

# 型钢再生混凝土偏心受压柱 正截面承载力计算方法

薛建阳，周升，崔卫光

（西安建筑科技大学土木工程学院，陕西 西安 710055）

**摘要：**在试验研究的基础上，将型钢再生混凝土偏心受压柱的破坏分为大偏心受压破坏和小偏心受压破坏，并界定了其界限破坏，根据力的平衡原理和基本假定，推导了型钢再生混凝土偏心受压柱的正截面承载力计算公式，并与试验结果进行对比。计算值与实测值吻合较好，验证了所提公式的正确性，可以应用于实际工程设计。

**关键词：**型钢再生混凝土柱；偏心受压；正截面承载力；计算公式

**中图分类号：**TU398<sup>+</sup>.9      **文献标志码：**A      **文章编号：**1006-7930(2014)02-0166-05

将废旧混凝土破碎后制成的骨料，与水、沙石等按一定比例拌合成新混凝土，称之为再生混凝土。再生混凝土符合国家住宅环保标准的“四节一环保”，具有巨大的经济效益和社会效益，符合国家可持续发展战略。再生混凝土由于材料不同于传统混凝土，其物理力学性能有所改变，因此有必要进行深入的研究，以推广再生混凝土在工程中的应用<sup>[1-5]</sup>。型钢再生混凝土结构是由型钢和再生混凝土组合而成的<sup>[6-7]</sup>，该结构可以发挥两种材料各自特有的优势，在实际工程中具有推广应用价值。但目前对型钢再生混凝土结构的研究还较缺乏。基于此，设计了9根型钢再生混凝土柱并进行了偏心受压试验<sup>[6]</sup>，考虑了再生骨料取代率和相对偏心距的影响，得到了偏心受压柱的破坏形态。本文在试验研究的基础上，理论分析并推导了型钢再生混凝土偏心受压柱的正截面承载力计算公式。

## 1 型钢再生混凝土偏心受压柱正截面承载力计算

### 1.1 基本假定

(1) 截面应变符合平截面假定；(2) 不考虑再生混凝土的受拉作用；(3) 再生混凝土受压的应力-应变关系根据文献[8]的研究结果，采用式(1)所示的形式，型钢和钢筋的应力-应变关系分别采用式(2)和式(3)所示的形式；

$$\begin{cases} \sigma_{rc} = f_{rc} \left[ 1.4 \frac{\varepsilon_{rc}}{\varepsilon_{r0}} + 0.2 \left( \frac{\varepsilon_{rc}}{\varepsilon_{r0}} \right)^2 - 0.6 \left( \frac{\varepsilon_{rc}}{\varepsilon_{r0}} \right)^3 \right] & \varepsilon_{rc} \leq \varepsilon_{r0} \\ \sigma_{rc} = f_{rc} & \varepsilon_{r0} < \varepsilon_{rc} \leq \varepsilon_{rcu} \end{cases} \quad (1)$$

式中： $\sigma_{rc}$ 为再生混凝土压应变为 $\varepsilon_{rc}$ 时的再生混凝土压应力， $f_{rc}$ 为再生混凝土轴心抗压强度设计值， $\varepsilon_{rc}$ 为再生混凝土压应力达到 $f_{rc}$ 时的应变，取为0.002。

$$\begin{cases} \sigma_s = E_s \varepsilon & |\varepsilon| \leq f_y / E_s \\ \sigma_s = f_y & \varepsilon \geq f_y / E_s \\ \sigma_s = -f_y & \varepsilon \leq -f_y / E_s \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sigma_{ss} = E_{ss} \varepsilon & |\varepsilon| \leq f_s / E_s \\ \sigma_{ss} = f_s & \varepsilon \geq f_s / E_s \\ \sigma_{ss} = -f_s & \varepsilon \leq -f_s / E_s \end{cases} \quad (3)$$

(4) 不考虑型钢、钢筋与再生混凝土之间的黏结滑移。

## 1.2 计算公式

根据型钢再生混凝土偏心受压柱试验研究及其受力特性<sup>[6]</sup>, 可将其破坏形式分为大偏心受压破坏和小偏心受压破坏两种形式, 现分别推导对应两种破坏形式及界限破坏时型钢再生混凝土偏心受压柱的正截面承载力计算公式。

