

门式钢框架稳定分析的精细传递矩阵法

孙建鹏^{1,2}, 李青宁¹

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055;

2. 西部建筑科技国家重点实验室(筹), 陕西 西安 710055)

摘 要: 将精细传递矩阵法应用于门式钢框架的稳定分析, 研究门式钢框架在考虑构件轴向变形及不考虑轴向变形时的屈曲荷载. 根据精细传递矩阵法原理和压杆微弯平衡状态下的平衡微分方程, 建立门式钢框架稳定分析的精细传递矩阵式. 并运用精细传递矩阵法对较支约束下的门式钢框架进行了屈曲荷载的计算. 计算结果与有限元软件 ANSYS 的计算结果基本一致, 从而验证了本文方法是正确、有效的. 运用以上理论对于不同边界条件的门式钢框架进行了稳定分析. 分析表明: 门式钢框架的屈曲荷载在考虑轴向变形时与不考虑轴向变形时是一致的. 对门式钢框架进行稳定分析时, 可不考虑构件轴向变形的影响.

关键词: 精细传递矩阵法; 门式钢框架; 屈曲荷载; 平衡微分方程

中图分类号: TU213.2; TU451.4

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2011)03-0374-05

门式钢框架是工业厂房中一种常见的结构形式. 由于其承受竖向荷载的框架柱均为细长杆件, 当其承受的压力达到一定值时, 易产生失稳现象^[1-3]. 尽管不少学者对门式钢框架的稳定问题进行了研究^[4-6], 但均未分析构件轴线变形对门式钢框架稳定的影响.

本文基于精细传递矩阵原理和压杆微弯平衡状态下的微分平衡方程, 建立了考虑构件轴向变形及不考虑轴向变形时门式钢框架稳定分析的精细传递矩阵式^[7-8]; 并根据以上理论编制了相应的 MATLAB 计算程序, 对不同边界条件下的门式钢框架进行了屈曲荷载计算. 计算结果表明: 门式钢框架的屈曲荷载在考虑轴向变形时与不考虑轴向变形时是一致的, 从而验证了轴向变形对门式钢框架的稳定不产生影响. 表明在对门式钢框架进行稳定分析时, 可以不考虑该类构件轴向变形的影响.

1 基本原理

1.1 构件的变形几何关系

轴心受压杆的计算坐标系及受力图如图 1 所示. 假定压杆的轴线是直的, 材料质地均匀, 且横截面沿杆长方向保持不变.

压杆在平面内仅包括 6 个状态矢量:

$$S = \{N, Q, M, u, v, \theta\}^T$$

分析压杆几何物理关系.

以指向压杆的变形为正, 则其轴向应变为:

$$\epsilon = \frac{du}{dx}$$

当不考虑轴向变形时压应变为零, 即 $\epsilon = 0$.

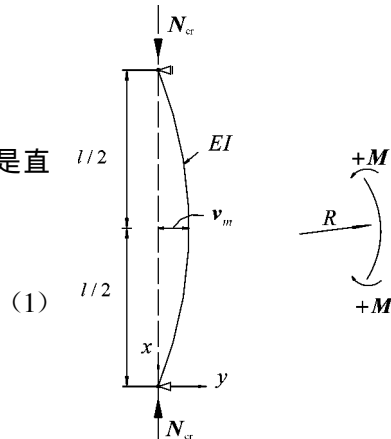


图 1 中心压杆

Fig. 1 The central compression bar

收稿日期: 2010-07-29 修改稿日期: 2011-04-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51078306); 西安建筑科技大学人才科技基金项目(RC1027); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20106120110004); 西安建筑科技大学重大科技项目创新基金资助项目(ZX0901); 陕西省重点学科建设专项资金资助项目(E01004)

作者简介: 孙建鹏(1981-), 男, 山东乐陵人, 博士, 讲师, 主要从事桥梁结构分析及抗震.

