

# 有限厚度各向同性饱和土地基上 无限长梁的动力响应研究

张引科, 袁瑞星, 咎会萍

(西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055)

**摘 要:**以 Biot 弹性饱和多孔介质理论及 Euler-Bernoulli 弹性梁理论为基础, 应用 Fourier 变换, 采用逐次去耦消元方法, 求解了各向同性饱和土地基动力响应基本微分方程组; 建立了有限厚度各向同性饱和土地基与无限长梁动力相互作用的控制方程, 给出了方程的解; 通过数值计算, 研究了简谐荷载作用下梁的动力响应, 分析了地基厚度及地基与梁的参数对梁挠度动力响应的影响。

**关键词:**有限厚度; 各向同性饱和土地基; 无限长梁; 动力响应; Fourier 变换

**中图分类号:**O343.3

**文献标志码:**A

**文章编号:**1006-7930(2013)02-0269-06

饱和土地基上弹性梁的动力响应特性是研究地基与结构动力接触的基础, 它可以用来模拟公路、铁路等在动荷载作用下的反应, 对这一问题的研究具有一定的学术和应用价值。通常在分析地基—结构相互作用时把地基简化为半无限空间体, 但工程实际中地基的可压缩层厚度一般是有限的, 地基层的厚度对其上结构物的响应有显著影响<sup>[1]</sup>。

众多学者对饱和土地基与基础结构的相互作用问题进行了深入的研究。Biot 的饱和多孔介质理论<sup>[2]</sup>为研究饱和土动力问题提供了理论基础, Halpern 等<sup>[3]</sup>对饱和多孔半空间在表面简谐荷载作用时的动力响应进行了讨论, 黄义等<sup>[4-5]</sup>对饱和土的 Lamb 问题进行了系统研究, 何芳社等<sup>[6-7]</sup>对饱和土地基与上部结构的作用进行了探讨, 郑小平等<sup>[8]</sup>推导了 Winkler 地基上无限长梁动力响应问题的一般解, 这些研究的成果已被逐步应用到工程实际。但在这些研究中都将饱和土地基看成半空间问题, 对有限厚度饱和土地基动力问题的研究还较少。本文采用 Fourier 变换方法, 对有限厚度各向同性饱和土地基上无限长梁的动力响应进行研究。通过理论求解与数值计算, 分析了地基土厚度、土骨架体积模量、土孔隙水内摩擦参数、地基上梁的抗弯刚度以及简谐荷载的圆频率  $\omega$  等参数对梁挠度的影响。

## 1 各向同性饱和土地基动力问题基本方程的求解

根据 Biot 饱和多孔介质理论, 各向同性饱和土地基的本构方程及动力学方程分别是

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} - \alpha \delta_{ij} p \\ p/M = -\alpha e + \xi \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \tau_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i + \rho_i \dot{w}_i \\ -p_i = \rho_i \ddot{u}_i + m \ddot{w}_i + n \dot{w}_i \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{cases} e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2 \\ e = \text{div} u, \xi = -\text{div} w \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \alpha = 1 - K_b/K_s, & K_b = (3\lambda + 2\mu)/3 \\ \rho = (1 - \varphi)\rho_s + \varphi\rho_f, & 1/M = (\alpha - \varphi)K_s^{-1} + \varphi K_f^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

收稿日期: 2011-05-16 修改稿日期: 2013-04-15

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2011JM8022)

作者简介: 张引科(1964-), 男, 陕西宝鸡人, 教授, 博士, 从事工程力学方面的教学与研究工作。

式中:  $u$  是饱和土骨架的位移;  $w$  是土孔隙水相对于骨架的平均位移;  $\rho_f$  是孔隙水密度;  $\rho_s$  是土骨架固相密度;  $\tau_{ij}$  为土体总应力;  $\varphi$  是饱和土的孔隙度;  $p$  是孔隙水压力(以压为正);  $m$  和  $n$  是表征孔隙形状、几何尺寸和孔隙水内摩擦的 Biot 参数;  $\lambda$  和  $\mu$  是各向同性固体颗粒的 Lamb 常数;  $K_s$  是土骨架的体积模量;  $K_b$  是土颗粒的体积模量;  $K_f$  是孔隙中水的体积模量。