### (1) 大偏心受压破坏

型钢再生混凝土柱发生大偏心受压破坏时, 型钢受拉翼缘首先达到屈服强度, 然后受压区再生混凝土被压碎, 构件达到承载力极限状态。此时柱截面的应力、应变分布如图1所示。

根据图1的应力分布及力的平衡可得:

$$N = f_{rc}bx + f'_yA'_s + f'_sA'_{sf} + f'_s(x_0 - a'_{sf} - d)t_w - f_yA_s - f_sA_{sf} - f_s(h - a_{sf} - x_0 - d)t_w \quad (4)$$

取  $x=0.8x_0$ , 并将其代入式(4)得:

$$N = f_{rc}bx + f'_yA'_s + f'_sA'_{sf} + f'_s(1.25x - a'_{sf} - d)t_w - f_yA_s - f_sA_{sf} - f_s(h - a_{sf} - 1.25x - d)t_w \quad (5)$$

当对称配筋时,  $f_y = f'_y$ ,  $A_s = A'_s$ ,  $f_s = f'_s$ , 则式(4)可简化为

$$N = f_{rc}bx + f_s(A'_{sf} - A_{sf}) + f_s(2.5x - h - a'_{sf} + a_{sf})t_w \quad (6)$$

当型钢沿截面对称布置时,  $a_{sf} = a'_{sf}$ , 则  $N$  可进一步简化为

$$N = f_{rc}bx + f_s(A'_{sf} - A_{sf}) + f_s(2.5x - h)t_w \quad (7)$$

由此可得  $x$  的计算公式为

$$x = [N - f_s(A'_{sf} - A_{sf} - h)] / (f_{rc}b + 2.5f_st_w) \quad (8)$$

为保证型钢再生混凝土柱达到极限承载力时型钢受拉翼缘能够屈服,  $x$  值应满足:

$$x \leq x_b = 0.8h_0 / (1 + \frac{\varepsilon_{ss}}{\varepsilon_{reu}}) \quad (9)$$

为保证型钢受压翼缘也达到屈服强度,  $x$  值还应满足:

$$\left. \begin{array}{l} \text{型钢为Q235} \\ \text{型钢为Q345} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \geq 1.2a'_{sf} \\ x \geq 1.66a'_{sf} \end{array} \quad (10)$$

当  $x$  满足式(9)和(10)时, 根据力矩平衡, 对中和轴取矩可得

$$\begin{aligned} N(\eta e_i - h/2 + x) &= f_{rc}bx^2/2 + f'_yA'_s(x - a'_s) + f_yA_s(h - a_s - x) + f_sA'_{sf}(x - a'_{sf}) + \\ &f_sA_{sf}(h - a_{sf} - x) + f_sh^2t_w/2 - 2f_sd^2t_w/3 \end{aligned} \quad (11)$$

若  $f_y = f'_y$ ,  $A_s = A'_s$ , 则:

$$N(\eta e_i - \frac{h}{2} + x) = \frac{1}{2}f_{rc}bx^2 + f_yA_s(h - a_s - a'_s) + f_s \left[ A'_s(x - a'_{sf}) + A_{sf}(h - a_{sf} - x) + t_w \left( \frac{1}{2}h_s^2 - \frac{2}{3}d^2 \right) \right] \quad (12)$$

当型钢沿截面对称布置时,  $A_{sf} = A'_s$ ,  $a_{sf} = a'_{sf}$ , 则:

$$N(\eta e_i - \frac{h}{2} + x) = \frac{1}{2}f_{rc}bx^2 + f_yA_s(h - a_s - a'_s) + f_s \left[ A_{sf}h_s + t_w \left( \frac{1}{2}h_s^2 - \frac{2}{3}d^2 \right) \right] \quad (13)$$

由式(11)、(12)、(13)可以得到型钢再生混凝土偏心受压柱的极限弯矩:

$$N\eta e_i \leq N \left( \frac{h}{2} - x \right) + \frac{1}{2}f_{rc}bx^2 + f_yA_s(h - a_{sf} - a'_{sf}) + f_s \left[ A_{sf}h_s + t_w \left( \frac{1}{2}h_s^2 - \frac{2}{3}d^2 \right) \right] \quad (14)$$

当柱截面尺寸、配筋、配钢及偏心距已知时, 联立式(4)、(11) 可求得型钢再生混凝土偏心受压柱能够承担的轴向力  $N$  和混凝土相对受压区高度  $x$ 。此时应验算相对受压区高度  $x$ , 使  $x$  值满足式(9)、(10)的要求。

