

## 基于不完全测量的结构损伤识别研究

李蕊, 周丽

(南京航空航天大学结构与强度研究所, 飞行器结构力学与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 自适应序贯非线性最小二乘法是一种新型的损伤识别方法. 为了减少结构中传感器的数量, 将有限元模型缩聚理论与自适应序贯非线性最小二乘法相结合, 用于结构的损伤识别——基于缩聚模型的自适应序贯非线性最小二乘法. 为了验证该方法的有效性, 对一悬臂梁结构进行了试验研究, 研究中考虑了白噪声、正弦、和 EL-Centro 地震波三种激励下的六种工况. 研究表明, 基于缩聚模型的自适应序贯非线性最小二乘法是一种有效的结构损伤识别方法, 根据该方法, 只需要使用少量的传感器即可准确地识别出结构中损伤的发生时刻、损伤的程度和位置.

**关键词:** 结构健康监测; 模型缩聚; 自适应序贯非线性最小二乘法; 系统识别; 损伤识别

**中图分类号:** V214.3

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-7930(2011)01-0025-06

近年来在航空航天、机械以及土木工程等行业中, 结构健康监测引起了越来越广泛的重视. 结构发生损伤时, 往往伴随着刚度等物理参数的变化. 因此进行健康监测时, 可以对结构构件刚度等物理参数进行追踪, 通过观察其是否发生变化来判断结构中是否发生损伤. 因此, 近年来基于振动响应数据的时域损伤识别技术在学术界引起了相当重视<sup>[1]</sup>. 目前已经用于结构损伤识别的时域分析技术主要有广义卡尔曼滤波<sup>[2-6]</sup>、最小二乘估计<sup>[7-11]</sup>、最小平方和估计<sup>[12-13]</sup>等. 自适应序贯非线性最小二乘法是一种以最小二乘估计为基础的新型的损伤识别方法<sup>[14-15]</sup>, 已往文献中已对其做了一些仿真方面的研究. 但存在以下两点欠缺之处: (1) 研究结构大多比较简单, 结构模型的自由度数比较少. (2) 研究中大部分算例都是在测量结构全部响应的情况下对结构进行损伤识别的, 偶有不完全测量的算例, 也仅有少量的结构响应未测量. 然而, 在工程实践中, 总是希望能够在健康监测系统中安装尽可能少的传感器. 此外, 部分振动数据(比如节点的转动加速度响应等)测量起来是比较困难的.

为了满足工程实践的需要, 对复杂结构在大量加速度响应未测量情况下进行损伤识别, 本文将有限元模型缩聚理论与自适应序贯非线性最小二乘法相结合来对结构进行损伤识别. 为了验证该方法的有效性, 本文对一悬臂梁结构进行了试验研究. 根据本文所提方法, 测量结构中少量节点的加速度响应, 对结构各单元刚度进行识别追踪, 从而判断出结构中损伤的发生时刻, 损伤的程度和位置.

## 1 理论方法

根据有限元理论,  $s$  自由度结构的运动方程可表示为:

$$M\ddot{\underline{x}}(t) + C\dot{\underline{x}}(t) + K\underline{x}(t) = \underline{\eta}f(t) \quad (1)$$

式中  $\underline{x}(t) = [\underline{x}_1(t), \underline{x}_2(t), \dots, \underline{x}_s(t)]^T$  为  $s$  维位移向量;  $M = (s \times s)$  维质量矩阵;  $C = (s \times s)$  维阻尼矩阵;  $K = (s \times s)$  维刚度矩阵;  $\underline{\eta} = (s \times (\overline{m} + r))$  维激励影响矩阵;  $f(t) = (\overline{m} + r)$  维激励向量.

