

高墩大跨弯连续刚构桥空间稳定性的解析解

李文华^{1,2}, 贺拴海¹, 鲁 洁³

(1. 长安大学, 陕西 西安 710064; 2. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710065;

3. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘 要: 根据高墩弯连续刚构桥从裸墩、悬臂浇筑施工到成桥各阶段的受力特点, 将成桥后主梁对主墩的约束作用简化为等效约束刚度的弹簧, 利用 Hamilton 原理, 推导高墩自体、悬浇施工以及成桥阶段的动力稳定方程, 进一步退化为静力稳定问题, 得到了静力稳定系数表达式, 并分析了诸因素对高墩弯连续刚构桥稳定性的影响. 从而寻求高墩大跨弯连续刚构桥梁空间稳定性的实用简便算法. 通过实例分析, 验证其计算结果的可靠性.

关键词: 高墩; 弯连续刚构; 稳定分析; Hamilton 原理; 等效约束刚度

中图分类号: U448.21

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2011)01-0036-08

高墩大跨弯连续刚构桥应用日益广泛, 从已建的桥梁来看, 桥墩大多采用薄壁空心截面形式, 这就使得桥墩的刚度大大削弱, 柔度增大, 桥梁的整体稳定性减弱. 而在高桥墩上进行悬臂施工, 也会由于诸多因素而降低桥墩及整个桥梁结构的稳定性^[1]. 这些因素使得对桥墩自身及整个桥梁结构的稳定性分析显得尤为必要. 以往的分析方法通常采用有限元法, 也有一些简化计算方法^[2-3], 但不甚全面, 没有给出具体的解析解. 本文研究用 Hamilton 原理建立各阶段结构的线弹性动力稳定方程, 并将其退化为静力稳定问题求解. 推导出高墩自体、最大悬臂施工阶段和使用阶段的空间稳定性的稳定系数的解析解.

1 高墩自体空间稳定性分析

高墩在施工过程中和竣工后, 其架设状态的空间受力体系如图 1 所示. 高墩失稳承受的荷载有自重 q , 风载 q_{fx} , q_{fy} .

设桥墩截面 x 、 y 方向和扭转角的振动位移函数分别为 $u(z, t) = \alpha(t)u(z)$, $v(z, t) = \beta(t)v(z)$, 和 $\theta(z, t) = \gamma(t)\theta(z)$. 则截面上任意一点 $B(z, s)$ 的 x 、 y 方向位移分别为 $u_B = u - (y - y_0)\theta$, $v_B = v + (x - x_0)\theta$, 如图 2 所示.

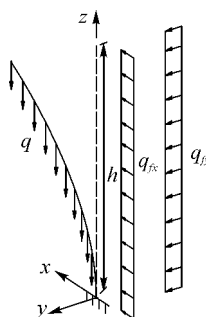


图 1 墩自体空间失稳图

Fig. 1 Instability of high pier from single pier

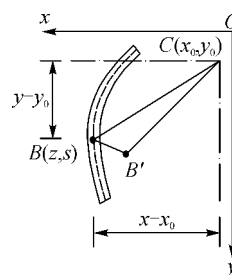


图 2 墩截面扭转变形

Fig. 2 Reverse deformation of pier cross-section

收稿日期: 2009-11-24 修改稿日期: 2010-12-11

基金项目: 陕西省交通科技资助项目(04-14k)

作者简介: 李文华(1977-), 男, 陕西蒲城人, 博士生, 主要从事桥梁工程研究.

桥墩的动能和位能分别为

$$T_D = \frac{1}{2} \int_0^h m(z) (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dz \quad (1)$$

$$V_D = \frac{1}{2} \int_0^h [EI_y (u'')^2 + EI_x (v'')^2] dz + \frac{1}{2} \int_0^h [GI_d (\theta')^2 + \beta^2 EI_w (\theta'')^2] dz \quad (2)$$

式中: $\beta = I_p / (I_p - I_d)$

桥墩自重和风载在桥墩变形所做功分别为

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^h q(h-z) [(u')^2 + (v')^2] dz \quad (3a)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \int_0^h \int_A \frac{q_{fy}(h-z)y}{I_x} [(u'_B)^2 + (v'_B)^2] dA dz + \int_0^h (q_{fx}u + q_{fy}v) dz \quad (3b)$$