如果  $x$  值不满足式(9), 表明型钢受拉翼缘不能达到屈服强度, 不满足大偏心受压条件, 应按照小偏心受压柱重新设计。

当  $x$  值不满足式(10)时, 表明型钢再生混凝土柱在达到承载力极限状态时型钢受压翼缘没有达到屈强度。在型钢再生混凝土偏心受压柱正截面承载力计算时应忽略受压翼缘的贡献, 按型钢腹板全部屈服考虑,

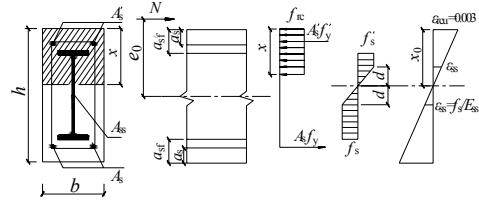


图1 大偏心受压破坏时的应力、应变分布

Fig.1 Stress and strain distribution of large eccentric compression damage

计算公式为

$$N = f_{rc}bx + f'_yA'_s - f_s(A_{sf} + h_s t_w) - f_y A_s \quad (15)$$

$$x = [N - f'_yA'_s + f_s(A_{sf} + h_s t_w) + f_y A_s] / (f_{rc}b) \quad (16)$$

根据力矩平衡, 对中和轴取矩得

$$N(\eta e_i - \frac{h}{2} + x) = \frac{1}{2} f_{rc}bx^2 + f'_yA'_s(x - a'_s) + f_y A_s(h - a_s - x) + f_s A_{sf}(h - a_{sf} - x) + f_s h_s t_w \left( h - a_{sf} - \frac{h_s}{2} - x \right) \quad (17)$$

如果  $x \leq 2a'_s$ , 则受压钢筋不能达到屈服强度, 在计算柱正截面承载力时应忽略受压钢筋对柱承载力的贡献, 即取  $A'_s = 0$ , 则:

$$N = f_{rc}bx - f_s(A_{sf} + h_s t_w) - f_y A_s \quad (18)$$

$$x = [N + f_s(A_{sf} + h_s t_w) + f_y A_s] / f_{rc}b \quad (19)$$

$$N(\eta e_i - \frac{h}{2} + x) = \frac{1}{2} f_{rc}bx^2 + f_y A_s(h - a_s - x) + f_s A_{sf}(h - a_{sf} - x) + f_s h_s t_w \left( h - a_{sf} - \frac{h_s}{2} - x \right) \quad (20)$$

## (2) 小偏心受压破坏

型钢再生混凝土柱发生小偏心受压破坏时, 按式(8)计算所得的  $x$  值不满足式(9). 此时, 型钢受拉(或应力较小)侧翼缘并未达到钢材的屈服强度. 此时型钢再生混凝土柱的应力、应变分布如图 2 所示.

根据平截面假定计算的型钢受拉(或应力较小)侧翼缘和纵向钢筋的应力如下:

未屈服型钢翼缘

$$\sigma_{sf} = 0.003E_{ss} \left[ \frac{0.8(h - a_{sf})}{x} - 1 \right] \quad (21)$$

未屈服钢筋

$$\sigma_s = 0.003E_s \left[ \frac{0.8(h - a_s)}{x} - 1 \right] \quad (22)$$

根据图 2 的应力分布及力的平衡条件得

$$N = f_{rc}bx + f'_yA'_s + f_s \left[ A'_{sf} + \left( 1.25x - a'_{sf} - \frac{d}{2} \right) t_w \right] - \sigma_s A_s - \sigma_{sf} \left[ A_{sf} + \frac{1}{2}(h - a_{sf} - 1.25x) \right] \quad (23)$$

根据力矩平衡原理, 对中和轴取矩, 得

$$\begin{aligned} N(\eta e_i - \frac{h}{2} + 1.25x) &= 0.75 f_{rc}bx^2 + f'_yA'_s(1.25x - a'_s) + f_s A'_{sf}(1.25x - a'_{sf}) + \sigma_s A_s(h - a_s - 1.25x) + \\ \sigma_{sf} A_{sf}(h - a_{sf} - 1.25x) &- \frac{1}{6} f_s d^2 t_w + \frac{1}{2} f_s (1.25x - a'_{sf})^2 t_w + \frac{1}{3} \sigma_{sf} (h - a_{sf} - 1.25x)^2 t_w \end{aligned} \quad (24)$$