将加速度响应向量  $\ddot{\underline{x}}(t) = [\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t), \dots, \ddot{x}_s(t)]^T$  分解为两个向量, 分别记为  $\ddot{\underline{x}}(t) = [\underline{x}_1(t), \underline{x}_2(t), \dots, \underline{x}_m(t)]^T$  和  $\ddot{\underline{x}}(t) = [\underline{x}_1^*(t), \underline{x}_2^*(t), \dots, \underline{x}_{s-m}^*(t)]^T$ , 其中  $\underline{x}_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$  和  $\underline{x}_i^*(t) (i=1, 2, \dots, s-m)$  分别为已测量和未测量加速度响应向量. 考虑  $\underline{x}_i^*(t)$  为将被缩聚掉的第二自由度,  $\underline{x}_i(t)$  为第一自由度. 根据静态缩聚理论<sup>[16-17]</sup>, 式(1)可被缩聚为下面的  $m$  自由度系统:

收稿日期: 2010-05-24 修改稿日期: 2010-12-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10572058); 航空基金资助项目(2008ZA52012)

作者简介: 李蕊(1983-), 女, 陕西西安人, 博士生, 主要从事健康检测研究.

$$M(\theta)\ddot{x}(t)+C(\theta)\dot{x}(t)+K(\theta)x(t)=\eta f(t) \quad (2)$$

其中  $M(\theta)$ ,  $C(\theta)$ , 和  $K(\theta)$  分别为  $(m \times m)$  维的质量、阻尼、和刚度矩阵,  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$  为  $n$  维未知参数向量. 由于式(2)不再是未知参数向量  $\theta$  的线性方程, 所以首先将其在  $t = t_{k+1} = (k+1)\Delta t$  时刻离散化, 其中  $\Delta t$  为采样时间间隔. 随后, 将离散后方程在  $t = t_{k+1} = (k+1)\Delta t$  对  $\theta$  进行线性化, 则可得:

$$\varphi(X_{k+1})\theta_{k+1} = y_{k+1} \quad (3)$$

其中

$$\varphi(X_{k+1}) = \left[ \frac{\partial L}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_k}; \quad y_{k+1} = \eta f_{k+1} - L(\theta_k) + \left[ \frac{\partial L}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_k} \theta_k \quad (4)$$

$$L = M(\theta_k)\ddot{x}_{k+1} + C(\theta_k)\dot{x}_{k+1} + K(\theta_k)x_{k+1} \quad (5)$$

式中:  $y_{k+1} = y(t_{k+1})$ ;  $\theta_{k+1} = \theta(t_{k+1})$ ;  $X_{k+1} = [x_{k+1}^T, \dot{x}_{k+1}^T]^T$ ;  $\varphi(X_{k+1}) = \varphi[X(t_{k+1}); t_{k+1}]$ .

不同于卡尔曼滤波等很多方法同时估计未知向量  $X_k$  和  $\theta_k$ , 自适应序贯非线性最小二乘法将  $X_k$  和  $\theta_k$  分为两步估计. 第一步是假设  $X_k$  已知, 使用最小二乘法估计  $\theta_k$ . 第二步是基于上一步估计得到的  $\theta_k$ , 通过非线性最小二乘法估计  $X_k$ , 称为自适应序贯非线性最小二乘法, 具体过程如下:

第一步: 根据假设状态向量  $X_k$  已知并且参数向量  $\theta_k$  为常数,  $\theta_{k+1}$  的估计  $\hat{\theta}_{k+1}$  可通过下式得到:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1}(X_{k+1})[y_{k+1} - \varphi(X_{k+1})\hat{\theta}_k] \quad (6)$$

$$K_{k+1}(X_{k+1}) = (\Lambda_{k+1}P_k\Lambda_{k+1}^T)\varphi^T(X_{k+1})[I + \varphi(X_{k+1})P_k\varphi^T(X_{k+1})]^{-1} \quad (7)$$

$$P_k = [I - K_k(X_k)\varphi^T(X_k)](\Lambda_kP_{k-1}\Lambda_k^T) \quad (8)$$

式中  $K_{k+1}(X_{k+1})$  为最小二乘增益矩阵.

