

# 农村基础设施最优投资比例研究

胡云香<sup>1</sup>, 李慧民<sup>1</sup>, 赛云秀<sup>2</sup>, 田卫<sup>1</sup>

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 西安工业大学建筑工程学院, 陕西 西安 710032)

**摘要:** 确定合理的投资比例是优化农村基础设施投资结构, 确保农村基础设施建设顺利进行的基础. 将 Markowitz 均值方差模型应用于农村基础设施投资, 建立农村基础设施最优投资比例模型, 寻求整体收益最大时各类农村基础设施的最优投资比例. 考虑农村基础设施投资收益的模糊不确定性采用模糊数学知识对模型求解, 并以陕西地区农村为例对模型进行应用, 验证模型的可行性.

**关键词:** 农村基础设施; 最优投资比例; 均值一方差模型; 模糊多目标规划

**中图分类号:** TU471.99

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-7930(2012)06-0865-05

## 1 引言

农村基础设施建设是确保农民生活质量的物质基础, 是促进区域经济可持续发展的有力手段, 是统筹城乡发展的基本措施<sup>[1-4]</sup>. 近年来由于国家的大力支持, 农村基础设施建设取得了初步成效, 但在此过程中暴露出的问题也日趋严重. 一些脱离实际的超标工程、重复建设、投资浪费等问题大量存在, 制约了农村经济的持续稳定发展. 目前, 资金问题仍然是农村基础设施建设的首要问题, 为了使有限的资金在新农村建设中发挥最大的效益, 确定合理的投资比例是控制投资质量的有力手段<sup>[5-6]</sup>.

投资组合选择是投资者在不确定环境下确定投资比例, 进行投资决策的问题. 马科维茨的均值方差模型用方差来度量投资风险, 是证券领域进行投资组合选择的常用方法, 随着随机不确定理论的不完善, 基于模糊不确定性的投资组合选择理论在非证券领域得到成功运用<sup>[7-8]</sup>. 本文鉴于农村基础设施投资收益的模糊不确定性, 改进马科维茨的均值方差模型来研究农村基础设施投资的最优比例.

## 2 农村基础设施最优投资比例模型

### 2.1 建模

不同学者对于农村基础设施的定义和分类各不相同, 本文研究的农村基础设施包括: 道路桥梁基础设施、给水基础设施、排水基础设施、垃圾处理基础设施、粪便处理基础设施、生活用能基础设施、教育基础设施、文化基础设施等. 假设需要投资的基础设施有  $n$  种,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  表示基础设施投资的  $n$  种组合, 其中  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示基础设施  $i$  的投资比例,  $r_i$  表示第  $i$  种基础设施的投资收益率,  $\sigma_{ij}$  表示基础设施  $i$  和基础设施  $j$  的协方差,  $\rho_{ij}$  为基础设施  $i$  与基础设施  $j$  的相关系数,  $\sigma_i$  表示基础设施  $i$  的标准差. 则农村基础设施投资的 Markowitz 模型为:

$$\begin{aligned} \max f(x) &= \sum_{j=1}^n E(r_j) x_j \\ \text{s. t. } &\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \leq \omega \\ &\sum_{j=1}^n x_j = 1 \\ &0 \leq x_j \leq \mu_j, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2012-06-28 修改稿日期: 2012-11-26

基金项目: 陕西省建设厅专项计划项目—农村基础设施技术规范

作者简介: 胡云香(1984-), 女, 宁夏银川人, 博士研究生, 主要研究方向为土木工程造价与管理.

