

基于层次分析法和灰色系统的深基坑支护方案优选

撒利伟¹, 刘志忠², 闫增峰¹

(1. 西安建筑科技大学建筑学院, 陕西 西安 710055 ; 2. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 深基坑支护是一项非常复杂的系统工程, 其方案的选择需考虑工程造价、质量和进度以及基坑周边环境等因素。以灰色系统理论为基础对影响深基坑支护方式选择的主要因素进行聚类分析, 根据方案的隶属函数确定其隶属度, 再用层次分析法确定各因素的权重, 最后由各因素的隶属度乘以其权重并求和, 从而得出支护方案的综合评价指标, 为基坑支护的方案选择提供理论依据。

关键词: 深基坑支护; 层次分析法; 灰色系统; 隶属度; 评价指标

中图分类号: TU 472

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2013)06-0797-06

随着我国城市化进程的加快, 高层建筑急剧增加, 而且地下空间的利用也变得越来越重要, 使得基坑越来越深, 这就对基坑的支护方案也提出更高的要求。所以选择科学合理、安全可靠、方便可行、造价经济的支护方案, 显得尤为重要^[1]。传统的经验加权评分法和定性分析法, 则需要具有丰富的设计、施工经验, 并且主观因素影响较大。目前我国在支护方案优选方面也有很多成果。阮永芬根据灰色关联分析原理, 将影响待决策深基坑支护方案的众多因素指标的理想值与实际值组成比较数列, 用关联矩阵比选最优方案^[2]。许树柏建立了相应的基坑支护结构评价指标体系, 改进传统的层次分析法, 使基坑支护方案的重要性排序, 对各个方案作出定量评价^[3]。徐扬青建立了深基坑支护方案优选的评价指标体系, 同时对于深基坑支护方案优选决策中综合考虑主客观因素, 提出了基于层次分析法和信息熵法的组合赋权方法来进行基坑支护的方案优选^[4]。目前我国多学者在基坑支护方案优选理论中多数采用灰色关联度分析法或模糊数学评价法, 而本文采用灰色聚类分析更科学。同时本文将层次分析法和灰色聚类分析理论巧妙的结合起来, 将各因素的指标用层次分析法确定权重后再进行聚类分析, 得出每个方案综合评价价值, 确定出综合评价价值最高的最优支护方案。

1 建立模型

设有 n 个可行的支护方案, 每个方案有 m 个聚类指标, 如: 基坑支护的方案包括: 环梁支护、土钉墙支护、土钉支护、锚杆支护等。每种方案有 m 个指标如: 安全系数, 工程造价, 技术可行性, 施工便利性, 环境友好性等, 排列在矩阵的横方向, 可以将每个方案的各个指标的相对大小划分为 s 灰类如: 好, 较好, 中等, 较差等, 如下列矩阵所示

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (1)$$

将 n 个施工方案的 m 个不同的聚类指标划分为 s 个灰类, 根据第 i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 个方案关于 j ($j=1, 2, \dots, m$) 指标的观测值为 x_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$, $j=1, 2, \dots, m$)。本文的目的就是将第 i 个支护方案归入第 k ($k = \{1, 2, \dots, s\}$) 灰类, 即利用灰色聚类分析法得出支护方案的整体优良性^[5]。

收稿日期: 2013-05-20 修改稿日期: 2013-11-25

基金项目: 陕西省科技统筹创新工程计划项目(2011KTCQ03-07); 陕西省教育厅专项科研项目(12JK0903)

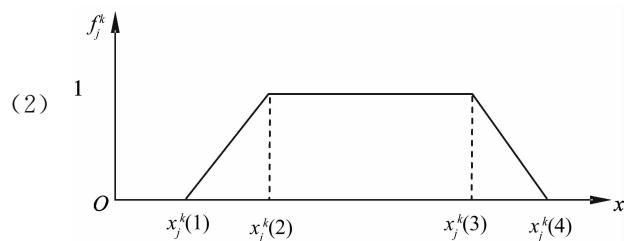
作者简介: 撒利伟(1967-), 男, 河南新乡人, 副教授, 博士研究生, 从事建筑技术及工程测量应用教学与研究。

2 建立白化权函数

2.1 标准白化权函数

将 j 指标归入 k 子类的白化权函数记为 $f_j^k \cdot$ 。设 j 指标 k 子类的白化权函数 $f_j^k \cdot$ 为典型的白化权函数如图 1 所示, 记为: $f_j^k[x_j^k(1), x_j^k(2), x_j^k(3), x_j^k(4)]$ 。