假设饱和土地基表面受到简谐荷载  $F = \bar{F}e^{i\omega t}$  的作用, 则地基响应  $u_i$ ,  $w_i$ ,  $p$  和  $\tau_{ij}$  (下标  $i, j = x_1, x_2, x_3$ ) 可以表示为

$$Y = \bar{Y}e^{i\omega t} \quad (5)$$

式中:  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  是圆频率;  $Y$  和  $\bar{Y}$  分别表示物理量  $u_i$ ,  $w_i$ ,  $p$  和  $\tau_{ij}$  及其幅值  $\bar{u}_i$ ,  $\bar{w}_i$ ,  $\bar{p}$  和  $\bar{\tau}_{ij}$ . 将式(5)代入式(2)的第二式, 化简可得

$$\bar{w}_i = \frac{\bar{p}_{,i} - \rho_f \omega^2 \bar{u}_i}{m\omega^2 - in\omega} \quad (6)$$

对于平面问题, 有  $u_2 = 0$ ,  $w_2 = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial x_2}(\quad) = 0$ , 把式(5)代入式(1)~(3), 从中消去  $w_i$ , 有:

$$\begin{pmatrix} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + A & (\lambda + \mu) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} & -C \frac{\partial}{\partial x_1} \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} & (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + A & -C \frac{\partial}{\partial x_3} \\ C \frac{\partial}{\partial x_1} & C \frac{\partial}{\partial x_3} & M^{-1} - \beta \nabla^2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{cases} \beta = 1/(-m\omega^2 + in\omega), A = \omega^2 \rho + B\omega^2 \rho_f \\ B = \beta \omega^2 \rho_f, C = \alpha + B, \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \end{cases} \quad (8)$$

式(7)的前两式分别对  $x_1$  和  $x_3$  求导后相加, 并结合式(7)的第三式, 推导出

$$(\nabla^4 + b_1 \nabla^2 + b_2) \bar{p} = 0 \quad (9)$$

其中:

$$\begin{cases} b_1 = \frac{\beta A - (\lambda + 2\mu)M^{-1} - C^2}{(\lambda + 2\mu)\beta} \\ b_2 = \frac{-AM^{-1}}{(\lambda + 2\mu)\beta} \end{cases} \quad (10)$$

对式(9)关于  $x_1$  进行 Fourier 变换<sup>[9]</sup>, 就是:

$$\left[ \frac{d^4}{dx_3^4} + (b_1 - 2s^2) \frac{d^2}{dx_3^2} + (s^4 - b_1 s^2 + b_2) \right] \tilde{p} = 0 \quad (11)$$

这里,  $s$  是 Fourier 变换参数,  $\tilde{p}$  表示  $p$  的 Fourier 变换. 方程(11)的解是:

$$\tilde{p} = c_1(s)e^{-\lambda_1 x_3} + c_2(s)e^{-\lambda_2 x_3} + c'_1(s)e^{\lambda_1 x_3} + c'_2(s)e^{\lambda_2 x_3} \quad (12)$$

式中:

$$\begin{cases} \lambda_k = \sqrt{s^2 - L_k} \quad (k = 1, 2) \\ L_{1,2} = \frac{1}{2}(b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_2}) \end{cases} \quad (13)$$

对式(7)的第二式及第三式关于  $x_1$  进行 Fourier 变换, 将(12)代入, 可以求解出:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1 = is [c_1(s)\beta_1(s)e^{-\lambda_1 x_3} + c_2(s)\beta_2(s)e^{-\lambda_2 x_3} + c_3(s)\beta_3(s)e^{-\lambda_3 x_3} \\ + c'_1(s)\beta_1(s)e^{\lambda_1 x_3} + c'_2(s)\beta_2(s)e^{\lambda_2 x_3} - c'_3(s)\beta_3(s)e^{\lambda_3 x_3}] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_3 = c_1(s)\alpha_1(s)e^{-\lambda_1 x_3} + c_2(s)\alpha_2(s)e^{-\lambda_2 x_3} + c_3(s)e^{-\lambda_3 x_3} \\ - c'_1(s)\alpha_1(s)e^{\lambda_1 x_3} - c'_2(s)\alpha_2(s)e^{\lambda_2 x_3} + c'_3(s)e^{\lambda_3 x_3} \end{aligned} \quad (15)$$