第二步: 基于估计得到的  $\hat{\theta}_{k+1}$ ,  $X_{k+1}$  的估计值  $\hat{X}_{k+1|k+1}$  的可通过下式得到:

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + \bar{K}_{k+1}[y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}(\hat{X}_{k+1|k})] \quad (9)$$

$$\hat{X}_{k+1|k} = \varphi_{k+1,k}\hat{X}_{k|k} + B_1\ddot{x}_k + B_2\dot{x}_{k+1} \quad (10)$$

$$\bar{K}_{k+1} = \bar{P}_{k+1|k}\Psi_{k+1,k}^T[I + \Psi_{k+1,k+1}\bar{P}_{k+1|k}\Psi_{k+1,k+1}^T]^{-1} \quad (11)$$

$$\bar{P}_{k+1|k} = \Phi_{k+1,k}\bar{P}_{k|k}\Phi_{k+1,k}^T \quad (12)$$

$$\bar{P}_{k|k} = \bar{P}_{k|k-1} - \bar{K}_k\Psi_{k,k}\bar{P}_{k|k-1} \quad (13)$$

其中

$$\hat{Y}_i[X_i(\hat{X}_{k+1|k})] = \varphi_i[X_i(X_{k+1})]\hat{\theta}_i[X_i(X_{k+1})] \quad (14)$$

$$\Phi_{k+1,k} = \begin{bmatrix} I & (\Delta t)I \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Psi_{k+1,k+1} = \frac{\partial \hat{Y}_{k+1}(X_{k+1})}{\partial X_{k+1}} \bigg|_{X_{k+1}=X_{k+1}(\hat{X}_{k+1|k})} \quad (16)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} (0.5 - \beta)(\Delta t)^2 I \\ (1 - \gamma)(\Delta t) I \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} \beta(\Delta t)^2 I \\ \gamma(\Delta t) I \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中  $\beta$  和  $\gamma$  为 Newmark- $\beta$  方法中使用的参数(通常取  $\beta=0.25$ ,  $\gamma=0.5$ ).

## 2 试验研究

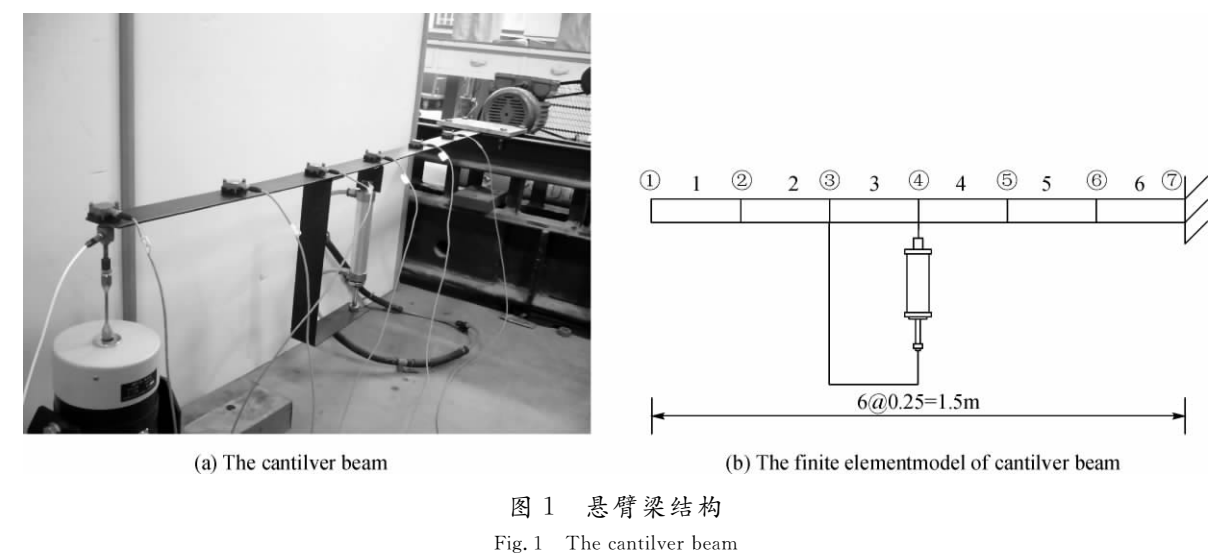
为验证上节中所提方法的损伤监测能力, 本文对一悬臂梁结构进行了试验研究. 试验中, 为了模拟结构的在线损伤, 将一个气缸作为刚度元件安装于悬臂梁上, 如图 1(a)、图 1(b)所示. 试验中考虑了白噪声, 正弦, 以及 El-Centro 三种激励下的六种工况.

