEE V W, TODOROVSKA M I, et al. Zero-stress, cylindrical wave functions around a circular underground tunnel in a flat, elastic half-space: Incident P-waves[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2010, 30 (10): 879-894.
- [21] 朱赛男, 李伟华. 平面 P1 波斜入射下海底洞室地震响应解析分析[J]. *岩土力学*, 2021, 42 (1): 93-103.
ZHU Sainan, LI Weihua. Analytical solution of seismic response of an undersea cavity under incident P1-wave [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, 42 (01): 93-103.
- [22] 朱赛男, 李伟华, LEE V W, 等. 平面 P 波入射下海底衬砌隧道地震响应解析分析[J]. *岩土工程学报*, 2020, 42 (8): 1418-1427.
ZHU Sainan, LI Weihua, LEE V W, et al. Seismic response of undersea lining tunnels under incident plane P waves [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, 42 (8): 1418-1427.
- [23] LI W, ZHU S, LEE V, et al. Scattering of plane SV-waves by a circular lined tunnel in an undersea saturated half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2022, 153: 1-23.
- [24] 朱镜清, 周建. 海底地震动估计的一个流体力学基础[J]. *地震工程与工程振动*, 1991, 11 (3): 87-93.
ZHU Jingqing, ZHOU Jian. A fluid mechanics basis for estimating undersea ground motion [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1991, 11 (3): 87-93.
- [25] 王维佳. 黏性可压缩流体中的波[J]. *地球物理学报*, 1984, 27 (1): 84-93.
WANG Weijia. The waves in the viscous compressible fluid[J]. *Acta Geophysica Sinica*, 1984, 27 (1): 84-93.
- [26] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid I: Low frequency range [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, 28 (2): 168-178.
- [27] 范凯祥. 饱和地层浅埋隧道复合式衬砌对弹性波的散射[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
FAN Kaixiang. Scattering of elastic waves by composite lining of shallow buried tunnel in saturated stratum [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.

(编辑 桂智刚)