式中:

$$\begin{cases} \alpha_k = \frac{\lambda_k}{\mu\lambda_k^2 + A - \mu s^2} \left[ \frac{(\lambda + \mu)}{C} (\beta\lambda_k^2 - \beta s^2 - M^{-1}) - C \right], (k = 1, 2) \\ \lambda_3 = \sqrt{s^2 - A/\mu} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \beta_k = (C\lambda_k\alpha_k + \beta\lambda_k^2 - \beta s^2 - M^{-1})/(Cs^2), (k = 1, 2) \\ \beta_3 = \lambda_3/s^2 \end{cases} \quad (17)$$

式(12)、式(14)和式(15)中的待定函数  $c(s)$  和  $c'(s)$  可根据边界条件确定。

## 2 有限厚度各向同性饱和土地基的动力响应

如图1所示,厚度为  $h$  的各向同性饱和土地基沿  $x_3$  方向受简谐力  $F(x_3)$  作用,地基的底面与刚性基岩接触(不排水),地基地面沿  $x_1$  和  $x_3$  方向上的位移都为0。本文只研究地基上表面不排水的情况,地基上表面排水的情况的求解方法与此类似。这样问题的边界条件为:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial p}{\partial x_3} \right|_{x_3=0} &= 0; \bar{\tau}_{13} \big|_{x_3=0} = 0; \bar{\tau}_{33} \big|_{x_3=0} = -\bar{F} \\ \left. \frac{\partial p}{\partial x_3} \right|_{x_3=h} &= 0; \bar{u}_1 \big|_{x_3=h} = 0; \bar{u}_3 \big|_{x_3=h} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

上式与式(12)、式(14)和式(15)结合,可以建立求解待定函数  $c(s)$  和  $c'(s)$  的方程,它是

$$[k_{ij}]\{c_i\} = \{f_i\} \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} k_{11} &= -\lambda_1; \quad k_{12} = -\lambda_2; \quad k_{13} = k_{16} = 0; \quad k_{14} = \lambda_1; \quad k_{15} = \lambda_2; \quad k_{21} = -\alpha_1 - \lambda_1\beta_1; \\ k_{22} &= -\alpha_2 - \lambda_2\beta_2; \quad k_{23} = -1 - \lambda_3\beta_3; \quad k_{24} = -k_{21}; \quad k_{25} = -k_{22}; \quad k_{26} = k_{23}; \\ k_{31} &= \lambda\beta_1 s^2 - (\lambda + 2\mu)\lambda_1\alpha_1 - \alpha; \quad k_{32} = \lambda\beta_2 s^2 - (\lambda + 2\mu)\lambda_2\alpha_2 - \alpha; \quad k_{33} = \lambda\beta_3 s^2 - (\lambda + 2\mu)\lambda_3; \\ k_{34} &= k_{31}; \quad k_{35} = k_{32}; \quad k_{36} = -k_{33}; \quad k_{41} = -\lambda_1 e^{-\lambda_1 h}; \quad k_{42} = -\lambda_2 e^{-\lambda_2 h}; \quad k_{43} = k_{46} = 0; \\ k_{44} &= \lambda_1 e^{\lambda_1 h}; \quad k_{45} = -\lambda_2 e^{\lambda_2 h}; \quad k_{51} = \beta_1 e^{-\lambda_1 h}; \quad k_{52} = \beta_2 e^{-\lambda_2 h}; \quad k_{53} = \beta_3 e^{-\lambda_3 h}; \quad k_{54} = \beta_1 e^{\lambda_1 h}; \\ k_{55} &= \beta_2 e^{\lambda_2 h}; \quad k_{56} = -\beta_3 e^{\lambda_3 h}; \quad k_{61} = \alpha_1 e^{-\lambda_1 h}; \quad k_{62} = \alpha_2 e^{-\lambda_2 h}; \quad k_{63} = e^{-\lambda_3 h}; \quad k_{64} = -\alpha_1 e^{\lambda_1 h}; \\ k_{65} &= -\alpha_2 e^{\lambda_2 h}; \quad k_{66} = e^{\lambda_3 h}; \quad \{c_i\} = \{c_1, c_2, c_3, c'_1, c'_2, c'_3\}; \quad \{f_i\} = \{0, 0, -\tilde{F}, 0, 0, 0\} \end{aligned} \quad (20)$$

