

高粘沥青胶浆低温性能评价与分析

邢明亮^{1,2}, 陈拴发¹, 关博文¹, 何 锐³, 刘状壮¹

(1. 长安大学交通铺面材料教育部工程研究中心, 陕西 西安 710061;

2. 广西道路结构与材料重点实验室培育基地, 广西 南宁 530007; 3. 长安大学公路学院, 陕西 西安 710064)

摘 要:针对不同沥青与矿粉组成的三种高粘沥青胶浆低温性能进行研究, 分析材料组成、粉胶比等对胶浆低温弯曲性能与拉伸变形性能的影响。结果表明, 沥青和矿粉类型对胶浆低温性能均有很大影响, 沥青粘度高, 矿粉比表面积大, 则形成的高粘沥青胶浆弯曲劲度模量小, 破坏断裂能大, 低温性能优越。-10℃低温弯曲试验结果表明不同胶浆对应低温性能最优时最佳粉胶比不同, 大约在 1.2~1.4 之间; 低温拉伸性能试验结果表明要保证胶浆的低温性能, 粉胶比不宜超过 1.4。

关键词:路面工程; 高粘沥青胶浆; 低温弯曲性能; 拉伸性能

中图分类号:U 414.75

文献标志码:A

文章编号:1006-7930(2013)03-0416-06

沥青混合料为粘弹塑性材料, 气温下降时会变脆变硬, 变形能力降低, 在温度和荷载共同作用下易出现收缩裂缝和荷载疲劳裂缝等破坏现象^[1]。沥青混合料中真正起粘结作用的是沥青与矿粉形成的胶浆, 在矿料组成相同的情况下, 沥青胶浆的低温抗裂性能直接影响着混合料的低温性能^[2,3]。密级配沥青混合料中, 沥青胶浆作为微分散系在填充粗集料、细集料间空隙的同时, 与细集料一起形成胶砂, 对粗集料颗粒起粘聚作用的同时使得粗细集料能够形成密实的整体, 从而保证混合料的整体变形能力^[4,5]。而排水性沥青混合料中, 粗集料多, 细集料少, 空隙率大, 在粗集料依靠石-石接触的嵌挤作用形成骨架结构中, 胶浆是维护骨架稳定性的最重要因素, 与密级配沥青混合料相比, 排水性沥青混合料胶浆低温特性对其混合料低温性能及整体稳定性的影响而言显得尤为突出^[6-8]。目前国内外学者对沥青混合料低温性能研究较多^[9-13], 对胶浆低温性能尤其是高粘沥青胶浆低温性能评价较少。

本文针对排水沥青混合料使用的高粘沥青胶浆低温性能进行研究, 分析沥青、矿粉以及粉胶比等对高粘沥青胶浆低温性能的影响并进行评价。

1 试验用原材料及其技术特性

1.1 沥青

为分析不同改性沥青对胶浆性能的影响, 本文采用 ESSO70 # 基质沥青, 分别添加 12% 的 TPS 和 5.0% 的 SBS 制备成改性沥青 A 和改性沥青 B, 主要技术指标见表 1。

1.2 矿粉

本文研究中采用相同产地两种不同粗细程度的石灰石矿粉, 通过勃氏比表面积仪和 Master-

表 1 沥青技术指标

Tab. 1 Asphalt technical index

技术指标	基质沥青 ESSO70 #	改性沥青 A	改性沥青 B
软化点/℃	49.9	90.2	79.2
25℃针入度(0.1 mm)	64.1	50.3	56.4
延度/cm	>150(15℃)	44.1(5℃)	37.9(5℃)
粘韧性/N·m	/	29.6	30.2
韧性/N·m	/	16.9	20.9
60℃动力粘度/Pa·s	/	41 743	16 713

rsizer2000 激光粒度仪对其比表面积和粒度进行分析, 主要技术指标如表 2 所示。

收稿日期: 2012-11-13 修改稿日期: 2013-05-05

基金项目: 国家科技基础条件平台建设项目(2005DKA32800); 中央高校基本科研业务费专项资金(2011JC018); 广西道路结构与材料重点实验室培育基地开放课题资助