式中:  $E(r_j)$  为第  $j$  种基础设施的预期收益;  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$  为投资组合  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  的方差;  $\omega$  为基础设施总投资的上限;  $\mu_j$  为第  $j$  种基础设施的投资上限。

上述模型由于存在二次约束给求解带来一定困难. 假设不同类基础设施投资收益率的相关系数相同, 即假设  $\rho_{ij} = \rho, i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j (\rho \geq 0)$ , 则期望收益的方差可以表示为:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho \sigma_i \sigma_j x_i x_j = \rho \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i \right)^2 + (1 - \rho) \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 \quad (2)$$

等式右边最后一项的第一部分为系统性风险, 即由于自然环境, 政策法规、社会问题等影响农村基础设施整体投资收益的因素; 第二部分为非系统性风险, 是影响农村基础设施个体投资收益的因素, 例如: 体育基础设施的投资需要考虑当地村民的体育爱好, 其只影响农村体育基础设施投资的收益. 在证券的投资组合中非系统风险与系统风险相比是非常小的, 农村基础设施投资组合主要考虑在宏观背景下农村基础设施投资的组合收益, 因此仅引起单项投资收益变动的非系统风险在此处不予考虑. 上述方差约束可用模糊约束简化为:  $\rho \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i \right)^2 < \omega$ , 令  $\sigma = \sqrt{\frac{\omega}{\rho}}$ , 则  $\sum_{i=1}^n \sigma_i x_i < \sigma$ , 其中  $<$  是模糊小于, 其隶属函数为:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i < \sigma \\ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i x_i - \sigma}{d} & \sigma < \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i \leq \sigma + d \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

这里  $d$  为投资者的容忍度, 取决于农村基础设施投资规划. 利用容差法上述农村基础设施投资组合问题可以简化为下面的模糊线性规划:

$$\begin{aligned} \max f(x) &= \sum_{j=1}^n r_j x_j \\ \text{s. t } \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i &\leq \sigma + d(1 - \alpha) \\ \sum_{j=1}^n x_j &= 1 \\ 0 &\leq x_j \leq \mu_j, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

这里  $\alpha \in [0, 1]$  是投资者的满意因子, 由投资者预先给定.

在证券市场中, 投资组合的预期收益和方差常根据历史数据来估计, 但是农村基础设施投资的预期收益和方差难以用货币量化, 具有明显的模糊不确定性. 因此, 本文采用三角形模糊数来表示农村基础设施投资的预期收益率和方差, 将式(4)中的参数模糊化后, 得到农村基础设施投资组合的模糊线性规划模型.

$$\begin{aligned} \max f(x) &= \sum_{j=1}^n \tilde{r}_j x_j \\ \text{s. t } \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i x_i &\leq \tilde{\sigma} + \tilde{d}(1 - \alpha) \\ \sum_{j=1}^n x_j &= 1, 0 \leq x_j \leq \mu_j, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

$\tilde{r}_j = (r_j^p, r_j^m, r_j^o), r_j^p \leq r_j^m \leq r_j^o, \tilde{\sigma}_j = (\sigma_j^p, \sigma_j^m, \sigma_j^o), \sigma_j^p \leq \sigma_j^m \leq \sigma_j^o, \tilde{\sigma} = (\sigma^p, \sigma^m, \sigma^o) \sigma^p \leq \sigma^m \leq \sigma^o$  是三角模糊数. 根据多目标模型法及一阶指数法, (5) 式等价于:

$$\begin{aligned}
\min f_1(x) &= \sum_{j=1}^n (r_j^m - r_j^p) x_j \\
\max f_2(x) &= \sum_{j=1}^n r_j^m x_j \\
\max f_3(x) &= \sum_{j=1}^n (r_j^o - r_j^m) x_j \\
\text{s. t. } \sum_{i=1}^n (\sigma_i^m + \sigma_i^o + \sigma_i^p) x_i &\leq (\sigma^m + \sigma^o + \sigma^p) + (d^m + d^o + d^p)(1 - \alpha) \\
\sum_{j=1}^n x_j &= 1 \\
0 \leq x_j &\leq \mu_j, j = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{6}$$

## 2.2 模型求解

模型(6)是一个多目标线性规划问题,其绝对最优解通常是不存在的,求解该问题实质上是求解其 *Pareto* 有效解,采用模糊两阶段算法对模型(6)进行求解<sup>[9]</sup>,其步骤如下:

第一阶段:令

$$X = \{x \mid \sum_{i=1}^n (\sigma_i^m + \sigma_i^o + \sigma_i^p) x_i \leq (\sigma^m + \sigma^o + \sigma^p) + (d^m + d^o + d^p)(1 - \alpha), \sum_{j=1}^n x_j = 1, 0 \leq x_j \leq \mu_j, j = 1, \dots, n\}$$

$$f_1^+ = \max_{x \in X} f_1(x), f_1^- = \min_{x \in X} f_1(x), f_2^+ = \max_{x \in X} f_2(x), f_2^- = \min_{x \in X} f_2(x), f_3^+ = \max_{x \in X} f_3(x), f_3^- = \min_{x \in X} f_3(x)$$

$$\mu_{f_1}(x) = \begin{cases} 1 & f_1(x) < f_1^- \\ \frac{f_1(x) - f_1^+}{f_1^- - f_1^+} & f_1^- \leq f_1(x) \leq f_1^+ \\ 0 & f_1(x) > f_1^+ \end{cases}$$

$$\mu_{f_2}(x) = \begin{cases} 0 & f_2(x) < f_2^- \\ \frac{f_2(x) - f_2^-}{f_2^+ - f_2^-} & f_2^- \leq f_2(x) \leq f_2^+ \\ 1 & f_2(x) > f_2^+ \end{cases}$$

$$\mu_{f_3}(x) = \begin{cases} 0 & f_3(x) < f_3^- \\ \frac{f_3(x) - f_3^-}{f_3^+ - f_3^-} & f_3^- \leq f_3(x) \leq f_3^+ \\ 1 & f_3(x) > f_3^+ \end{cases}$$

由模糊愿望导出下列线性规划问题:

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\text{s. t. } \lambda \leq \frac{f_1(x) - f_1^+}{f_1^- - f_1^+} \\
&\lambda \leq \frac{f_2(x) - f_2^-}{f_2^+ - f_2^-} \\
&\lambda \leq \frac{f_3(x) - f_3^-}{f_3^+ - f_3^-} \\
&x \in X
\end{aligned} \tag{7}$$

一般情况下,不能判断规划(7)的解  $x_1$  是否为原问题的唯一最优解,  $x_1$  的有效性必须经过下述模型的检验.

第二阶段:检验解  $x_1$  的有效性或寻找新的有效解.

$$\begin{aligned}
&\max \lambda = \frac{1}{3}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\
&\text{s. t. } \lambda \leq \lambda_1 \leq \frac{f_1(x) - f_1^+}{f_1^- - f_1^+} \\
&\lambda \leq \lambda_2 \leq \frac{f_2(x) - f_2^-}{f_2^+ - f_2^-} \\
&\lambda \leq \lambda_3 \leq \frac{f_3(x) - f_3^-}{f_3^+ - f_3^-} \\
&\lambda_1, \lambda_2 \in [0, 1] \\
&x \in X
\end{aligned} \tag{8}$$

由规划(8)可以得到解  $x_2$ , 若  $x_2 = x_1$ , 即  $x_1$  对原问题来说已经是最优解, 第二阶段的模型只起到验证作用; 若  $x_2 \neq x_1$ , 则  $x_1$  可能是有效解, 也可能不是有效解, 但  $x_2$  总是有效解. 所以在任何情况下, 两阶段算法总可以在它的第二阶段保证一个原问题的有效解.

### 3 应用实例

课题组 2008 年通过对陕西省陕南、陕北和关中 71 个村庄的基础设施投资建设情况进行调查研究, 发现村民对现有基础设施的满意度很低, 很多村民急需改善的设施并未得到合理的投资建设<sup>[10]</sup>, 村民对部分基础设施的不满意度见表 1.