### 2.1 试验装置

用于试验的悬臂梁如图 1(a)所示. 该悬臂梁上安装了一个气缸以在试验过程中改变悬臂梁的刚度. 该梁长 1.5 m, 横截面为 0.048 m  $\times$  0.003 m. 将整根梁分离为 6 个独立的节点, 并将气缸安装在单元 3 上, 如图 1(a)、图 1(b)所示. 试验中, 在 6 个节点上分别安装 6 个加速度传感器(PCB3701G3FA3G)以测量每个节点的竖向加速度响应, 同时在激振器上安装一个力传感器(PCB208C03)以测量所施加外部载荷.

### 2.2 刚度单元装置

本试验中, 单元的破坏是以单元刚度的减少来模拟的. 为了模拟一个特定单元刚度的衰减, 比如说  $i$  单元, 将在单元  $i$  上安装一个刚度单元装置. 试验中, 刚度单元装置的有效刚度将被人为控制的减少以



模拟  $i$  单元因破坏引起的刚度衰减.

本试验中所使用的刚度元件的主体是一个双阀门的液压气缸,如图 2 所示.将其按图 1 所示方法安装于试验梁上,首先将气缸内填满增压气体并关闭两个阀门,此时气缸中所填充的气体将限制其顶杆的滑动,从而严重限制节点③和节点④直接的相对位移,于是将在单元 3 施加一个比较大的附加刚度.随后,在时刻  $t_r$  忽然打开将气缸的两个阀门,使其内部气压骤降为零,此时,由于没有了内部填充气体的限制,气缸的顶杆可在气缸内自由滑动,从而对节点③和节点④间相对位移的限制将大大减弱,于是单元③上附加的刚度也将大大减小.

2.3 有限元模型

12 自由度有限元模型:如图 1(b)所示,该悬臂梁被分为 6 个单元,7 个节点.由于在节点⑦处施加了固支约束,所以结构的有限元模型为 12 个自由度.记  $x_1, x_2, \dots, x_6$  分别为节点 1~6 的竖向位移,  $x_7, x_8, \dots, x_{12}$  分别为节点 1~6 的转动位移.假定阻尼形式为比例阻尼即  $\underline{C} = \alpha \underline{M} + \beta \underline{K}$ .

6 自由度有限元模型:在该模型中,将 6 个竖向位移视为主自由度,6 个转动位移视为从自由度.根据静态缩聚方法,该 12 自由度有限元模型可被缩聚为 6 自由度并且缩聚后  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ .

3 自由度有限元模型:在该模型中,将  $x_1, x_2$ , 和  $x_6$  视为主自由度,其他 9 个位移为从自由度,根据静态缩聚方法,该 12 自由度有限元模型可被缩聚为 3 自由度且缩聚后  $x = [x_1, x_3, x_6]^T$ .

2.4 试验结果

试验开始前,先使用气泵对气缸充压至 0.8 MPa.使用 Q8 板控制激振器对试验梁节点施加持续的激振力.至激振持续时间  $t = 10$  s 时,忽然打开单元刚度元件的两个阀门,使单元③的刚度忽然减小.试验中所有测量数据的采样频率均为 500 Hz.根据不同的缩聚有限元模型、不同的激励载荷,考虑了六种工况.各工况下详细识别结果如下.

工况 1: 本工况下的外部激励为作用于节点①的正弦激励,使用有限元模型为 3 自由度有限元模型.根据前文所提方法,对梁的未知参数进行识别追踪,结果如图 3 所示.图中实线代表识别值,虚线代表通过静态试验测得的基准值.识别时使用初值为  $k_{i,0} = 6$  kN/m ( $i = 1, 2, 4, 5, 6$ ),  $k_{3,0} = 25$  kN/m,  $\tilde{\alpha}_0 = 0 s^{-1}$ ,  $\tilde{\beta}_0 = 0$  s,  $P_0 = 10^6$  I,  $\bar{P}_{0|0} = I$ ,  $X_{\theta,0} = 0$ .

工况 2: 本工况下,除激励载荷由正弦激励改变为白噪声激励外,其他都和工况 1 下相同.识别结果如图 4 所示.

工况 3: 本工况下外部激励形式为正弦激励,作用于节点①,使用的有限元模型为 6 自由度有限元模型.识别结果如图 5 所示.