饱和土地基表面沿  $x_3$  方向位移的 Fourier 变换是:

$$\tilde{u}_3 \big|_{x_3=0} = \alpha_1 (c_1 - c'_1) + \alpha_2 (c_2 - c'_2) + (c_3 + c'_3) = \frac{\Delta}{\Delta} \tilde{F} \quad (21)$$

式中:

$$\begin{cases} \Delta' = \alpha_1 (\Delta_1 - \Delta_4) + \alpha_2 (\Delta_2 - \Delta_5) + (\Delta_3 + \Delta_6) \\ \Delta = \det[k_{ij}] \end{cases} \quad (22)$$

$\Delta_i$  是用列阵  $[0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  代替矩阵  $[k_{ij}]$  第  $i$  列所得矩阵的行列式。

由此,当给定作用在有限厚度各向同性饱和土地基表面上的压力  $F$  时,则对式(21)进行 Fourier 逆变换,就可得到地基地面沿  $x_3$  方向的位移,同时饱和土中任意点的位移和土孔隙水压力也可以得到。

## 3 有限厚度各向同性饱和多孔地基上弹性梁的动力响应

弹性地基上梁的动力平衡方程为:

$$EI \frac{\partial^4 w_b(x_1, t)}{\partial x_1^4} = q(x_1, t) - m_b \frac{\partial^2 w_b(x_1, t)}{\partial t^2} - F(x_1, t) \quad (23)$$

式中:  $w_b$  是梁的挠度,  $EI$  是梁的抗弯刚度,  $m_b$  是梁的线密度,  $F$  和  $q$  分别是梁所受到的地基反力和荷载。在图1所示的饱和土地基上放置无限长梁,将简谐荷载作用在梁上,从式(23)中分离掉时间变

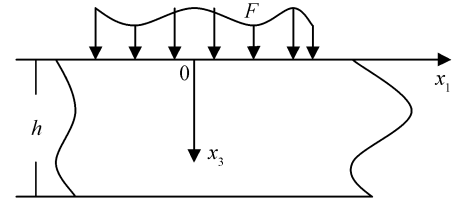


图1 厚度为  $h$  的饱和土地基的受荷示意图

Fig.1 Diagram of the loaded saturated soil foundation with thickness  $h$

量<sup>[10]</sup>,并关于  $x_1$  进行 Fourier 变换,则有:

$$EIs^4 \tilde{w}_b(s) - m_b \omega^2 \tilde{w}_b(s) = \tilde{q}(s) - \tilde{F}(s) \quad (24)$$

假设地基与梁之间没有发生脱离,则

$$\tilde{w}_b(x_1) = \tilde{u}_3(x_1, x_3) \Big|_{x_3=0} \quad (25)$$

对上式关于  $x_1$  进行 Fourier 变换,有

$$\tilde{w}_b(s) = \tilde{u}_3(s, x_3) \Big|_{x_3=0} \quad (26)$$

由前面推导结果式(21)以及上两式,得

$$\tilde{w}_b = \frac{\Delta' \tilde{q}}{(EIs^4 - m_b \omega^2) \Delta' + \Delta} \quad (27)$$

$$\tilde{F} = \frac{\Delta}{\Delta'} \tilde{w}_b = \frac{\Delta \tilde{q}}{(EIs^4 - m_b \omega^2) \Delta' + \Delta} \quad (28)$$

对上面两式进行 Fourier 逆变换,则可以得到梁的挠度以及梁与地基的接触压力.

#### 4 算例分析

设梁在  $x_1 = 0$  处受幅值为 1 的简谐集中荷载作用,即  $q = \delta(x_1) e^{i\omega t}$  N;选择各向同性饱和土地基及梁的参数为:  $m = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\varphi = 0.4$ ,  $\rho_f = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_s = 2\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $K_f = 2.0 \times 10^9 \text{ Pa}$ ,  $K_s = 3.6 \times 1\,010 \text{ Pa}$ ,  $\lambda = 1.3 \times 10^7 \text{ Pa}$ ,  $\mu = 1.9 \times 10^7 \text{ Pa}$ ,  $m_b = 1\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\omega = 2\pi \times 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $n = 1\,000 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$ ,  $EI = 2 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ . 通过数值计算来分析地基厚度及地基与梁的参数的对梁挠度动力响应的影响. 由于问题的对称性,计算结果曲线图中只画出曲线的右半部分( $x_1 > 0$ ).