作者简介: 邢明亮, (1981-), 女, 山东威海人, 博士, 讲师, 主要从事路面结构与材料方面研究。

1.3 沥青胶浆的制备

采用人工搅拌的方法制备高粘沥青胶浆. 首先将通过 0.075 mm 筛下的矿粉放入 105±5 ℃ 的烘箱中烘干至恒重,称取相应质量的矿粉,分别加入已经改性好的 160℃改性沥青 A、B 中,并不断搅拌,直至混合均匀为止. 研究过程中采用三种不同的沥青胶浆,其组成如表 3 所示.

2 低温弯曲性能

借鉴沥青混合料低温弯曲试验原理,将搅拌好的沥青胶浆浇筑成尺寸为 25 mm×25 mm×150 mm 的长方体梁备用. 在 -10℃ 条件下进行低温弯曲试验,跨径为 110 mm,加载速率为 50 mm/min,试验结果见表 4. 为综合反映高粘沥青胶浆低温下的强度和变形,引入断裂能^[14](即达到最大荷载之前的荷载位移曲线面积)来评价胶浆低温弯曲性能,按式(1)计算不同粉胶比胶浆断裂能,结果见表 4.

$$W = \int_0^d p d\delta$$

(1)

式中: W 为断裂能, $N \cdot m$; p 为试验过程中施加在小梁上的荷载, N ; δ 为跨中挠度, mm ; d 为试件破坏时最大挠度, mm .

表 2 矿粉技术指标

Tab. 2 Technical index of powder

技术指标	1# 矿粉	2# 矿粉
表观密度/ $t \cdot m^3$	2.64	2.68
粒度范围	$<0.6\text{ mm}/\%$	100
	$<0.15\text{ mm}/\%$	99.4
	$<0.075\text{ mm}/\%$	86.4
比表面积(0.075 mm 以下)/ $m^2 \cdot kg^{-1}$	2 392.5	3 224.6
平均粒径(0.075 mm 以下)/ μm	5.476	4.879

表 3 高粘沥青胶浆组成

Tab. 3 Composition of asphalt with high viscosity

沥青胶浆编号	改性沥青类型	矿粉类型	粉胶比
A+1	A	1#	0.4,0.6,0.8,
A+2	A	2#	1.0,1.2,
B+1	B	1#	1.4,1.6

表 4 沥青胶浆 -10℃ 低温弯曲试验结果

Tab. 4 Test result of bending of asphalt at -10℃

胶浆种类	粉胶比	最大荷载 P_b /N	最大挠度 d /mm	抗弯强度 R_b /MPa	最大弯拉应变 ϵ_b	弯曲劲度模量 S_b /MPa	断裂能 W /N·m
A+1	0.8	926.93	3.19	9.79	0.039 6	251.73	1.68
	1.0	1 017.59	2.47	10.75	0.030 7	355.11	1.81
	1.2	1 182.99	4.94	12.49	0.061 3	223.27	4.36
	1.4	1 295.52	3.93	13.68	0.048 7	282.96	2.29
	1.6	1 277.62	3.26	13.49	0.040 5	396.33	1.86
A+2	0.8	769.20	5.11	7.85	0.063 3	208.71	2.51
	1.0	1 054.16	5.19	11.79	0.064 3	113.59	3.75
	1.2	1 073.05	5.20	11.33	0.064 4	175.88	4.42
	1.4	1 168.10	5.28	12.34	0.065 4	188.83	5.08
	1.6	1 396.77	4.54	14.75	0.056 3	262.90	4.77
B+1	0.8	854.51	1.81	9.01	0.022 4	411.57	0.87
	1.0	1 001.38	1.71	10.57	0.021 2	499.15	0.95
	1.2	1 142.69	2.64	13.02	0.032 7	398.03	1.87
	1.4	1 276.95	1.79	13.48	0.022 2	613.25	1.30
	1.6	1 396.60	1.72	14.75	0.021 3	710.59	1.71