由 Hamilton 原理建立桥墩的动力方程^[4],

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi_i} + \frac{\partial (V - W)}{\partial \xi_i} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $(\xi_{1,2,3} >_{1,2,3} = \alpha(t), \beta(t), \gamma(t))$

利用截面对称性,分项求解组集可得高墩的动力方程

$$[M] \{\dot{\varphi}\} + [k] \{\varphi\} = \{Q\} \quad (5)$$

式中:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & & \\ & M_{22} & \\ & & M_{33} \end{bmatrix}, \{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \\ \gamma(t) \end{Bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} K_{E1} + K_{G1} & 0 & K_{G4} \\ 0 & K_{E2} + K_{G2} & K_{G5} \\ K_{G4} & K_{G5} & K_{E3} + K_{G3} \end{bmatrix}, \{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$M_{11} = \int_0^h m(z) u(z)^2 dz, M_{22} = \int_0^h m(z) v(z)^2 dz, M_{33} = \int_0^h \rho I_\theta \theta(z)^2 dz, K_{E1} = \int_0^h EI_y u''(z)^2 dz,$$

$$K_{E2} = \int_0^h EI_x v''(z)^2 dz, K_{E3} = \int_0^h [GI_d \theta'(z)^2 + \beta^2 EI_w \theta''(z)^2] dz, K_{G1} = - \int_0^h q(h-z) u'(z)^2 dz,$$

$$K_{G2} = - \int_0^h q(h-z) v'(z)^2 dz, K_{G3} = - \int_0^h \rho(h-z) I_\theta \theta'(z)^2 dz, K_{G4} = - \frac{1}{2} \int_0^h q_{fy}(h-z)^2 u'(z) \theta'(z) dz,$$

$$K_{G5} = \frac{1}{2} \int_0^h q_{fx}(h-z)^2 v'(z) \theta'(z) dz, Q_1(t) = \int_0^h q_{fx} u(z) dz, Q_2(t) = \int_0^h q_{fy} v(z) dz$$

设 $\xi_i(t) = \xi_i \sin(\omega t + \phi)$, 代入式(5) 可得

$$[M] \omega^2 - [K] = 0 \quad (6)$$

上式即高墩在风载等动力荷载作用下的动力稳定方程. 对于高墩静力稳定 $\omega^2 \rightarrow 0$, 则由式(6) 得

$$|[K]| = 0 \quad (7)$$

从式(7) 中的刚度矩阵 $[K]$ 的构成项可以看出, 风荷载导致的几何刚度项 K_{G4}, K_{G5} 是弯扭耦合项, 如果单考虑桥墩线弹性弯曲稳定时, 风荷载对其稳定性是没有影响的. 对于预应力混凝土连续刚构桥, 桥墩是混凝土闭口截面结构, 其抗扭刚度大, 一般不会首先发生弯扭失稳或扭转失稳^[5], 因而可以忽略扭转项, 则由式(7) 得

$$\begin{vmatrix} K_{E1} + K_{G1} & \\ & K_{E2} + K_{G2} \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

设桥墩 x, y 方向弯曲失稳的位移函数^[4] 为:

$$u, v = (1 - \cos \frac{\pi z}{2h}) \quad (10)$$

将式(10) 代入刚度系数 $K_{E1}, K_{G1}, K_{E2}, K_{G2}$, 并求解方程(9) 可得临界荷载 q_{cr} 为

$$q_{\sigma} = \frac{\pi^4 EI_{\min}}{(2\pi^2 - 8)h^3} \quad (11)$$

结构稳定系数 λ_{\min} 为

$$\lambda_{\min} = \frac{\left\{ \frac{\pi^4 EI_{\min}}{(2\pi^2 - 8)h^3} \right\}}{q} \quad (12)$$

式中: $I_{\min} = \min(I_x, I_y)$.

2 悬臂施工阶段空间稳定性分析

高墩弯连续刚构桥在最大悬臂施工时,结构的稳定性为最不利.该状态下结构空间受力体系如图 3.此时结构承受的荷载有恒载 q 、 Q_{z_2} ,风载 q_{fx_1} 、 q_{fy_1} 和 q_{fz_2} ,节段不平衡重和挂篮作用 F 、 M .结构失稳包括挂篮正常工作和非正常工作(跌落).