(1) 计算了无限半平面(即地基厚度为无限)及地基厚度分别为  $h = 0.5 \text{ m}, 10 \text{ m}, 50 \text{ m}, 100 \text{ m}$  时梁的挠度幅值,并得到了地基厚度对梁挠度最大值的影响,分别如图 2 和图 3 所示. 可以看出,随着地基厚度  $h$  的增加,梁挠度幅值的最大值呈减小趋势. 当  $h$  小于  $15 \text{ m}$  时,梁的挠度幅值与无限半平面时的差别较大,应当考虑地基厚度对梁挠度的影响;当  $h > 15 \text{ m}$  时,梁的挠度幅值与无限半平面时基本一致,可以忽略地基厚度对梁挠度的影响,交地基看作无限半平面.

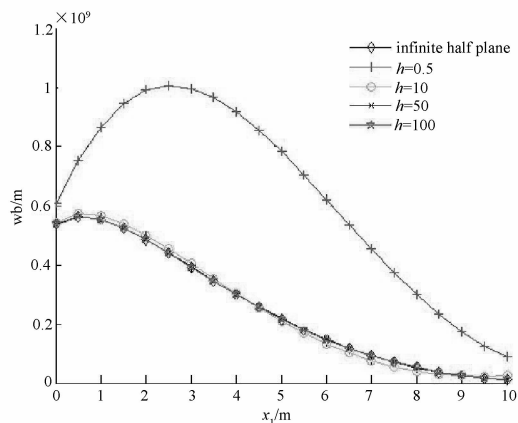


图 2 无限半平面及  $h = 0.5 \text{ m}, 10 \text{ m}, 30 \text{ m}, 50 \text{ m}, 300 \text{ m}$  时梁的挠度幅值图

Fig. 2 The deflection amplitude of beam with infinite half-plane and  $h = 0.5 \text{ m}, 10 \text{ m}, 30 \text{ m}, 50 \text{ m}, 300 \text{ m}$

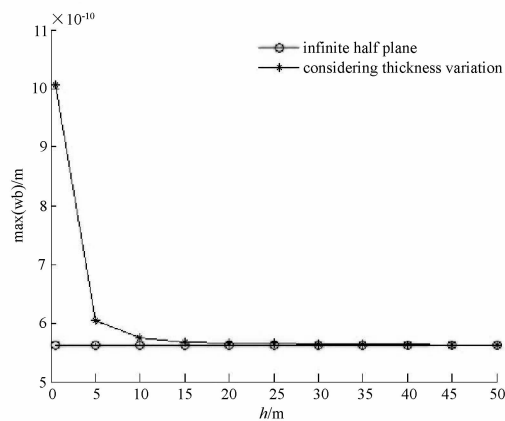


图 3 地基厚度  $h$  对梁挠度幅值最大值的影响曲线

Fig. 3 The curves of maximum deflection amplitude of beam with foundation thickness  $h$

(2) 以  $h = 10 \text{ m}$  为例,分别计算了土骨架体积模量  $K_s$ , 液体内摩擦参数  $n$ , 梁的抗弯刚度  $EI$  及简谐荷载的圆频率  $\omega = 2\pi f$  对梁的挠度幅值的影响,结果分别如图 4—图 8 所示.

图 4—图 6 表明,土骨架体积模量  $K_s$  对梁的挠度幅值影响不明显;梁挠度幅值随着液体内摩擦参数  $n$  的增加而逐渐增大,但随距离衰减的快慢受  $n$  的影响不大;梁挠度幅值随梁的抗弯刚度  $EI$  的增大而减小.