从表 4 中结果可以看出三种沥青胶浆在 -10℃ 时弯曲破坏的最大破坏荷载(抗弯强度)总体趋势均随着粉胶比的增加而增大,表明矿粉的加入能够改善沥青的稠度和硬度,胶浆中矿粉比例越大,胶浆越稠硬,低温条件下发生弯曲破坏时需要更大的破坏荷载与破坏应力. 试验结果显示相同粉胶比下不同胶浆弯曲劲度模量差别较大,并且存在 $S_{bA+2} < S_{bA+1} < S_{bB+1}$, 主要原因是受沥青胶浆中沥青和矿粉类型影响. 当胶浆中沥青类型相同而矿粉类型不同时,在相同粉胶比下,比表面积大的矿粉,与沥青混合后能

有效分散沥青,并改善胶浆中沥青的裹覆状况,减少自由沥青的含量,提高沥青胶浆的粘性,使得其低温时的弯曲劲度模量降低,有利于抵抗弯拉破坏。同样地,当矿粉类型相同而沥青结合料类型不同时,粘度大的沥青裹覆于矿粉表面形成的胶浆粘性增大,低温时弯曲劲度模量较低。表明在相同粉胶比下,增大沥青粘度或改善矿粉比表面积均可有效减低高粘沥青胶浆低温劲度模量,从而减少低温开裂。最大挠度(最大弯拉应变)随着粉胶比的增大先增大后减小,出现一个峰值,说明不同的沥青胶浆在低温抗开裂性能方面存在着一个最佳粉胶比。当胶浆最大弯拉应变比较接近时,仅靠这一指标难以区分不同粉胶比胶浆低温性能。表4最后一列可以看出,对A+1和B+1胶浆,弯曲破坏断裂能最大发生在粉胶比为1.2时,而A+2胶浆在粉胶比为1.4时,破坏断裂能最大,且明显高于其他粉胶比下的断裂能。说明与最大弯拉应变相比,弯曲破坏断裂能可以显著区分不同胶浆不同粉胶比时的低温性能。因此在评价沥青胶浆低温抗裂性能时,除可以采用最大弯拉应变外,还可辅以弯曲破坏断裂能指标。相同粉胶比下,不同胶浆破坏断裂能满足 $W_{A+2} > W_{A+1} > W_{B+1}$,同样也说明了沥青和矿粉类型对胶浆低温性能的影响。

3 拉伸变形性能

通过测力延度试验测试低温条件下高粘沥青胶浆拉伸过程中力随位移的变化来反映不同胶浆的拉伸变形性能。为更好地区分不同胶浆变形特征,试验温度选为 10°C ,拉伸速率为 5 cm/min 。三种沥青胶浆在不同粉胶比下力 F 与拉伸位移 d 的关系曲线如图1所示。