相对位移引起的转角为:

$$\theta = \frac{dv}{dx} \quad (3)$$

挠曲率 K 为:

$$K = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (4)$$

1.2 内力和变形的物理关系

轴力与轴向应变间的关系为:

$$N = -EA\epsilon \quad (5)$$

弯矩与曲率间的关系为:

$$M = -EIK = -EI \frac{d^2v}{dx^2} \quad (6)$$

式中: M 是弯矩; E 是弹性模量; A 是构件的截面面积; I 是截面抗弯惯性矩.

1.3 构件的平衡方程

$$\frac{dN}{dx} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{dM}{dx} = -Q + N\theta \quad (9)$$

令 $S = \{N, Q, M, u, v, \theta\}^T$, 对式(2)~式(9)进行运算整理并写成矩阵的形式为:

$$\frac{dS}{dx} = AS \quad (10)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & N \\ -\frac{1}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式(10)的一般解为:

$$S(x) = e^{Ax} S_0 \quad (11)$$

将杆件总长离散成步长为 Δx 的距离间隔^[9-10], 则任一位置 $x_k = k\Delta x$ ($k=1, 2, 3, \dots$), 而 $x_{k+1} = x_k + \Delta x$, 根据(11)式可得 $S(x_{k+1})$ 和 $S(x_k)$ 之间的转换关系:

$$S(x_{k+1}) = T_i(\Delta x) S(x_k) \quad (12)$$

式中 $T_i(\Delta x) = e^{A\Delta x}$.

根据指数矩阵的精细算法即可以求得指数矩阵 $T_i(\Delta x) = e^{A\Delta x}$ 简记为 T_i , 为门式钢框架稳定分析的传递矩阵.

1.4 转折处的状态传递矩阵

设转折处的转折角为 ψ 转折处两侧状态向量的传递关系为:

$$S^l = TS^r \quad (13)$$

其中,

$$T=\begin{bmatrix}\cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

T 是转折处的状态传递矩阵.

1.5 总传递矩阵

门式钢框架上各段的场矩阵确定以后, 其上第 i 截面的状态向量 S_i 与初始端状态向量 S_0 之间的传递关系为:

$$S_i=T_i T_{i-1} \cdots T_1 S_0 \tag{14}$$

若整个钢框架划分成 n 段, 则有

$$S_n=T_n T_{n-1} \cdots T_1 S_0=T S_0 \tag{15}$$

式中 T 是整个钢框架的总体传递矩阵.

1.6 边界条件

门式钢框架任一边界处截面有 6 个状态向量, 边界处必有 3 个状态向量为零.

一般铰支:

$$\begin{cases} u=0 \\ w=0 \\ M=0 \end{cases} \tag{16}$$

悬臂端:

$$\begin{cases} N=0 \\ Q=0 \\ M=0 \end{cases} \tag{17}$$

固定端:

$$\begin{cases} u=0 \\ w=0 \\ \theta=0 \end{cases} \tag{18}$$

将压杆两端的边界条件引入式 (14), 就可以得到压杆关于轴向荷载 N 的方程 $f(N)=0$, 运用 Newton-Raphson 法^[11] 即可求出临界荷载 N_{cr} .

2 算例分析

算例 1 某两端铰支的门式钢框架在轴向荷载 N 作用下的计算简图如图 2 所示. 杆件的基本参数见表 1.

l 为构件的长度. 考虑构件的轴向变形的影响. 根据本文的精细传递矩阵理论, 编制了相应的 Matlab 计算程序, 计算的屈曲荷载值列于表 2. 作为比较, 表 2 还列出了有限元软件 ANSYS 的计算结果.