如果已知柱的截面尺寸、配筋、配钢及柱承担的荷载, 可由式(23)、(24)验算柱的承载力, 求得的  $x$  值须满足:

$$0.8h \geq x \geq x_b \quad (25)$$

当截面相对受压区高度  $x$  大于  $0.8h$  时, 说明型钢再生混凝土柱正截面处于受压状态, 相应的应力、应变分布图形如图 3 所示. 根据平截面假定, 受压较小侧型钢翼缘和钢筋的应力可按式(26)、(27)分别计算. 受压较小侧型钢翼缘应力

$$\sigma_{sf} = 0.003E_{ss} \left[ \frac{0.8(h - a_{sf})}{x} - 1 \right] \quad (26)$$

钢筋应力

$$\sigma_s = 0.003E_s \left[ \frac{0.8(h - a_s)}{x} - 1 \right] \quad (27)$$

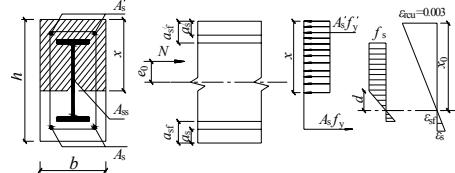


图 2 小偏心受压破坏时的应力、应变分布  
Fig.2 Stress and strain distribution of small eccentric compression damage

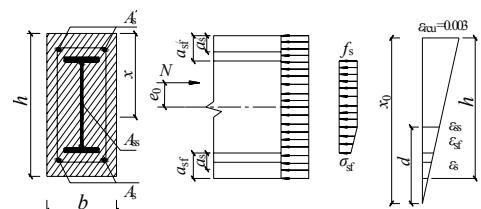


图 3 全截面受压时应力、应变分布  
Fig.3 Stress and strain distribution of whole section compression

全截面受压时, 柱的偏心受压承载力可按式(28)和(29)计算.

$$N = f_{rc}bx + f'_yA'_s + f_s[A'_{sf} + (1.25x - a'_{sf} - d)t_w] + \frac{1}{2}(f_s + \sigma_{sf})(d + h - a_{sf} - 1.25x) + \sigma_{sf}A_{sf} + \sigma_s A_s \quad (28)$$

$$\begin{aligned} N(\eta e_i - \frac{h}{2} + a_{sf}) &= f_{rc}bh\left(\frac{h}{2} - a_s\right) + f'_yA'_s(h - a'_s - a_{sf}) + f'_sA'_{sf}(h - a'_{sf} - a_{sf}) + \\ &\frac{1}{2}f_s^2h^2t_w - \frac{1}{3}(f_s - \sigma_{sf})(d + h - a_{sf} - 1.25x)^2 t_w - \sigma_s A_s(a_{sf} - a_s) \end{aligned} \quad (29)$$

当按式(23)、(24)计算所得的截面相对受压区高度  $x > 0.8h$ , 并且按式(28)、(29)计算所得的  $x < 0.8h$ , 则在计算受压应力较小侧型钢翼缘和受压钢筋应力时, 可将截面相对受压区高度  $x$  近似取为  $0.8h$ .

### (3) 偏心受压柱界限破坏

大偏心受压破坏和小偏心受压破坏的界限破坏是指截面相对受压区高度  $x=x_b$ , 此时柱正截面的应力、应变分布如图4所示.

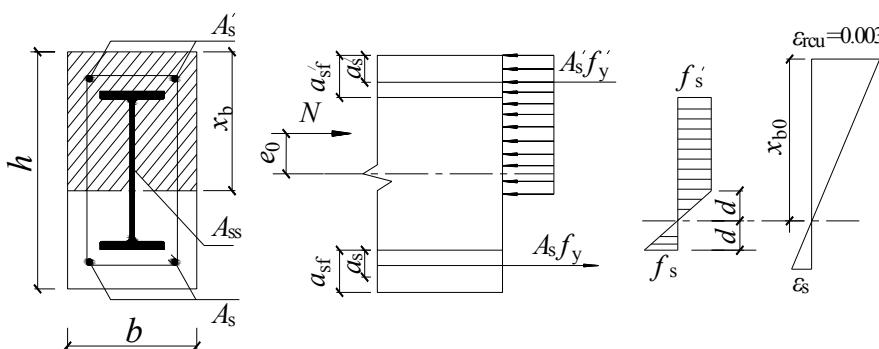


图4 界限破坏时的应力、应变分布  
Fig.4 Stress and strain distribution of balanced failure

根据界限破坏时的应力分布及力的平衡条件得:

$$N = f_{rc}bx_b + f'_yA'_s + f_s[A'_{sf} + (1.25x_b - a'_{sf} - d)t_w] - f_s A_{sf} - f_y A_s \quad (30)$$