表 1 村民对基础设施的不满意度 /%

Tab. 1 The dissatisfaction of villagers to infrastructures

不满意度	道路	给水	排水	垃圾处理	粪便处理	生活用能
关中	57	28	43	57	7	50
陕南	33	0	67	17	17	83
陕北	71	71	57	86	29	14

将上述模型应用于陕西省经济较为发达的关中地区农村, 选取和村民生活密切相关 8 类基础设施建立陕西省农村基础设施最优投资比例模型. 农村道路、给水、排水、垃圾处理、粪便处理、生活用能、教育、文化这 8 类基础设施投资的预期收益率参考《建设项目经济评价方法与参数》中给出的部分行业的基准收益率, 由陕西省内相关领域的专家, 结合关中地区的实际情况进行估计. 由专家估计出的 8 类农村基础设施的模糊预期收益率与模糊方差平方根如表 2、表 3 所示.

表 2 8 种农村基础设施的模糊预期收益率  $\tilde{r}$   
Tab. 2 Fuzzy expected return rate  $\tilde{r}$  of 8 kinds of rural infrastructure

基础设施	道路	给水	排水	垃圾处理
$\tilde{r}$	(0.052, 0.067, 0.082)	(0.045, 0.058, 0.075)	(0.039, 0.049, 0.067)	(0.033, 0.047, 0.070)
基础设施	粪便处理	生活用能	教育	文化
$\tilde{r}$	(0.031, 0.039, 0.068)	(0.057, 0.083, 0.125)	(0.104, 0.110, 0.127)	(0.082, 0.106, 0.113)

表 3 8 种农村基础设施的模糊方差平方根  $\tilde{\sigma}$   
Tab. 3 Fuzzy invariance  $\tilde{\sigma}$  of 8 kinds of rural infrastructure

基础设施	道路	给水	排水	垃圾处理
$\tilde{\sigma}$	(0.006, 0.008, 0.0108)	(0.076, 0.009, 0.015)	(0.009, 0.012, 0.125)	(0.011, 0.013, 0.025)
基础设施	粪便处理	生活用能	教育	文化
$\tilde{\sigma}$	(0.010, 0.011, 0.020)	(0.014, 0.022, 0.035)	(0.012, 0.037, 0.042)	(0.016, 0.031, 0.038)

取风险参数  $\bar{\sigma} = (0.039, 0.071, 0.142)$ , 为了协调各种基础设施投资的均衡性, 保证农村基础设施投资的整体收益, 选取  $\mu_j = 0.2, j = 1, 2, \dots, 8$ . 一般政府投资项目的满意度要求都较高, 取  $\bar{\sigma} = 0.9$ , 容忍度参数  $d = (0.003, 0.0034, 0.0036)$ . 根据 8 种农村基础设施投资的模糊预期收益率和模糊方差平方根, 利用上述算法求解多目标规划(6)可以得到陕西省关中地区农村基础设施最优投资比例如表 4 所示.

利用所建立的农村基础设施最优投资组合模型求得的投资者的满意度为 0.7835, 最优投资组合比例为: 道路 0.16、给水 0.01、排水 0.02、垃圾处理 0.2、粪便处理 0.17、生活用能 0.14、教育 0.2、文化 0.1. 采用这个比例进行农村基础设施投资可以使得农村基础设施的投资收益率最大.

表 4 当  $\bar{\sigma} = (0.039, 0.071, 0.142)$  的最优投资组合

Tab. 4 The optimal portfolio of  $\bar{\sigma} = (0.039, 0.071, 0.142)$

基础设施	道路	给水	排水	垃圾处理
$x_i$	0.16	0.01	0.02	0.2
基础设施	粪便处理	生活用能	教育	文化
$x_i$	0.17	0.14	0.2	0.10