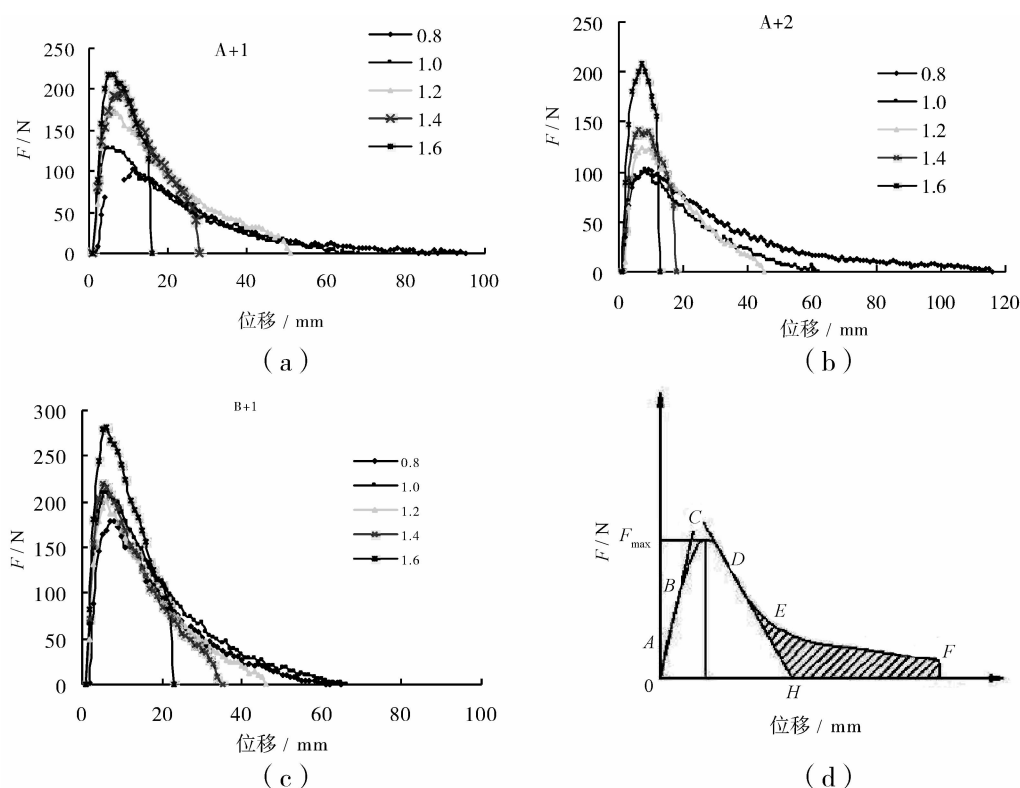


图1 胶浆 F - d 曲线

Fig. 1 F - d curve

沥青胶浆的拉伸特性采用拉伸柔量 f 与屈服应变能 E 进行评价^[15-16],拉伸柔量 f 按式(2)计算,屈服应变能 E 按式(3)计算,计算结果见表5。

$$f = \frac{D_{\max}}{F_{\max}} \quad (2)$$

$$E = F_{\max} \times D_{\max} \quad (3)$$

式中: D_{\max} 为峰值力对应的位移, mm; F_{\max} 为拉伸过程中的峰值力, N; E 为屈服应变能, $\text{N} \cdot \text{mm}$ 。

① 拉伸曲线特性分析. 从图 1(a)~(c)可以直观看出,不同种类沥青胶浆拉伸过程中 F - d 曲线随粉胶比的变化趋势相似,可统一归结为图 1 中(d)的型式. 由 F - d 曲线可知,在较小位移范围内($0\sim 3\text{ mm}$),随着位移的增大,拉伸力急剧上升,在较短时间内,胶浆主要呈现弹性变形,计算 AB 段直线斜率可以反映改性沥青劲度模量. A+1 和 A+2 胶浆采用了相同的沥青,直线段表现出来的变化趋势基本一致,而 B+1 采用另外一种沥青,所以在初始阶段拉伸力上升速率明显区别于 A+1 和 A+2 胶浆. AB 段斜率越大,则说明胶浆采用的改性沥青劲度模量越大,低温抗裂性相对较差,与低温弯曲性能试验结论相一致. 随着荷载继续增大, F - d 曲线仍呈上升趋势,此时则显示了胶浆的粘弹特性. 继续施加荷载, F - d 曲线出现峰值,胶浆内部应力达到其屈服强度 σ_y , 出现短暂的屈服阶段后,胶浆试样进入应力松弛阶段,拉伸力开始下降. 同样可以看出,不同粉胶比胶浆的拉伸力随拉伸位移的增加递减速率明显不同. 当粉胶比较小时($0.8\sim 1.2$),胶浆中沥青含量相对较高,应力松弛阶段起主导作用的仍为改性沥青. 随着荷载的增加,改性沥青中的高分子结构开始起作用,由于高分子链由原来的无序逐渐地变成定向趋势,从而荷载由 C 慢慢减小直至 E 点,呈现出较长时间的应力松弛阶段(CDE 段). 此后,试样进入快速变形的蠕变阶段,在这个阶段内试样内部名义应力几乎保持不变,而试样中部会发生均匀塑性变形,直至胶浆试样被拉断. 当粉胶比较大时($1.4\sim 1.6$),均匀分散于改性沥青中的矿粉含量较高,胶浆中固体颗粒数量增多,而液体相对减少,使得胶浆中没有足够的分散介质来保证胶浆整体的粘结性能并抵抗外力作用,表现为随着拉伸位移的增加,拉伸力急剧下降,直至胶浆试样断裂.