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [x_j^k(1), x_j^k(4)] \\ \frac{x - x_j^k(1)}{x_j^k(2) - x_j^k(1)}, & x \in [x_j^k(1), x_j^k(2)] \\ 1, & x \in [x_j^k(2), x_j^k(3)] \\ \frac{x_j^k(4) - x}{x_j^k(4) - x_j^k(3)}, & x \in [x_j^k(3), x_j^k(4)] \end{cases}$$



2.2 下限测度的白化权函数

对于基坑支护方案而言, 计算指标(如安全性指标、技术科可行指标等)越高越优越, 计算其属于较差类的隶属度时; 或计算基坑某项支护指标(如工程造价等)越低越优越, 属于较好类的隶属度时, 用到的白化权函数是下限测度的白化权函数, 如图 2 所示, 记为 $f_j^k[-, -, x_j^k(3), x_j^k(4)]$

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, x_j^k(4)] \\ 1, & x \in [0, x_j^k(3)] \\ \frac{x_j^k(4) - x}{x_j^k(4) - x_j^k(3)}, & x \in [x_j^k(3), x_j^k(4)] \end{cases}$$

图 1 标准白化权函数

Fig. 1 Standard whiten function

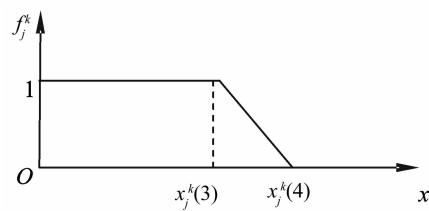


图 2 下限白化权函数

Fig. 2 Floor whiten function

2.3 适中测度的白化权函数

当计算基坑支护方案的指标属于中等水平的隶属度时, 用到的白化权函数是适中测度的白化权函数如图 3 所示, 记为 $f_j^k[x_j^k(1), x_j^k(2), -, x_j^k(4)]$ 。

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [x_j^k(1), x_j^k(4)] \\ \frac{x - x_j^k(1)}{x_j^k(2) - x_j^k(1)}, & x \in [x_j^k(1), x_j^k(2)] \\ \frac{x_j^k(4) - x}{x_j^k(4) - x_j^k(2)}, & x \in [x_j^k(2), x_j^k(4)] \end{cases}$$

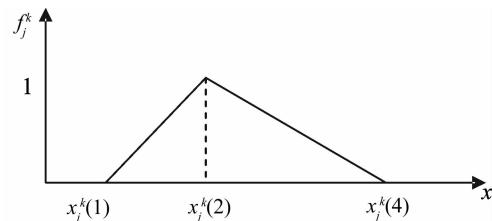


图 3 适中测度白化权函数

Fig. 3 Moderate measure whiten function

2.4 上限测度的白化权函数

当计算指标越高越优越, 计算其属于较好类的隶属度时; 或计算指标越低越优越, 属于较差类的隶属度时, 用到的白化权函数是上限测度的白化权函数, 如图 4 所示, 记为 $f_j^k[x_j^k(1), x_j^k(2), -, -]$ 。

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-\infty, x_j^k(1)] \\ \frac{x - x_j^k(1)}{x_j^k(2) - x_j^k(1)}, & x \in [x_j^k(1), x_j^k(2)] \\ 1, & x \in [x_j^k(2), +\infty] \end{cases}$$

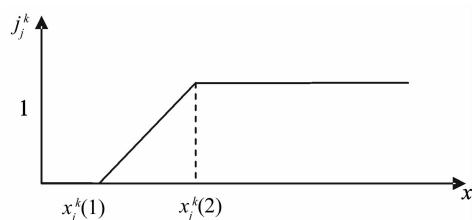


图 4 上限测度白化权函数

Fig. 4 Limit whiten weight function

3 确定每个指标的权重

由于基坑支护各个指标数据差异较大且各指标量纲不同, 所以只能采用灰色定权聚类分析。灰色定权聚类分析就是按支护方案各个指标重要程度给每个指标不同的权重 η_j , 所有权重的和应该等于 $1^{[1, 6]}$ 。

(1) 确定决策目标的一些影响因素,如图 5。

(2) 列一个各指标之间重要程度比较的方阵,如有 m 个指标,可以列一个 $m \times m$ 的方阵来比较各个指标的重要程度并确定各指标的权重。^[3]

$$\text{建立矩阵 } B_{m \times m} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm} \end{bmatrix} \quad (6)$$