### 4 结 语

本文将 Markowitz 投资组合模型应用于农村基础设施最优投资比例研究, 尝试为农村基础设施投资决策提供较为客观的依据, 通过简单可靠的分析增加决策的科学性, 以此提高农村基础设施的投资效率, 引导新农村建设合理发展. 本文研究不确定环境下的投资决策方法, 适用于广大农村基层的决策者进行宏观基础设施投资分析, 协调投资比例, 避免主观臆断造成投资浪费. 文本在进行农村基础设施最优投资比例分析时没有深入考虑资金的时间价值, 在实际应用中, 如投资的时间跨度很大, 需要考虑通货膨

胀的影响。

## 参考文献 References

- [1] WILLIAM F. Fox and Sanela Porca. Investing in rural infrastructure[J]. International Regional Science Review January, 2001, 24(1):103-133.
- [2] IVAN T Kandilov, MITCH Renkow. Infrastructure Investment and Rural Economic Development: An Evaluation of USDA's broadband loan program[J]. Growth and Change, 2010, 41(2):165-191.
- [3] ROBERT L Guild. Infrastructure Investment and Interregional Development: Theory, Evidence, and Implications for Planning[J]. Public Works Management & Policy, 2000, 4(4):274-285.
- [4] OLIVIER Cadot, Lars-Hendrik Roller, Andreas Stephan. Contribution to Productivity or Pork Barrel? The two Faces of Infrastructure Investment[J]. Journal of Public Economics, 2006, 9:1133-1153.
- [5] 宋清, 胡雅杰, 程源. 京津沪农村基础设施投资效率比较研究[J]. 中国科技论坛, 2011(10):143-149.  
SONG Qing, HU Ya-jie, CHENG Yuan. The Comparative Research on the Rural Infrastructure Investment Efficiency among Beijing, Tianjin and Shanghai[J]. China Science and Technology Forum, 2011(10):143-149.
- [6] 张光南, 周华仙, 陈广汉, 等. 中国基础设施投资的最优规模与最优次序——基于1996—2008年各省市地区面板数据分析[J]. 经济评论, 2011(4):23-30.  
ZHANG Guang-nan, ZHOU Hua-xian, CHEN Guang-han, et al. The Optimal Infrastructure Investment Scale and Order: Some Empirical Evidence from Panel Data in China[J]. Economic Review, 2011(4):23-30.
- [7] 陈国华, 陈收, 房勇, 等. 带有模糊收益率的投资组合选择模型[J]. 系统工程理论与实践, 2009(7):8-15.  
CHEN Guo-hua, CHEN Shou, FANG Yong, et al. Model for Portfolio Selection with Fuzzy Return Rates[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009(7):8-15.
- [8] 张婕, 徐健. 流域生态补偿模式优化组合模型[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(10):2027-2033.  
ZHANG Jie, XU Jian. Study on the Optimize Model for River Basin Ecological Compensation Mode[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(10):2027-2033.
- [9] 李荣钧. 模糊多准则决策理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.  
LI Rong-jun. Fuzzy Multiple Criteria Decision Making Theory and Application[M]. Beijing: Science Press, 2002.
- [10] 马昕, 李慧民, 李潘武, 等. 农村基础设施可持续建设评价研究[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2011, 43(2):277-280.  
MA Xin, LI Hui-min, LI Pan-wu, et al. Study on the Sustainable Development of Rural Infrastructure Evaluation Method[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.: Natural Science Edition, 2011, 43(2):277-280.

## Research on optimal investment proportion of rural infrastructure

HU Yun-xiang<sup>1</sup>, LI Hui-min<sup>1</sup>, SAI Yun-xiu<sup>2</sup>, TIAN Wei<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China;

2. School of Building Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

**Abstract:** A model based on Markowitz mean-variance model is established to find the optimal investment proportion in rural infrastructure with the maximum return and optimize the structure of rural infrastructure investment. With the fuzziness of rural infrastructure returns, fuzzy mathematical method is used for model solution. Rural Shaanxi is taken as an example of application to test the feasibility of the model.

**Key words:** rural infrastructure; investment proportion; Markowitz mean-variance model; fuzzy multi-objective programming