② 拉伸指标分析. 当最大力对应的位移 D_{\max} 越小,相应的屈服应变能 E 却越大时,说明这种胶浆达到屈服应变时所做的功越大,很显然这种胶浆的低温性能较差. 对比表 5 中的结果,对三种沥青胶浆从总体上看,A+1 和 A+2 胶浆的 D_{\max} 差别不大,而 B+1 胶浆的 D_{\max} 值则明显要小于前两者,同时其屈服应变能 E 值又相对较高,说明三种胶浆中,B+1 的低温性能最差. 当最大力对应的位移 D_{\max} 越大,而屈服应变能 E 越小时,则拉伸柔量 f 值相应的也越大,由上面的分析知,当 D_{\max} 越大,并且相应的 f 值越大时,胶浆低温性能越好. 分析表 5 中结果可以看出,A+1 和 A+2 胶浆的 f 值明显高于 B+1 胶浆,从这个角度也说明三种胶浆中 B+1 胶浆低温性能最差. 而 A+1 和 A+2 胶浆, D_{\max} 几乎相同,但 A+2 胶浆 f 值比 A+1 胶浆高,表明 A+2 胶浆低温性能优于 A+1 胶浆,因此三种胶浆中 A+2 胶浆低温性能最好.

③ 屈服应变能. 从表 5 中屈服应变能结果可以看出,三种胶浆屈服应变能随粉胶比的变化趋势基本一致,即在粉胶比为 $0.8\sim 1.4$ 之间时,胶浆屈服应变能随粉胶比增加而变化不大,但当粉胶比增加到 1.6 时,屈服应变能急剧增大,较之前增加了 $30\%\sim 50\%$. 屈服应变能越大,胶浆的低温性能将越差,从这一角度考虑,胶浆的粉胶比不应超过 1.4.

4 结 语

通过对不同胶浆低温弯曲及拉伸性能试验研究,得出以下主要结论:

- (1)沥青和矿粉类型对高粘胶浆低温性能影响较大. 粘度大的沥青与比表面积大的矿粉形成的胶浆,低温弯曲破坏劲度模量较小,拉伸柔量较大,同时产生的断裂能较大,低温抗裂性能优越. 相同粉胶比下,存在 $S_{bA+2} < S_{bA+1} < S_{bB+1}$ 和 $W_{A+2} > W_{A+1} > W_{B+1}$.
- (2)与最大弯拉应变相比,弯曲破坏断裂能可以显著区分不同胶浆不同粉胶比时的低温性能,可将断裂能与最大弯拉应变指标相结合以更好地区分不同类型胶浆低温性能.
- (3)综合低温弯曲试验与拉伸变形性能试验结果,粉胶比在 $1.2\sim 1.4$ 之间时,高粘沥青胶浆低温性

表 5 不同胶浆 F - d 评价指标及结果

Tab. 5 F - d index and result of different mortar					
粉胶比	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
拉伸柔量 $\text{mm} \cdot \text{N}^{-1}$					
A+1	0.084	0.050	0.039	0.030	0.024
A+2	0.083	0.065	0.053	0.043	0.028
B+1	0.034	0.024	0.025	0.020	0.019
屈服应变能 $\text{N} \cdot \text{mm}$					
A+1	0.86	0.85	0.87	0.99	1.26
A+2	0.77	1.05	0.91	0.92	1.27
B+1	1.11	1.03	1.00	1.00	1.31
最大拉伸力对应的位移 mm					
A+1	8.5	6.5	6.5	6.0	5.5
A+2	8.0	7.0	6.5	6.0	6.0
B+1	7.0	5.0	5.0	4.5	5.0

能优越.