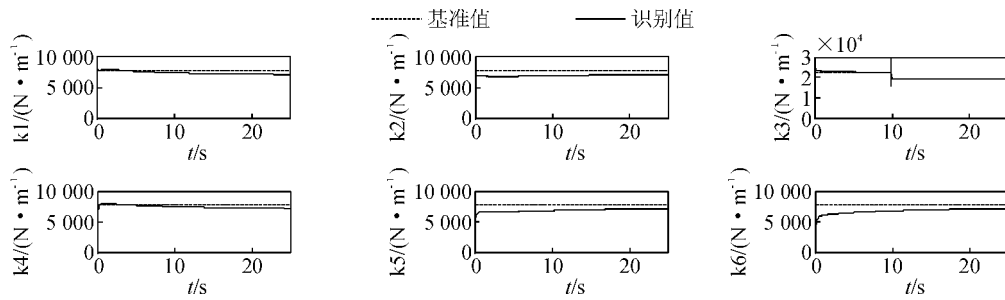


图 3 工况 1 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 3 Stiffness identification of each cantilever unit under condition I

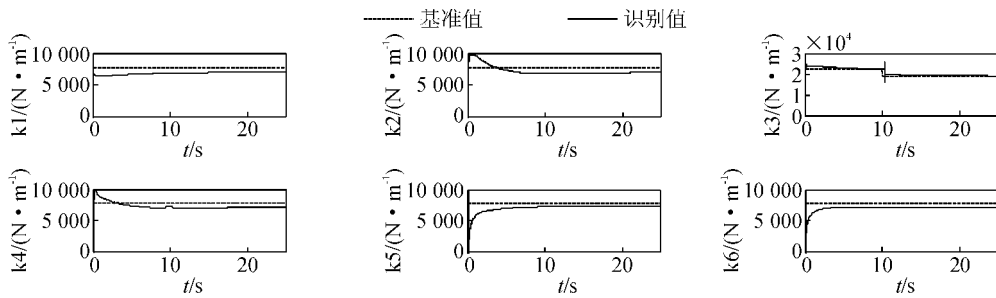


图 4 工况 2 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 4 Stiffness identification of each cantilever unit under condition II

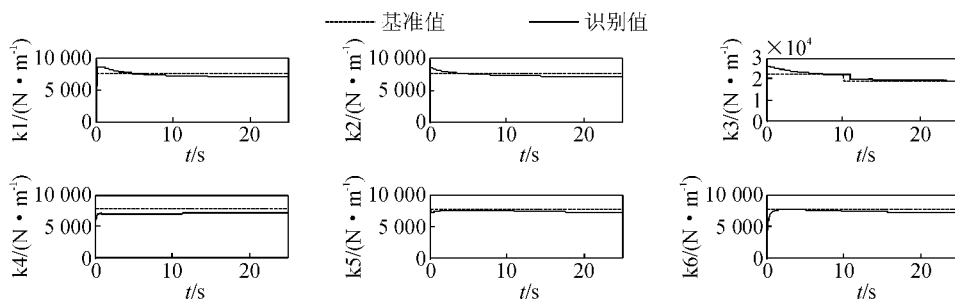


图 5 工况 3 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 5 Stiffness identification of each cantilever unit under condition III

工况 4: 本工况下,除激励载荷由正弦激励改变为白噪声激励外,其他都和工况 3 下相同. 识别结果如图 6 所示.

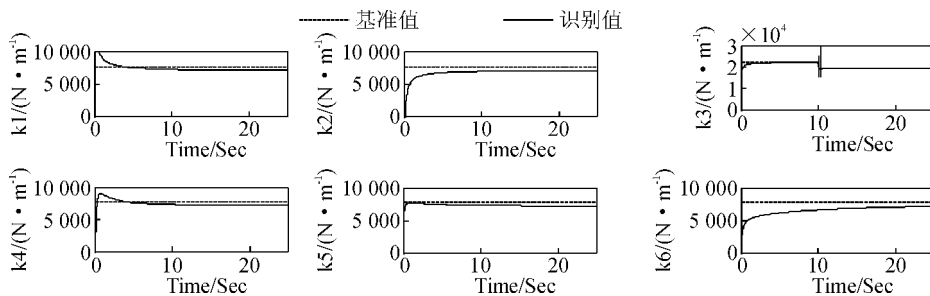


图 6 工况 4 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 6 Stiffness identification of each cantilever unit under condition IV

工况 5: 本工况下外部激励载荷为一作用于节点②的竖向 El-Centro 激励,使用模型为 6 自由度有限元模型. 识别结果如图 7 所示.