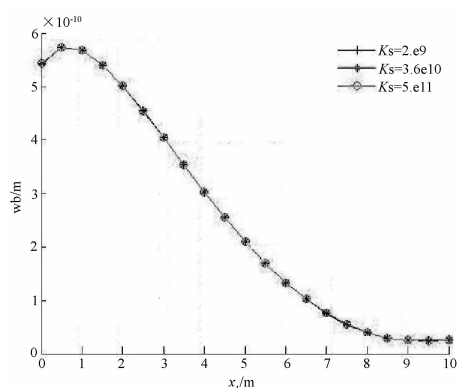


图4  $K_s = (0.2, 3.6, 50) \times 10^{10} \text{ Pa}$   
时梁的挠度幅值图

Fig. 4 The deflection amplitude of beam with  
 $K_s = (0.2, 3.6, 50) \times 10^{10} \text{ Pa}$

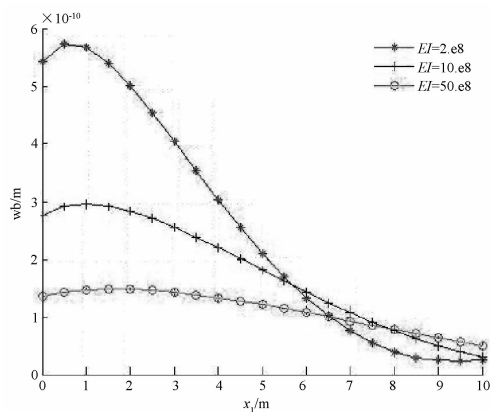


图6  $EI = (2, 10, 50) \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^2$   
时梁的挠度幅值图

Fig. 6 The deflection amplitude of beam with  
 $EI = (2, 10, 50) \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^2$

图7及图8表示  $h=10 \text{ m}$ 、 $\omega = 2\pi \times (0.01, 0.1, 1, 5, 15) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  时梁挠度幅值的变化及梁挠度幅值最大值随简谐荷载圆频率  $\omega = 2\pi f$  的增大呈现出先增大后减小的变化规律,  $f \leq 0.125$  时, 梁挠度幅值随  $\omega$  增大而增大;  $f > 0.125$  时, 梁挠度幅值随  $\omega$  的增大而减小。

## 5 结 语

本文通过 Fourier 变换, 将有限厚度饱和土地基的微分方程组转化为代数方程组, 对其上无限长梁的动力响应进行了较为系统的分析, 并得出了一些结论, 为基础结构的设计以及对饱和土地基的应力和变形分析提供了理论基础, 同时为分层饱和土地基的动力响应计算提供了有效方法。

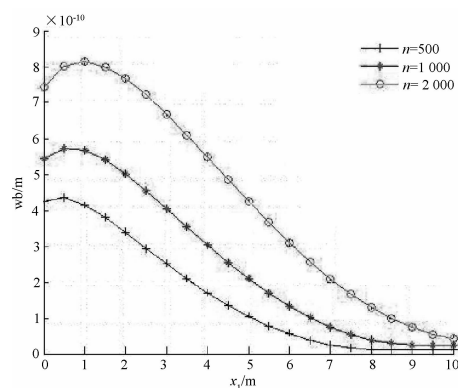


图5  $n = (500, 1000, 2000) \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$   
时梁的挠度幅值图

Fig. 5 The deflection amplitude of beam with  
 $n = (500, 1000, 2000) \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$

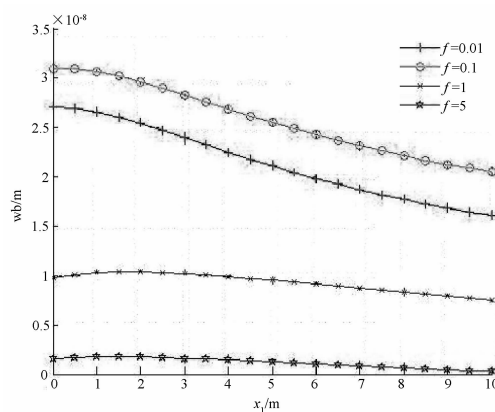


图7  $\omega = 2\pi \times (0.01, 0.1, 1, 5, 15) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
时梁的挠度幅值图

Fig. 7 The deflection amplitude of beam with  
 $\omega = 2\pi \times (0.01, 0.1, 1, 5, 15) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