设桥墩在 x_1 、 y_1 方向和扭转角振动位移函数为 $u_1(z_1, t) = a_1(t)u_1(z_1)$ 、 $v_1(z_1, t) = \beta_1(t)v_1(z_1)$ 和 $\theta_1(z_1, t) = \gamma_1(t)\theta_1(z_1)$.则截面上任意一点 $B(z_1, s)$ 的在 x_1 、 y_1 方向位移分别为 $u_{B1} = u_1 - (y_1 - y_0)\theta_1$ 、 $v_{B1} = v_1 + (x_1 - x_0)\theta_1$.

设主梁在 r_2 、 z_2 方向振动位移函数分别为 $u_2(s_2, t)$ 、 $v_2(s_2, t)$.主梁和桥墩在墩顶节点的位移协调条件可推导得主梁振动位移函数分别为 $u_2(s_2, t) = \Delta_{y_1} + \theta_{z_1}s_2 + a_2(t)u_2(s_2)$ 、 $v_2(s_2, t) = \Delta_{z_1} - \alpha_{y_1}s_2 + \beta_2(t)v_2(s_2)$.

式中: $\Delta_{y_1} = v_1(h, t)$ 、 $\alpha_{y_1} = u'_1(h, t)$ 、 $\theta_{z_1} = \theta_1(h, t)$ 、 $\Delta_{z_1} = -\frac{1}{2}\int_0^h [(u'_1)^2 + (v'_1)^2]dz_1$.

悬臂结构动能和位能分别为

$$T_D = \frac{1}{2}\int_0^h m_D(z_1) \dot{u}_1^2 + \dot{v}_1^2 dz_1 \quad (13)$$

$$T_B = \frac{1}{2}\int_0^h m_B(s_2) \dot{u}_2^2 + \dot{v}_2^2 ds_2$$

$$V_D = \frac{1}{2}\int_0^h [E_D I_D^y (u''_1)^2 + E_D I_D^z (v''_1)^2] dz_1 + \frac{1}{2}\int_0^h [G_D I_D^d (\theta'_1)^2 + \beta_D^2 E_D I_D^o (\theta'_1)^2] dz_1 \quad (14)$$

$$V_B = \frac{1}{2}\int_{-s}^s [E_B I_B^{z_2} (u''_2)^2 + E_B I_B^{r_2} (v''_2)^2] ds_2$$

外力在桥墩变形所做的功为

$$W_1 = \frac{1}{2}\int_0^h q(h - z_1) [(u'_1)^2 + (v'_1)^2] dz_1 \quad (15a)$$

$$W_2 = \frac{1}{2}\int_0^h \int_{A_D} \frac{q_{fx_1}(h - z_1)x_1}{I_D^x} [(u'_1)^2 + (v'_1)^2] dA_D dz_1 \times \frac{1}{2}\int_0^h \int_{A_D} \frac{q_{fy_1}(h - z_1)y_1}{I_D^y} \times [(u'_1)^2 + (v'_1)^2] dA_D dz_1 + \int_0^h [q_{fx_1} u_1 + q_{fy_1} v_1] dz_1 \quad (15b)$$

$$W_3 = \frac{1}{2}\int_0^h \left[\int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 \right] [(u'_1)^2 + (v'_1)^2] dz_1 \quad (15c)$$

$$W_4 = \frac{1}{2}\int_0^h \int_{A_D} \frac{\left[\int_{-s}^s q_{fz_2} ds_2 \right] (h - z_1) y_1}{I_D^y} (u'_{B1})^2 dA_D dz_1 \times \frac{1}{2}\int_0^h \int_{A_D} \frac{\left[\int_{-s}^s q_{fz_2} ds_2 \right] (h - z_1) y_1}{I_D^y} \times (v'_{B1})^2 dA_D dz_1 + \left[\int_{-s}^s q_{fz_2} ds_2 \right] \cdot v_1(h, t) \quad (15d)$$

$$W_5 = \frac{1}{2}\int_0^H \int_{A_D} \frac{F}{A_D} [(u'_{B1})^2 + (v'_{B1})^2] dA_D dz_1 \times \frac{1}{2}\int_0^H \int_{A_D} \frac{(Fs_{x_1} + Ms_{y_1})x_1}{I_D^y} [(u'_{B1})^2 + (v'_{B1})^2] dA_D dz_1 +$$