参考文献 References

- [1] 沈金安. 沥青及沥青混合料路用性能[M]. 北京:人民交通出版社, 2001.
SHEN Jin-an. Road Performance of Asphalt and Mixture[M]. Beijing: China Communications Press, 2001.
- [2] 肖月. 沥青混合料中胶浆集料粘结性及力学性能研究[D]. 武汉:武汉理工大学, 2008.
XIAO Yue. Fracture Mechanisms of Binder-Aggregate System and Its Effect on Properties of Asphalt Mixtures [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2008.
- [3] SONG Hun, DO Jeongyun, SOH Yangseob. Feasibility study of asphalt-modified mortars using asphalt emulsion [J]. Construction and Building Materials, 2006, 20(5):332-337.
- [4] 李平. 基于胶浆特性的沥青混合料设计[D]. 西安:长安大学, 2007.
LI ping. Design of Hot Mixture Asphalt Based on Mortar Character[D]. Xi'an: Chang'an University, 2007.
- [5] 张争奇, 李平, 王秉纲. 纤维和矿粉对沥青胶浆性能的影响[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2005, 25(5):15-18.
ZHANG Zheng-qi, LI Ping, WANG Bing-gang. Effect of Fiber and Mineral Filler on Asphalt Mortar Performance [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2005, 25(5):15-18.
- [6] 曹廷维. 掺高粘度沥青添加剂排水性沥青混合料的性能研究[D]. 武汉:武汉理工大学, 2008.
CAO Ting-wei. Research on the Properties of Porous Asphalt Mixture Containing High Viscosity Additive [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2008.
- [7] 徐皓, 倪富健, 陈荣生, 等. 排水性沥青混合料耐久性[J]. 交通运输工程学报, 2005(2):27-31.
XU hao, NI Fu-jian, CHEN Rong-sheng, et al. Durability of porous asphalt mixture [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2005(2):27-31.
- [8] 邢明亮. 排水路面沥青混合料胶浆特性与矿料组成研究[D]. 西安:长安大学, 2010.
XING Ming-liang. Study on the Mortar and Composition of Pervious Asphalt Mixture[D]. Xi'an: Chang'an University, 2010.
- [9] 张争奇, 王永财. 沥青胶浆对沥青混合料高低温性能的影响[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2006, 26(2):1-5.
ZHANG Zheng-qi, WANG Yong-cai. Influence of Asphalt Mortar on Hot Mix Asphalt Performance at High and Low Temperature [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(2):1-5.
- [10] ABO-QUDAIS Saad, Al-SHWEILY Haider. Effect of aggregate properties on asphalt mixtures stripping and creep behavior [J]. Construction and Building Materials, 2007, 21(9):1886-1898.
- [11] 汪双杰, 台电仓. 改性沥青结合料低温性能评价指标[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2007, 27(3):25-30.
WANG Shuang-jie, TAI Dian-cang. Evaluating Indices for Low-Temperature Performance of SBR Modified Asphalt Binder [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(3):25-30.
- [12] 李晓娟, 韩森, 贾志清, 等. 基于抗裂性能的沥青混合料低温弯曲蠕变试验[J]. 广西大学学报:自然科学版, 2011, 36(1):142-146.
LI Xiao-juan, HAN Sen, JIA Zhi-qing, et al. Low Temperature Flexural Creep Test on Crack Resistance of Asphalt Mixture [J]. Journal of Guangxi University: Nat and Ed, 2011, 36(1):142-146.
- [13] 邢明亮, 李祖仲, 陈拴发, 等. 应力吸收层沥青混合料的低温抗裂性能[J]. 河北工业大学学报, 2009, 38(6):68-72.
XING Ming-liang, LI Zu-zhong, CHEN Shuan-fa, et al. Anti-cracking Performance of Asphalt Mixture with Stress Absorbing Layers at Low Temperature [J]. Journal of Hebei University of Technology, 2009, 38(6):68-72.
- [14] 张东, 刘娟娟, 陈兵. 关于三点弯曲法确定混凝土断裂能的分析[J]. 建筑材料学报, 1999, 2(3):206-211.
ZHANG Dong, LIU Juan-yu, CHEN Bing. Analysis of the Determination of Fracture Energy of Concrete Using Three-point-bending Method [J]. Journal of Building Materials, 1999, 2(3):206-211.
- [15] 岳学军, 黄晓明, 李文龙, 等. 测力延度试验以及韧性比评价指标的研究[J]. 公路交通科技, 2007, 12(2):33-36.
YUE Xue-jun, HUANG Xiao-ming, LI Wen-long, et al. Research of Force-ductility Test and Toughness Ratio Index [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 12(2):33-36.
- [16] 赵振军, 胡光艳. 用弯曲应变能评价硅藻土改性沥青混合料的低温抗裂性能[J]. 公路交通科技, 2008(6):83-84.
ZHAO Zhen-jun, HU Guang-yan. Evaluation of Low Temperature Anti-cracking Performance of Diatomite Modified Asphalt Mixture with Curvature Strain Energy [J]. Journal of Highway and Transportation Research and De-