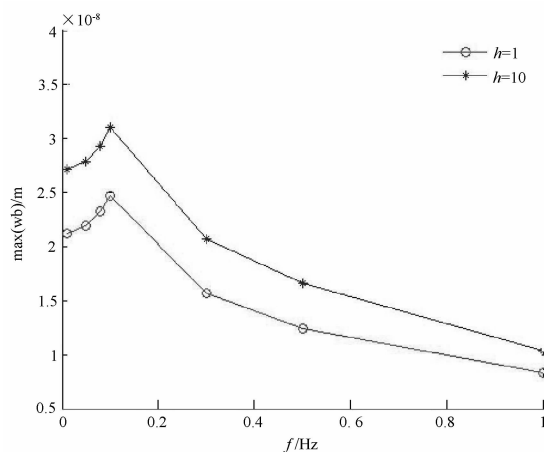


图8  $\omega = 2\pi f$  的变化对梁挠度  
幅值最大值的影响曲线

Fig. 8 The curves of maximum deflection  
amplitude of beam with the change of  $\omega = 2\pi f$

## 参考文献 References

- [1] 杨维加. 弹性地基梁的三角级数解法[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005:123-155.  
YANG Wei-jia, Analytical method of beam on elastic foundation by trigonometric series[M]. Beijing: China Water Power Press, 2005: 123-155.
- [2] BIOT M A. Theory of elastic and consolidation for a porous anisotropic solid[J]. J. Appl. Phys, 1955, 26(2): 182-185.
- [3] HALPERN M R, CHRISTIANO, P. Response of poroelastic halfspace to steady-state harmonic surface tractions [J]. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, 1986, 10(6): 609-632.
- [4] 黄 义, 张玉红. 饱和土三维非轴对称 Lamb 问题[J]. 中国科学(E 辑), 2000, 30(4): 375-384.  
HUANG Yi, ZHANG Yu-hong. Thenon-axisymmetrical lamb problem of three-dimensional saturated soil[J]. Science in China (Series E). 2000, 30(4): 375-384.
- [5] 张引科, 黄 义. 横观各向同性饱和弹性多孔介质的非轴对称动力响应[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(1): 56-70.  
ZHANG Yin-ke, HUANG Yi. The non-axisymmetrical dynamic response of transversely isotropic saturated poro-elastic media[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, 22(1): 56-70.
- [6] 黄 义, 何芳社. 弹性地基上的梁板壳[M]. 北京:科学出版社,2005.  
HUANG Yi, HE Fang-she. Beams, plates and shells on elastic foundation[M]. Beijing: Science Press, 2005.
- [7] 何芳社. 饱和土与梁、板动力相互作用问题的研究[D]. 西安:西安建筑科技大学,2007.  
HE Fang-she. Studies on dynamic interactions of saturated soil-beam or saturated soil-plate[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2007.
- [8] 郑小平, 王尚文, 陈白屏. 弹性地基上无限长梁动力问题的一般解[J]. 应用数学和力学, 1991(12): 593-597.  
ZHENG Xiao-ping, WANG Shang-wen, CHEN Bai-ping. General Solution for Dynamical Problem of Infinite Beam on an Elastic Foundation [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1991(12): 593-597.
- [9] 严宗达. 结构力学中的傅里叶级数解法[M]. 天津:天津大学出版社,1989.  
YAN Zong-da. Fourier Series in Structure Mechanics[M]. Tianjin: Tianjin University Pree, 1989.
- [10] 胡海昌. 弹性力学的变分原理及其应用[M]. 北京:科学出版社,1981.  
HU Hai-chang. Variational principle of elastic mechanics and its applications[M]. Beijing: Science Press, 1989.

## Dynamic response of infinite length beam overlying on isotropic saturated soil foundation with finite thickness

ZHANG Yin-ke, YUAN Rui-xing, ZAN Hui-ping

(School of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, Chian)

**Abstract:** Based on the Boit's theory of saturated porous media and Euler-Bernoulli theory of elastic beam, the basic differential equations of isotropic saturated soil foundation with finite thickness was solved by using the Fourier transform and successive elimination method. The control equation of dynamic interaction between finite thickness soil foundation and infinite beam was established, and the solution was obtained. On this basis, through numerical computation, the dynamic interaction between the infinite beams and the saturated soil foundation with finite thickness under harmonic loads was analyzed. And the influences of the soil foundation thickness and the parameters of beam and foundation soil on the beam deflection were also systematically studied.

**Key words:** *finite thickness; isotropic saturated soil; infinite beam; dynamic response; Fourier transform*