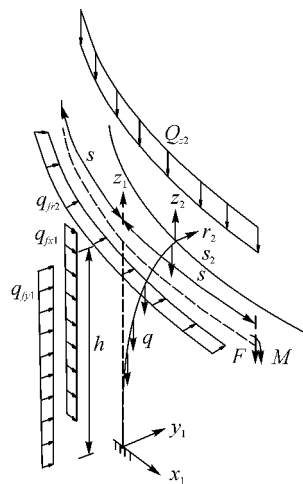


图 3 最大悬浇空间失稳

Fig. 3 Instability of the largest cantilever

$$\frac{1}{2} \int_0^H \int_{A_D} \frac{(Fs_{y_1} + M_{x_1})y_1}{I_D^x} [(u'_{B1})^2 + (v'_{B1})^2] dA_D dz_1 \quad (15e)$$

外力在主梁变形所做的功为

$$W_6 = \frac{1}{2} \int_{-s}^s Q_{z_2} [-\alpha_{y_1} \cdot s_2 + \beta_2 v_2] ds_2 \quad (16a)$$

$$W_7 = \frac{1}{2} \int_{-s}^s q_{fr_2} [\theta_{z_1} s_2 + a_2 u_2] ds_2 \quad (16b)$$

$$W_8 = F[\alpha_{y_1} \cdot s_{x_1} - v_2 \beta_2] + M[\alpha_{y_1} - v'_2 \beta_2] \quad (16c)$$

由 Hamilton 原理, 利用桥墩截面对称性和忽略大位移非线性振动项, 求解组集得整个结构的动力方程

$$[M]\{\ddot{\varphi}\} + [k]\{\varphi\} = \{Q\} \quad (17)$$

式中:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & & & & M_{15} \\ & M_{22} & M_{23} & M_{24} & \\ & M_{32} & M_{33} & M_{34} & \\ & M_{42} & M_{43} & M_{44} & \\ M_{51} & & & & M_{55} \end{bmatrix}, \{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1(t) \\ \beta_1(t) \\ \gamma_1(t) \\ \alpha_2(t) \\ \beta_2(t) \end{Bmatrix}, \{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \\ 0 \\ Q_3(t) \\ Q_4(t) \end{Bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & & & & K_{13} \\ & K_{22} & & & K_{23} \\ & & K_{33} & & \\ K_{31} & & & & \\ & & & & K_{44} \\ & & & & & K_{55} \end{bmatrix},$$

$$M_{11} = \int_0^h m_D (u_1)^2 dz_1 + \int_{-s}^s m_B [u'_1(h) s_2]^2 ds_2, \quad M_{22} = \int_0^h m_D (v_1)^2 dz_1 + \int_{-s}^s m_B v_1(h)^2 ds_2,$$

$$M_{33} = \int_0^h \rho_D I_\theta \theta_1^2 dz_1 + \int_{-s}^s m_B \theta_1(h)^2 ds_2, \quad M_{44} = \int_{-s}^s m_B (u_2)^2 ds_2, \quad M_{55} = \int_{-s}^s m_B v_2(s_2)^2 ds_2,$$

$$M_{23}, M_{32} = \int_{-s}^s m_B v_1(h) \theta_1(h) ds_2, \quad M_{24}, M_{42} = \int_{-s}^s m_B v_1(h) u_2(s_2) ds_2,$$

$$M_{34}, M_{43} = \int_{-s}^s m_B \theta_1(h) u_2(s_2) ds_2, \quad M_{15}, M_{51} = - \int_{-s}^s m_B u'_1(h) v_2(s_2) s_2 ds_2,$$

$$K_{11} = \int_0^h E_D I_D^y (u''_1)^2 dz_1 + \lambda K_{G11}, \quad K_{22} = \int_0^h E_D I_D^x (v''_1)^2 dz_1 + \lambda K_{G22},$$