矩阵中的 b_{ij} 表示指标 i 相对于指标 j 的程度,见表 1 指标的比例标度表。

(3) 根据矩阵 $B_{m \times m}$ 计算各指标的权重^[6]。

首先,计算矩阵每一行元素的乘积

$$w_i = \prod_{j=1}^m b_{ij}, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

其次,计算上述乘积的 n 次方根

$$\bar{w}_i = \sqrt[m]{\eta_i} \quad (8)$$

第三,向量归一化处理

$$\eta_i = \frac{\bar{w}_i}{\sum_{j=1}^m \bar{w}_j} \quad (9)$$

$\eta = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m]^T$ 就是所求的特征值向量,而 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$ 就是各因素对应的权重。

第四,判断矩阵的一致性

为检验判断矩阵的一致性,需要计算它的随机一致性指标 CR ,当 $CR < 0.10$ 时,认为判断矩阵具有满意的一致性,否则需要调整判断矩阵,使之具有满意的一致性。

随机性指标 CR 的计算公式为:

$$CR = \frac{CI}{IR} \quad (10)$$

式中: CI 为偏离一致性指标, $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$; n 为判断矩阵的阶数; λ_{\max} 是相应判断矩阵的最大特征根,

计算公式为:

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^m D_i = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^m \frac{b_{ij} \eta_{i=j}}{n \eta_i} \right) \quad (11)$$

式中: IR 是判断矩阵的平均随机一致性指标,可根据判断矩阵的阶数 n 查得。 IR 是多次(500 次以上)重复进行随机判断矩阵的偏离一致性指标 CI 的期望值。对于 $n=1 \sim 9$ 阶的矩阵, n 与 RI 的关系见表 2。

4 确定每个支护方案的聚类系数

$\sigma_j^k = \sum_{j=1}^m f_j^k(x_{ij}) \cdot \eta_j$ 为基坑支护方式 i 关于 k 灰类的灰色变权系数。则第 i 种支护方式的聚类系数向量

$$\sigma_i = (\sigma_i^1, \sigma_i^2, \dots, \sigma_i^s) = (\sum_{j=1}^m f_j^1(x_{ij}) \cdot \eta_j^1, \sum_{j=1}^m f_j^2(x_{ij}) \cdot \eta_j^2, \dots, \sum_{j=1}^m f_j^s(x_{ij}) \cdot \eta_j^s) \quad (12)$$

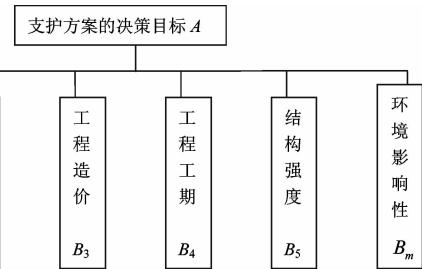


图 5 支护方案决策影响因素图

Fig. 5 Factors influencing the method of deep foundation pit support program

表 1 指标的比例标度表

Tab. 1 The proportion of index scale table

标 度	含 义
1	表示两个元素相比,具有同样重要性
3	表示两个元素相比,前者比后者稍微重要
5	表示两个元素相比,前者比后者明显重要
7	表示两个元素相比,前者比后者强烈重要
9	表示两个元素相比,前者比后者极端重要
2,4,6,8	表示上述判断的中间值
倒数	指标 i 与 j 比较的 b_{ij} ,指标 j 与 i 判断得 $b_{ji} = \frac{1}{b_{ij}}$

表 2 n 与 IR 的关系

Tab. 2 The relationship of n with IR

矩阵阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46

把每种支护方式的聚类向量都列出来就是灰色聚类矩阵:

$$\sigma = (\sigma_i^k) = \begin{bmatrix} \sigma_1^1 & \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_1^s \\ \sigma_2^1 & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_2^s \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_n^1 & \sigma_n^2 & \cdots & \sigma_n^s \end{bmatrix} \quad (13)$$

设 $\max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\} = \sigma_i^{k*}$, 由聚类系数矩阵得出每一行的最大值即 σ_i^{k*} , 所属的类就是第 i 种支护形式的优劣类别, 以此来综合判别每种支护形式的优劣, 最后得到最优的支护方案^[9].