由表 2 可以看出, 门式钢框架在轴向荷载 N 作用下, 精细传递矩阵法和有限元软件 ANSYS 的计算

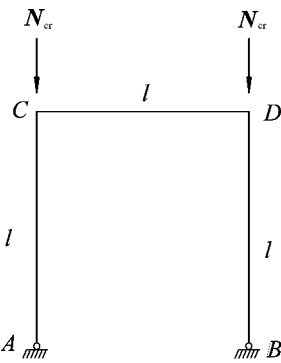


图 2 门式钢框架的计算简图

Fig. 2 The plane frame of steel portal frame

表 1 基本参数

Tab. 1 The parameters

I / m^4	l / m	E / MPa	A / m^2
0.002 08	30	2×10^4	0.05

结果完全一致. 由此可见, 本文的精细传递矩阵法是正确、有效的.

表 2 结果对比

Tab. 2 The comparison of results			
Buckling loads	1	2	3
PTMM/kN	0.084	0.596	0.781
FEM/kN	0.084	0.596	0.781
Errors/%	0	0	0

表 3 结果对比

Tab. 3 The comparison of results / kN			
Buckling loads	1	2	3
Considering axial deformation	0.084	0.596	0.781
Unconsidering axial deformation	0.084	0.596	0.781

为了比较轴向变形对门式钢框架屈曲荷载的影响, 运用本文方法对其在考虑及不考虑轴向变形时的屈曲荷载进行了计算. 计算结果列于表 3.

由表 3 可以看出, 门式钢框架在轴向荷载 N 作用下的屈曲荷载, 考虑轴向变形与不考虑轴向变形是一致的.

算例 2 某两端固定的门式钢框架在轴向荷载 N 作用下的计算简图如图 3 所示. 杆件的基本参数与算例 1 相同.

同样运用本文的方法对其在考虑及不考虑轴向变形时屈曲荷载进行了计算, 结果列于表 4.

由表 4 可以看出, 在轴向荷载 N 作用下两端固定门式钢框架的屈曲荷载, 考虑轴向变形与不考虑轴向变形是一致的.

算例 3 某一端固定一端铰接的门式钢框架在轴向荷载 N 作用下的计算简图如图 4 所示. 杆件的基本参数与算例 1 相同.

对其在考虑及不考虑轴向变形时屈曲荷载进行了计算, 结果列于表 5.

由表 5 可以看出, 在轴向荷载 N 作用下一端固定一端铰接门式钢框架的屈曲荷载, 在考虑轴向变形与不考虑轴向变形时也是一致的.

表 4 结果对比

Tab. 4 The comparison of results / kN			
Buckling loads	1	2	3
Considering axial deformation	0.341	1.163	1.417
Unconsidering axial deformation	0.341	1.163	1.417

表 5 结果对比

Tab. 5 The comparison of results / kN			
Buckling loads	1	2	3
Considering axial deformation	0.204	0.693	1.290
Unconsidering axial deformation	0.204	0.693	1.290

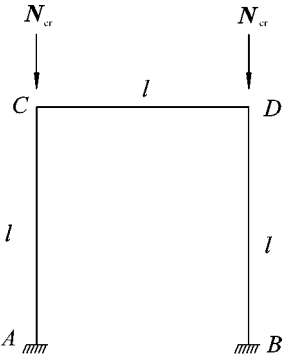


图 3 门式钢框架的计算简图

Fig. 3 The plane frame of steel portal frame

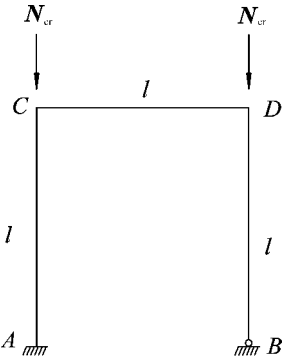


图 4 门式钢框架的计算简图

Fig. 4 The plane frame of steel portal frame

3 结 语

精细传递矩阵法兼有传递矩阵法和指数矩阵精细算法的优点. 精细传递矩阵法是一种正确、有效的计算分析方法, 可以用于门式钢框架的稳定性分析. 算例表明: 构件的轴向变形对结构的屈曲荷载没有影响, 在计算细长结构构件的屈曲荷载时不需考虑.