$$K_{33} = \int_0^h [G_D I_D^d (\theta'_1)^2 + \beta_D^2 E_D I_D^w (\theta''_1)^2] dz_1 + K_{G33}, \quad K_{44} = \int_{-s}^s E_B I_B^z (u''_2)^2 ds_2,$$

$$K_{55} = \int_{-s}^s E_B I_B^r (v''_2)^2 ds_2, \quad K_{G11} = - \int_0^h [q(h - z_1) + \int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + F] (u'_1)^2 dz_1,$$

$$K_{G22} = - \int_0^h [q(h - z_1) + \int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + F] (v'_1)^2 dz_1,$$

$$K_{G33} = - \int_0^h \rho_D (h - z_1) I_D^b (\theta'_1)^2 dz_1 - \int_0^h [\int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + F] I_D^b (\theta'_1)^2 dz_1,$$

$$K_{13}, K_{31} = \int_0^h \frac{1}{2} q_{fy_1} (h - z_1)^2 u'_1 \theta'_1 dz_1 + \int_0^h [\int_{-s}^s q_{fr_2} ds_2 (h - z_1) + Fs_{y_1} + M_{x_1}] u'_1 \theta'_1 dz_1,$$

$$K_{23}, K_{32} = - \int_0^h \frac{1}{2} q_{fx_1} (h - z_1)^2 v'_1 \theta'_1 dz_1 + \int_0^h [Fs_{x_1} + M_{y_1}] v'_1 \theta'_1 dz_1,$$

$$Q_1(t) = \int_0^h q_{fx_1} u_1 dz_1 + Fs_{x_1} u'_1(h) + Mu'_1(h), \quad Q_2(t) = \int_0^h q_{fy_1} v_1 dz_1 + \int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 \times v_1(h),$$

$$Q_3(t) = \int_{-s}^s q_{fr_2} u_2 ds_2, \quad Q_4(t) = \int_{-s}^s Q_{z_2} v_2 ds_2 - Fv_2(s) - Mv'_2(s).$$

设 $\xi_i(t) = \xi_i \sin(\omega t + \phi)$, 代入式(17) 可得

$$|[M]\omega^2 + [K]| = 0 \quad (18)$$

上式为最大悬臂结构在风载等动力荷载作用下动力稳定方程. 对结构静力失稳 $\omega^2 \rightarrow 0$, 则由式(18) 得

$$|[K]| = 0 \quad (19)$$

由于 K_{44}, K_{55} 不为零, 则从式(19) 分析可知, 对于静力稳定性, 悬臂浇筑阶段主梁仅起到传递荷载的作用, 其变形对墩线弹性稳定无影响. 并忽略墩的扭转自由度, 则由式(19) 得

$$\begin{vmatrix} K_{11} & \\ & K_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (20)$$

从 K_{11}, K_{22} 的构成项可以看出, 桥墩风载和桥面风载对桥墩线弹性弯曲稳定无影响的, 悬浇段不平衡重和挂篮跌落产生的弯矩也是无影响的.

设桥墩 x, y 方向弯曲失稳的位移函数为

$$u_1, v_1 = (1 - \cos \frac{\pi z_1}{2h}) \quad (21)$$

将式(21) 代入 K_{11}, K_{22} , 并求解方程(20) 可得稳定临界荷载方程

$$\frac{\pi^4 E_D I_{\min}}{4h^3} - \lambda \left[\frac{\pi^2 (\int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + F)}{h} - \frac{(\pi^2 - 4)q}{2} \right] = 0 \quad (22)$$

通过式(22) 可求得结构稳定系数 λ_{\min} .

当考虑挂篮荷载 F 变化时

$$\lambda_{\min} = \frac{\left\{ \frac{\pi^2 E_D I_{\min}}{4h^2} \right\}}{\left\{ \int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + F + \frac{(\pi^2 - 4)qh}{2\pi^2} \right\}} \quad (23)$$

当不考虑挂篮荷载 F 变化时

$$\lambda_{\min} = \frac{\left\{ \frac{\pi^2 E_D I_{\min}}{4h^2} - F \right\}}{\left\{ \int_{-s}^s Q_{z_2} ds_2 + \frac{(\pi^2 - 4)qh}{2\pi^2} \right\}} \quad (24)$$

式(22) ~ (24) 中: $I_{\min} = \min(I_D^x, I_D^y)$.