5 工程实例

某拟建建筑基坑长约 126 m, 宽约 78 m, 开挖深度 -11.2 m, 属于一级基坑类别, 地面标高介于 415.50~418.80 m. 周边环境较为简单, 东侧 10 m 左右为宽约 10 m 的道路, 其余三侧为空地. 勘察报告显示, 拟建场地地基土自上而下由杂填土、黄土状土、粉质粘土及砂土层组成.

根据现场情况, 可供选择的方案有:(1)土钉墙支护;(2)桩锚支护;(3)排桩支护.

各种方案指标对比数据如表 3 所示.

(1) 指标赋值 指标有可靠性、工程造价、施工难度、环境影响, 较好赋值为 1, 中等为 2, 较差为 3, 三种赋值下的白化权函数的分别为:

$$\begin{aligned} f_1^1(x) &= [0.6, 0.9, -, -], f_1^2(x) = [0.6, 0.8, -, 1.0], f_1^3(x) = [-, -, 0.6, 1.0] \\ f_2^1(x) &= [-, -, 160, 210], f_2^2(x) = [160, 210, -, 270], f_2^3(x) = [150, 210, -, -] \\ f_3^1(x) &= [-, -, 0.6, 1.0], f_3^2(x) = [0.6, 0.8, -, 1.0], f_3^3(x) = [0.6, 1.0, -, -] \\ f_4^1(x) &= [-, -, 0.6, 1.0], f_4^2(x) = [0.6, 0.8, -, 1.0], f_4^3(x) = [0.6, 1.0, -, -] \end{aligned} \quad (14)$$

根据上式求得各个指标属于 1 较好、2 中等、3 较差的隶属度.

(2) 按照表 1 的权重系数确定四个指标之间的重要程度矩阵

$$B_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$w_1 = 1 \times 3 \times 5 \times 7 = 105 \quad \bar{w}_1 = \sqrt[4]{105} = 3.20$$

$$w_2 = \frac{1}{3} \times 1 \times 3 \times 5 = 5 \quad \bar{w}_2 = \sqrt[4]{5} = 1.50$$

$$w_3 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 1 \times 3 = 0.2 \quad \bar{w}_3 = \sqrt[4]{0.2} = 0.67$$

$$w_4 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 1 = 0.00953 \quad \bar{w}_4 = \sqrt[4]{0.00953} = 0.32$$

$$\eta_i = \frac{\bar{w}_i}{\sum_{j=1}^m \bar{w}_j} \text{ 得 } \eta_1 = 0.56, \eta_2 = 0.26, \eta_3 = 0.12, \eta_4 = 0.056$$

检验矩阵的一致性 $CR = \frac{CI}{IR} = 0.02 < 0.1$, 所以矩阵的权重符合一致性.

(3) 确定各支护方案的聚类系数 $\sigma_j^k = \sum_{i=1}^m f_j^k(x_{ij}) \eta_i$

表 3 可选方案的各指标数据

Tab. 3 Options of the index data

支护方案	可靠性	工程造价 (万元)	施工 难度	环境 影响
土钉墙支护	0.7	160	0.7	0.9
桩锚支护	0.9	260	1.0	0.8
排桩支护	0.8	210	0.8	1.0

由式(12)得

$$\text{灰色聚类矩阵 } \sigma = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.37 & 0.43 \\ 0.43 & 0.94 & 0.66 \\ 0.31 & 0.32 & 0.52 \end{bmatrix}. \text{ 设 } \max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\} = \sigma_i^k, \text{ 由聚类系数矩阵得出每一行的最大值, 即 } \sigma_i^k \text{ 所属的类就是第 } i \text{ 种支护形式的优劣类别.}$$

由灰色变权矩阵可以得出: 第一种支护方式综合评价属于较好的; 第二种支护方式属于中等的类别; 第三种支护方式属于较差的类别. 优先选用第一种支护方式, 即土钉墙支护.

6 结语

(1) 层次分析法是指将一个复杂的研究对象作为一个系统, 将目标分解为多指标的若干层次, 通过定性指标模糊量化方法算出层次单排序(权数)和总排序, 以作为目标(多指标)、多方案优化决策的系统方法. 是继机理分析、统计分析之后发展起来的系统分析的重要工具. 将层次分析法和聚类分析法结合起来用在基坑支护优选中是可行的.

(2) 通过工程实例, 将层次分析法中关于因素权重确定的理论和灰色系统聚类分析理论应用到基坑支护方案优选中, 使原本定性的问题定量化, 更好地权衡基坑支护工程的安全性、技术可行性和工程造价之间的关系, 为深基坑支护提出了一种科学的系统的方案优选新方法, 对其它工程多方案优选问题也具有借鉴作用.