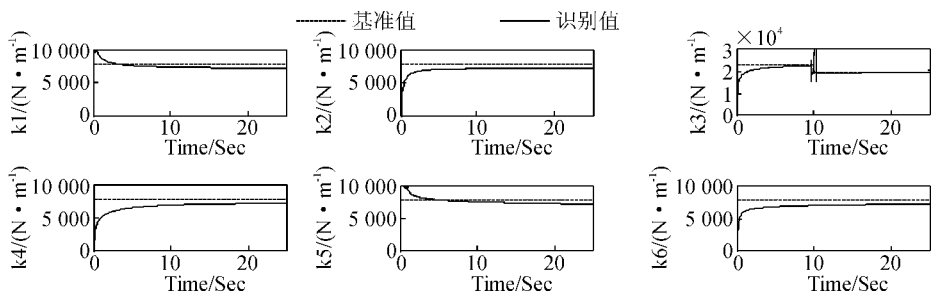


图 7 工况 5 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 7 Stiffness identification of each cantilever unit under condition V

工况 6:本工况下外部激励载荷为一作用于节点⑥的竖向正弦激励,使用模型为 6 自由度有限元模型,但只测量  $\ddot{x}_1, \ddot{x}_3, \ddot{x}_6$ ,未测量也未被缩聚掉的  $\ddot{x}_2, \ddot{x}_4, \ddot{x}_5$ 在运动方程中通过移项进行处理. 识别结果如图 8 所示.

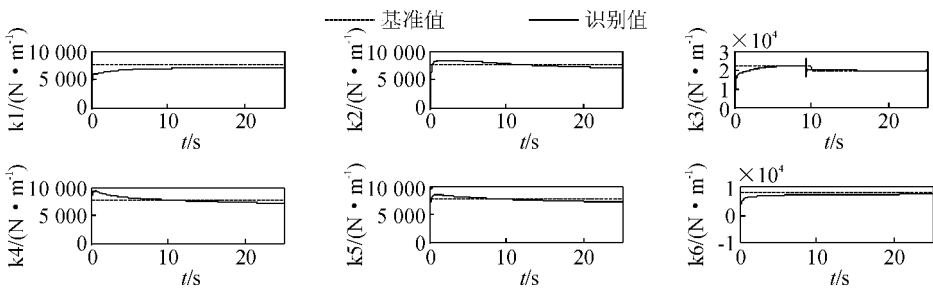


图 8 工况 6 下悬臂梁各单元刚度识别结果

Fig. 8 Stiffness identification of each cantilever unit under condition VI

3 结 论

本文将有限元缩聚原理与自适应序贯非线性最小二乘法相结合,以大量减少结构健康监测系统中传感器的数量. 为了验证该方法的有效性,文中对一悬臂梁结构进行了试验研究,得到了如下结果:

(1)将各单元刚度的识别结果与其基准值对比发现:本文所提方法解得的识别结果和基准值误差最大不超过 4%.

(2)观察各损伤单元的刚度识别结果,可以发现:几乎是损伤发生的同时,损伤单元的刚度识别结果即发生骤降. 说明本方法对损伤的识别几乎没有任何延时,能够在结构中损伤发生的第一时间将其识别出来.

(3)将有限元模型缩聚法与自适应序贯非线性最小二乘法相结合,可以大量减少结构健康监测系统中传感器的数量.

综上,本文的研究结果表明基于缩聚模型的自适应二次乘方和误差法是一种有效的结构损伤识别方法,能够准确地识别出结构中损伤的发生时刻,损伤的程度和位置.

参考文献 References

[1] DOEBLING S W, FARRAR C R, PRIME M B. A summary review of vibration-based damage identification methods [J]. Shock Vibration Digest , 1998, 30(2): 91-105.