3 全桥侧倾稳定性分析

3.1 稳定分析的力学模型

当多跨弯连续刚构成桥后, 一般情况下结构首先发生侧倾失稳, 图 4 中仅示出三跨弯连续刚构(多跨结构可以类推), 在结构侧倾失稳时, 上部结构所承受的荷载分配到各墩的荷载基本相同, 因而是最高的墩首先失稳, 墩高较小的墩对其提供了约束作用. 为了方便计算, 可以把各墩高度简化成与最大墩高一致, 这样对结构稳定性是偏安全考虑的.

当各墩高简化一致后, 结构的侧倾失稳是两个墩(或多个墩) 同时失稳, 各墩相互没有约束作用, 边支座约束的主梁对墩侧倾失稳的约束作用可以被模拟为墩顶的横向约束弹簧, 主梁质量等效为墩顶的一质点, 这样从上节分析可知主梁在结构失稳时仅是传递荷载作用. 进而可以将全桥侧倾稳定性的计算分析模型简化为如图 5 所示. 图中 q 为桥墩的恒载, q_{fx}, F 分别为桥墩横向风载和桥面的径向风载, P 为桥面竖向活载, m 为主梁分配的质量.

设桥墩振动位移函数为: $v(z, t) = \beta(t)v(z)$.

简化结构的动能和位能分别为

$$T_D = \frac{1}{2} \int_0^h m_D \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} m \dot{v}(h, t)^2 \quad (25)$$

$$V_D = \frac{1}{2} \int_0^h EI (v'')^2 dx + \frac{1}{2} kv(h, t)^2 \quad (26)$$

外力在桥墩变形做的功为

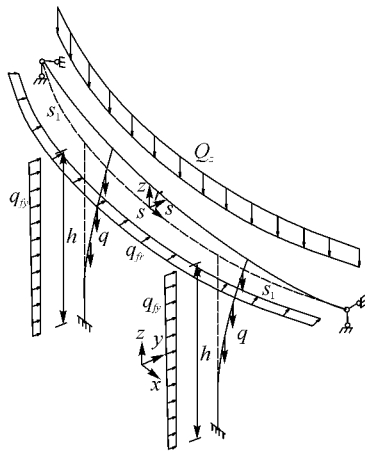


图 4 全桥横向失稳

Fig. 4 Horizontal instability of the bridge

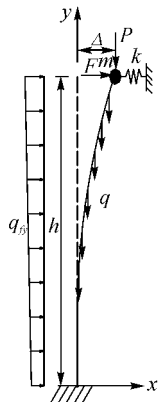


图 5 桥墩横向失稳简化

Fig. 5 Lateral instability simplified

$$W = \frac{1}{2} \int_0^h [q(h-x) + P + mg](v')^2 dx + Fv(h,t) + \int_0^h q_{fy} v dx \tag{27}$$

由 Hamilton 原理建立结构的动力方程

$$M\ddot{\beta}(t) + [K_E + K_G]\beta(t) = Q(t) \tag{28}$$

式中：

$$M = \int_0^h m_D v^2 dx + mv(h)^2, \quad K_E = \int_0^h EI(v'')^2 dx + kv(h)^2,$$
$$K_G = - \int_0^h [q(h-x) + P + mg](v')^2 dx, \quad Q(t) = Fv(h) + \int_0^h q_{fy} v dx.$$

设 $\beta(t) = \beta \sin(\omega t + \phi)$, 代入式(28) 可得结构动力稳定方程为

$$M\omega^2 + [K_E + K_G] = 0 \tag{29}$$

对于结构静力失稳 $\omega^2 \rightarrow 0$, 则由式(29) 得

$$K_E + K_G = 0 \tag{30}$$

设桥墩 y 方向弯曲失稳的位移函数为

$$v = (1 - \cos \frac{\pi x}{2h}) \tag{31}$$

将式(31) 代入 K_E, K_G , 设 $Q = mg$, 求解方程(30) 可得稳定临界荷载方程

$$\frac{\pi^4 EI}{32h^3} + k - \lambda \left[\frac{\pi^2 (mg + P)}{8h} - \frac{(\pi^2 - 4)q}{16} \right] = 0 \tag{32}$$