参考文献 References

- [1] 高永贵, 刘宗洲. 西安地区深基坑边坡支护设计探讨[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 1998, 30(3): 261-264.
GAO Yong-gui, LIU Zhong-zhou. Inquiry into the design about the retaining structure of the slopes around deep foundation pits in Xian area[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.: Natural Science Edition, 1998, 30(3): 261-264.
- [2] 阮永芬, 叶燎原. 用灰色系统理论与方法确定深基坑支护方案[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1203-1206.
RUAN Yong-fen, YE Liao-yuan. Grey system to select the best deep foundation pit support program[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1203-1206.
- [3] 许树柏. 实用决策方法—层次分析法原理[M]. 天津: 天津大学出版社, 1988.
XU Shu-bo. Functional decision method—theory of analytic hierarchy process [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1998.
- [4] 徐杨青. 深基坑工程设计的优化原理与途径[J]. 岩石力学与工程学报, 2001(2): 248-251.
XU Yang-qing. On The method of design-optimization for deep excavation Engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011(2): 248-251.
- [5] 邓聚龙. 灰色控制系统[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1993.
DENG Jun-long. Theory of analytic hierarchy process [M]. Wuhan: Huazhong university of science and technology Press, 1993.
- [6] 张吉军. 模糊层次分析法(FAHP)[J]. 模糊系统与数学, 2000(2): 80-88.
ZHANG Ji-jun. Fuzzy analytic hierarchy process [J]. Fuzzy systems and mathematics, 2000(2): 80-88.
- [7] 沈良峰, 李启明. 层次分析法(AHP)在建筑工程项目评标中的应用[J]. 施工技术, 2005(2): 64-66.
SHEN Liang-feng, LI Qi-ming. The analytic hierarchy process (AHP) in the application of the construction project bid evaluation [J]. Journal of construction technology, 2005(2): 64-66.
- [8] 张荫, 王波. 基于层次分析法的生土建筑综合效益评价[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2011, 43(3): 330-334.
ZHANG Yin, WANG Bo. Based on analytic hierarchy process to building comprehensive benefit evaluation [J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech.: Natural Science Edition, 2011, 43(3): 330-334.
- [9] TERZAGHI K. Theoretical Soil Mechanics [M]. New York: John Wiley and Sons, 2006.

- [10] TSUI Y, CHENG Y M. A Fundamental Study of Braced Excavation Construction[J]. Computer and Geotechnics, 1989, 105(4):481-498.

Optimal selection of deep foundation pit support program based on AHP and grey system

SA Li-wei¹, LIU Zhi-zhong², YAN Zeng-feng¹

(1. School of Architecture, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;

2. School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: As a complex systems complex engineering, many factors should be taken into consideration: project cost, quality, progress and environment around foundation pit and so on. On the basis of the grey system theory, the main factors that influence the deep foundation pit supporting selection is analyzed. First the membership degree according to the membership function is obtained. Then the weight of each factor by using analytic hierarchy process is acquired, and the weight of each factor, multiplied and summed up. Lastly, the comprehensive evaluation index of the supporting solution, is arrived at to provide theoretical basis for selecting the foundation pit supporting solution.

Key words: *deep foundation pit support; AHP; grey system; membership; evaluation index*

Biography: SA Li-wei, Associate Professor, Candidate for Ph. D., Xi'an 710055, P. R. China, Tel: 0086-29-82205881, E-mail: xaslw@126.com

~~~~~  
(上接第 796 页)

## Evaluation method for general transport layout based on economic analysis of transportation

YANG Qiu-xia, SHAN Chun-lin

(School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

**Abstract:** On the basis of the general transport layout principles and objective, characteristics of transport layout and economic analysis, the general transport layout evaluation system is set up. Adopted is the complex matter-element model, information theory, extension method and the partial entropy to determine the weight of the evaluation index. Aiming at the complex numerous indexes and correlations among them, considering each factor of the general transport layout, a new transport layout evaluation method is established. The economic conditions of transports is analyzed integrally, and a quantitative analysis of transport layout is made. A case study is conducted, and the economies global optimal option is selected by means of comparison.

**Key words:** *general transport layout; extension method; complex matter-element; comentropy; scheme evaluation*

---

**Biography:** YANG Qiu-xia, Ph. D., Associate Professor, Xi'an 710055, P. R. China, Tel: 0086-13772537676, E-mail: 1071277061@qq.com