[2] HOSHIYA M, SAITO E. Structural identification by extended Kalman filter [J]. ASCE J. Eng. Mech. , 1984, 110(12):1757-1771.

[3] YANG J N, LIN S HUANG H, ZHOU L. An adaptive extended kalman filter for structural damage identification [J]. Journal of Structural Control and Health Monitoring, 2006, 13(4): 849-867.

[4] 吴新亚, 周 丽. 基于有限范围自适应卡尔曼滤波的结构损伤识别方法[J]. 振动工程学报, 2007, 20(4):401-406.

WU S Y, ZHOU L. A Finite-horizon adaptive Kalman filter for structural admage identification[J]. Journal of Vibration Engineering 2007,20(4):401-406.

- [5] 周 丽, 吴新亚, 尹 强, 等. 基于自适应卡尔曼滤波方法的结构损伤识别实验研究[J]. 振动工程学报, 2008, 21(2): 42-51.  
ZHOU L, WU S Y, YIN Q, et al. Experimental Study of an adaptive extended Kalman filter for structural damage identification[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 14(1): 42-51.
- [6] ZHOU L, WU S Y, YANG J N. Experimental study of an adaptive extended Kalman filter for structural damage identification [J]. Journal of Infrastructure Systems, 2008, 14(1): 42-51.
- [7] WANG D, HALDAR A. Element-level system identification with unknown input [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1994, 120(1): 159-176.
- [8] LOH C H, LIN C Y, HUANG C C. Time domain identification of frames under earthquake loadings [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(7): 693-703.
- [9] LIN J W, BETTI R. On-line identification of nonlinear hysteretic structural system using A variable trace approach [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2001(30): 1279-1303.
- [10] YANG J N, LIN S. On-line identification of nonlinear hysteretic structures using an adaptive tracking technique [J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2004(39): 1481-1491.
- [11] LING X, HALDAR A. Element level system identification with unknown input with Rayleigh damping [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(8): 877-885.
- [12] YANG J N, HUANG H, PAN S. Adaptive quadratic sum-squares Error for structural damage identification [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2009, 135(2): 67-77.
- [13] HUANG H, YANG J N, ZHOU L. Adaptive quadratic sum-squares error with unknown inputs for damage identification of structures [J]. Control and Health Monitoring, 2010, 17(4): 404-426.
- [14] YANG J N, HUANG H. Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures [J]. International Journal of Non-linear mechanics, 2006, 41(1): 124-140.
- [15] YANG J N, HUANG H. Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures with unknown inputs and unknown outputs [J]. International Journal of Non-linear mechanics, 2007, 42(5): 789-801.
- [16] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380-380.
- [17] 张德文. 结构动力分析中的逐级近似缩聚法[J]. 固体力学学报, 1994, 15(4): 360-364.  
ZHANG De-wen. Succession-level approximate reduction technique (SART) in structural Dynamic analysis[J]. Acta mechanica solida sinica, 1994, 15(14): 361-364.

## Structural damage identification with incomplete measurements

LI Rui , ZHOU Li

( Institute of Structures & Strength; MOE Key Lab of Structure Mechanics and Control for Aircraft;  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Adaptive sequential nonlinear least-square estimation approach is a new structural damage identification technique. In order to reduce the number of sensors in structure health monitoring system, a reduced-order finite-element approach along with the adaptive sequential nonlinear least-square estimation approach is proposed to identify the local damages of complex structures, which is referred to as the reduced-order finite-element model based adaptive sequential nonlinear least-square estimation approach. To verify the capability of the proposed approach, at first a simulation test was performed on a 3-D truss, and three cases under two excitations were considered, including white noise excitation and El-Centro earthquake excitation. Then experimental tests were performed on a scaled cantilever beam, and six cases under three excitations were considered, including white noise, sinusoidal, and El-Centro excitation. Simulation and experimental tests indicated that the proposed reduced-order finite-element model based sequential nonlinear least-square estimation approach is an effective structural health monitoring method. By using only a few sensors, the structural damages can be detected accurately, including the location and severity of the damage.

**Key words:** structural health monitoring; model reduce; adaptive sequential nonlinear least-square estimation; system identification; damage detection