通过式(32) 可求得结构侧倾稳定系数 λ_{\min} 为

$$\lambda_{\min} = \frac{\left\{ \frac{\pi^2 EI}{4h^2} + \frac{8kh}{\pi^2} \right\}}{\left\{ \frac{(\pi^2 - 4)qh}{2\pi^2} + Q + P \right\}} \tag{33}$$

3.2 主梁约束刚度 k 的计算

桥墩侧倾失稳时,主梁约束刚度 k 的计算如图 6,图中仅示出三跨连续刚构的计算方法(多跨结构可以类推),R 为上部结构的曲率半径.Δ 为墩顶节点在单位力 $P = 1$ 作用下的横向位移,则弹簧刚度为 $k = \frac{1}{\Delta}$. 弯连续刚构发生侧倾失稳时主梁未受到轴力的作用,这样可把无轴力的拱结构等效为简支梁来计算 Δ.

连续刚构的主梁采用节段悬浇施工,各节段投影到简支梁上的投影角度和长度不一样,图 7 中给出了各节段投影角度和长度的计算方法.

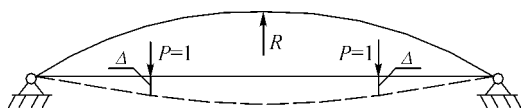
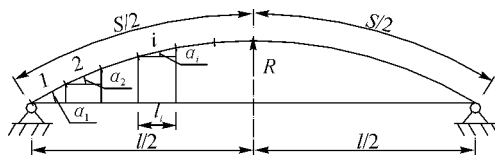
图 6 主梁约束刚度 k 的计算图Fig. 6 The calculation of stiffness k for girder

图 7 悬浇节段投影长度计算

Fig. 7 The calculation of projection length

节段投影角为 $\alpha_i = \frac{180}{\pi R} \left(\frac{1}{2}S - \sum_{j=1}^{i-1} s_j - \frac{1}{2}s_i \right)$, 则节段投影长度为 $l_i = s_i \cos(\alpha_i)$.

采用结构力学的方法可求得 Δ

$$\Delta = \sum_i \left(\frac{\overline{M}_i \overline{M}_i}{E_B I_B^i} \right) \quad (34)$$

4 工程实例验证

某弯连续刚构桥跨径为 82 m+150 m+82 m, 曲率半径为 2 500 m, 桥宽为 12.5 m, 主梁采用悬臂浇注的预应力混凝土变截面箱梁, 箱梁根部梁高为 9 m, 跨中梁高为 2.8 m. 桥墩为高度 100 m 的箱形独柱墩. 设计荷载为公路一级, 基本风压 400 Pa.

分别用本文方法和三维有限元建立实体模型对此桥的全过程稳定性进行了计算分析. 计算结果见表 1~表 3, 其中表 1 的工况 1 仅为自重, 工况 2 为自重+风载; 表 2 的工况 1 仅为挂篮非正常工作, 工况 2 为挂篮非正常工作+风载. 有限元分析用大型通用软件 ANSYS 完成.

表 1 高墩自体稳定性分析

Tab. 1 Stability of high pier from single pier

CASE	λ_{\min}		
	Analytic solution	FEM	Relative error / %
1	59.79	56.01	6.75
2	59.79	56.78	5.30

表 2 最大悬臂稳定性分析

Tab. 2 Stability of the largest cantilever

CASE	λ_{\min}		
	Analytic solution	FEM	Relative error / %
1	10.53	10.44	0.86
2	10.53	10.21	3.13

表 3 全桥侧倾稳定性分析

Tab. 3 Stability of the complete bridge

R/m	λ_{\min}		
	Analytic solution	FEM	Relative error / %
500	18.43	16.92	8.92
750	18.16	16.84	7.84
1 000	18.07	16.80	7.56
1 250	18.03	16.78	7.45
1 500	18.01	16.77	7.39
2 000	17.98	16.76	7.28
2 500	17.97	16.75	7.28
3 000	17.97	16.74	7.35

从表 1~表 3 可以看出, 本文方法与三维有限元计算结果的相对误差最大为 8.92%, 最小仅为 0.86%. 表明了本文方法求得的稳定系数可以满足工程应用要求. 从主梁约束刚度 k 计算可知, 在主梁截面刚度不变情况下, 半径 R 越小, 简支梁跨径 l 越小, Δ 就越小, 弹簧刚度 k 就越大, 从而桥墩侧倾稳定性越好, 直桥的桥墩侧倾稳定性相对最差, 表 3 中计算结果证明了此结论.