velopment, 2008(6):83-84.

Evaluation of asphalt mortar with High Viscosity at Low Temperature

XING Ming-liang^{1,2}, CHEN Shuan-fa¹, GUAN Bo-wen¹, HE Rui³, LIU Zhuang-zhuang¹

(1. Engineering Research Center of Transportation Materials, Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. Guangxi Key Laboratory of Road Structure and Materials, Nanning 530007, China;

3. School of highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Properties of asphalt mortar with different asphalt and mineral powder at low temperature are studied in this paper. Influence of material composition and ratio of filler on bending and tensile properties of asphalt mortar is analyzed. The results show that the type of mineral powder and bitumen affects the properties of asphalt mortar obviously. Asphalt mortar composed of higher viscosity bitumen and mineral powder with larger specific surface area have smaller bending stiffness modulus, bigger fracture energy and better properties at low temperature. Results of bending testing at -10°C show that different asphalt mortar has its own optimum ratio of filler at low temperatures, ranging between 1.2~1.4. Also. In order to get the better low temperature properties, the ratio of filler to bitumen should be smaller than 1.4.

Key words: *pavement engineering; asphalt mortar with high viscosity; bending properties at low temperature; tensile properties*

Biography: XING Ming-liang, Ph. D., Xi'an 710061, P. R. China, Tel:0086-13379062389, E-mail:mlxing@chd.edu.cn

(上接第 382 页)

[10] 严宗达. 结构力学中的富里叶级数解法[M]. 天津:天津大学出版社,1989.

YAN Zong-da. Fourier Series in Structure Mechanics [M]. Tianjin:Tianjin University Press,1989.

The bending of beam on the elastic foundation considering longitudinal frictional resistances

WU Yan-hong¹, GUO Chun-xia¹, LIANG Zhi-gang²

(1. School of Science, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The equilibrium equations of beam on the general Winkler elastic foundation are established considering longitudinal friction. Assuming that the longitudinal friction is proportional to the beam's base longitudinal displacement, the equations of equilibrium in the forms of displacement can be obtained after introducing a general shearing force. By expanding the displacements and loads to Fourier series with additional terms, the bending problems of elastic foundation beam are analyzed by using the equilibrium equations and boundary conditions. The results indicate that the beam's displacements and internal forces are related to the longitudinal friction and the influences of friction are magnified with the longitudinal force coefficient and height of cross-section of beam. As the longitudinal force coefficient increased, the maximums of deflection, slope, bending moment and shear force decreased but the maximums of axial displacement and axial force increased.

Key words: *longitudinal friction; beam; foundation; Fourier series*

Biography: WU Yan-hong, Lecturer, Xi'an 710055, P. R. China, Tel:0086-15829097586, E-mail:wuyanhong-cn@163.com