参考文献 References

[1] LOANNIS G. The effect of semi-rigid joints and an elastic bracing system on the buckling load of simple rectangular steel frames [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2005, 61: 1205-1225.

- [2] ERMOPOULOS J. Buckling length of framed compression members with semi-rigid connections[J] . Journal of Constructional Steel Research , 1991, 18: 139-154.
- [3] WANG C M. Exact Solutions for Buckling of Structural Members[J] . CRC Press Boca Raton, 2005.
- [4] 韦成龙, 李 斌, 刘小燕. 槽型宽翼受压构件剪力滞分析的传递矩阵法[J] . 力学与实践, 2008, 30(6): 39-42.
WEI Cheng-long, LI Bin, LIU Xiaoyan. Transfer matrix method for shear lag analysis of a beam-and-slab structure under axial loads[J] . Mechanics in Engineering, 2008, 30 (6): 39-42.
- [5] MORTEZA A, TORKAMANI M. Second-Order Elastic Plane-Frame Analysis Using Finite-Element Method[J] . Journal of Structural Engineering, 1997, 123(9): 1225-1235.
- [6] ZHOU Z H, CHAN S L. Second-Order Analysis of Slender Steel Frames under Distributed Axial and Member Loads [J] . Journal of Structural Engineering, 1997, 123(9): 1187-1193.
- [7] 孙建鹏, 李青宁. 多点地震输入下结构地震反应的频域精细传递矩阵法[J] . 建筑结构学报, 2010, 31(2): 48-54.
SUN Jian-peng, LI Qing-ning. Precise frequency domain transfer matrix method for seismic response analysis of structures under multi-support excitations[J] . Journal of Building Structures, 2010, 31(2): 48-54.
- [8] 孙建鹏, 李青宁. 求解结构自振频率的精细传递矩阵法[J] . 世界地震工程, 2009, 25(2): 140-145.
SUN Jian-peng, LI Qing-ning. Precise transfer matrix method for resolving natural frequencies of structures[J] . World Earthquake Engineering, 2009, 25(2): 140-145.
- [9] 段忠东, 沈洪宇. 非粘滞阻尼系统时程响应分析的精细积分方法[J] . 计算力学学报, 2009, 46(5): 638-644.
DUAN Zhong-dong, SHEN Hong-yu. Time-history analysis of a non-viscous damped system using precise integration[J] . Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009, 46(5): 638-644.
- [10] 孙建鹏, 李青宁. 结构动力方程的离散精细积分格式[J] . 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2010, 42(1): 42-46.
SUN Jian-peng, LI Qing-ning. Discrete precise time-integration method for structural dynamic analysis[J] . Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition), 2010, 42(1): 42-46.
- [11] HE Ji-Huan. A modified Newton-Raphson method[J] . Communications in Numerical Methods in Engineering 2004, 20(10): 801-805.

Precise transfer matrix method for stability analysis of steel portal frame

SUN Jian-peng^{1,2}, LI Qing-ning¹

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055 China;

2. State Key Laboratory of Architecture Science and Technology in West China(XAUAT), Xi'an 710055, Chin)

Abstract Considering or neglecting the axial deformation of components, the buckling loads of steel portal frame are studied by the precise transfer matrix method (PTMM). According to the principle and slightly bending equilibrium differential equation of compression bar, the PTMM for stability analysis of steel portal frame is built under axial force, and the buckling loads of steel portal frame under hinge support are solved. The results were basically identical with the result by finite element method. This shows that the method is right and effective. Based on the algorithm mentioned above, the stability analysis of steel portal frame with different boundary condition is has been done. Some examples indicate that the buckling loads of steel portal frame considered are identical with that which is neglected. The suggestion is giving no consideration to the axial deformation of components to analysis the stability of steel portal frame.

Key words: precise transfer matrix method; steel portal frame; buckling load; equilibrium differential equation