5 结 语

(1) 采用 Hamilton 原理推导了弯连续刚构桥的高墩自体、悬浇施工和全桥动力稳定方程. 并退化为静力稳定问题, 求解得到稳定临界荷载方程和稳定系数的解析解.

(2) 分析了悬浇施工时主梁变形对高墩线弹性稳定无影响, 在此基础上, 将成桥后边支座约束的主梁对高墩的约束作用模拟为墩顶的等效约束弹簧, 从而建立基于主梁对高墩作用简化为弹簧的全桥侧倾稳定计算模型.

(3)对于弯连续刚构在裸墩、悬浇施工时,横向荷载对高墩的线弹性弯曲稳定无影响;在成桥后横向风载对全桥线弹性侧倾稳定也无影响。

(4)通过实例计算比对,本文方法的计算结果具有一定的可靠性,可供设计人员参考。

参考文献 References

- [1] 李文华. 高墩大跨径连续刚构弯桥全过程稳定性分析[D]. 西安:长安大学,2005.
LI Wen-hua. The stability analysis in the whole stage of large-span curved continuous rigid-frame bridges with high piers [D]. Xi'an:Chang'an University,2005.
- [2] 郭梅. 高墩大跨连续刚构桥稳定性分析[J]. 长安大学学报,1999,7(3):31-38.
GUO Mei. Stability analysis of the continuous rigid frame bridge with high pier and large span [J]. Journal of Xi'an Chang'an university,1999,7(3):31-38.
- [3] NAZMY A S. Stability and load-carrying capacity of three-dimensional long-span steel arch bridges [J]. Computers and Structures, 1997,65(6):857-868.
- [4] 克拉夫 R W,彭津 J. 结构动力学[M]. 北京:科学出版社,1981.
Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures [M]. Beijing: The science publishing press,1981.
- [5] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京:中国铁道出版社,2002.
LI Guo-hao. Stability and vibration of bridge structures [M]. Railway publishing house of China, 2002.
- [6] 李青宁,张学峰,李晓凤,等. 拱桥在转动地震输入下的动力模型分析[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版,2004,36(4):417-420.
LI Qing-ning, ZHANG Xue-feng, LI Xiao-feng, et al. Dynamic model anlysis of arch bridge under rotational seismic input [J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.; Natural Science Edition, 2004,36(4):417-420.
- [7] 尹海军,李子青,郭琦,等. 大跨高墩连续刚构桥动力特性研究 [J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版,2010,42(5):663-668.
YIN Hai-jun, LI Zi-qing, GUO Qi, et al. Study on the dynamic characteristics of long span continuous rigid frame bridge with high wall piers [J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.; Natural Science Edition, 2010,42(5):663-668.

Stability analysis of long span curved continuous rigid frame bridge with high pier based on the Hamilton principle

LI Wen-hua^{1,2}, HE Shuan-hai¹, LU Jie³

(1. Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. CCCC First Highway Consultants CO., Ltd, Xi'an 710075, China;
3. School of Civil Eng., Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: According to the character under power of curved continuous rigid frame bridge with high pier from single pier, cantilever construction to complete bridge, the equivalent restraint stiffness spring is utilized to simplify the main beam constraint to the main pier in the state of completed bridge. The dynamic stability equations of structures at each stage are derived by Hamilton principle and are converted in to the static stability equations. Based on these, the static stability factors of structures are obtained and the effect of various parameters to the stability of curved continuous rigid frame bridge with high pier is studied here. The purpose of the paper is to seek a practical simple stability analysis arithmetic of long span curved continuous rigid frame bridge with high pier. Through the case study to verify the calculation results a certain reliability is provided.

Key words: high pier; curved continuous rigid frame; analysis of stability; Hamilton principle; equivalent restraint stiffness

Biography: LI Wen-hua, Candidate for Ph. D., Xi'an 710075, P. R. China, Tel: 0086-13319249189, E-mail: liwenhua5584107@163.com