对型钢受拉翼缘取矩得:

$$\begin{aligned} N(\eta e_i - \frac{h}{2} + a_{sf}) &= f_{rc}bx_b\left(h - a_{sf} - \frac{x_b}{2}\right) + f'_yA'_s(h - a'_s - a_{sf}) + f'_sA'_{sf}h_s + \\ &f_s A_s(a_{sf} - a_s) + f_s(1.25x_b - a'_{sf} - d)(h - a_{sf} - 0.5a'_{sf} - 0.613x_b + 0.5d)t_w \end{aligned} \quad (31)$$

型钢再生混凝土偏心受压柱正截面承载力计算公式中,  $f_y$ 、 $f'_y$  分别为钢筋的受拉屈服强度和受压屈服强度,  $f_s$ 、 $f'_s$  分别为型钢的受拉屈服强度和受压屈服强度.  $\sigma_s$ 、 $\sigma_{sf}$ 、 $h_s$ 、 $t_w$  分别为受拉钢筋应力、型钢翼缘应力、型钢截面高度和型钢腹板厚度.  $a_s$ 、 $a'_s$  分别为受拉钢筋中心、受压钢筋中心到再生混凝土截面边缘的距离.  $a_{sf}$ 、 $a'_{sf}$  分别为型钢受拉翼缘中心、受压翼缘中心到再生混凝土截面边缘的距离.  $d$  为未屈服型钢腹板高度,  $\eta$  为偏心距增大系数, 根据 (JGJ138-2001) 《型钢混凝土组合结构技术规程》<sup>[9]</sup>中的公式计算.

### 1.3 计算结果验证

采用本文提出的公式对课题组进行的试验构件进行了承载力计算, 并与试验结果进行对比, 如表1所示. 可知, 试验值与计算值比值的平均值为 0.990, 变异系数为 0.023, 计算结果与试验结果吻合较好, 表明本文提出的型钢再生混凝土偏心受压柱正截面承载力计算公式可以满足工程要求.

表1 计算结果与试验结果的对比  
Tab. 1 Comparison of calculation results and experimental results

试件编号	SJ-1	SJ-2	SJ-3	SJ-4	SJ-5	SJ-6	SJ-7	SJ-8	SJ-9
试验值 $P_t/kN$	480	736	1 192	480	632	1 260	472	724	954
计算值 $P_c/kN$	493.5	774.7	1 003.8	486.7	603.5	1 311.9	466.8	732.6	948.8
$P_t/P_c$	1.03	1.05	0.84	1.01	0.95	1.04	0.99	1.01	0.99

## 2 结论

以9根型钢再生混凝土柱的偏心受压试验为基础, 对其正截面承载力计算方法进行了研究, 主要得到以下结论:

(1) 型钢再生混凝土偏心受压柱的破坏形态可以分为大偏心受压破坏和小偏心受压破坏两种; (2) 结合型钢再生混凝土柱的特点, 给出了其正截面偏心受压承载力计算的基本假定; (3) 对应两种破坏形态及其界限破坏, 推导了型钢再生混凝土柱的偏心受压承载力计算公式, 经验证, 计算结果与试验结果吻合较好.

## 参考文献 References

- [1] 肖建庄. 再生混凝土[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.  
XIAO Jianzhuang. Recycled Concrete[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.
- [2] 梅迎军, 郑建华. 再生混凝土集料研究进展[J]. 混凝土, 2010(1): 89-93.  
MEI Ying-jun, ZHENG Jianhua. Progress on recycled concrete aggregate [J]. Concrete, 2010(1): 89-93.
- [3] RAZAQPUR A G, FATHIFAZL G, ISGOR G, et al. How to produce high quality concrete mixes with recycled concrete aggregate[C]// Construction Waste Recycling and Civil Engineering Sustainable Development— Proceedings of the 2nd International Conference on Waste Engineering and Management, Tongji University, Shanghai, China, RILEM Publications SARL, 2010: 11-35.
- [4] NAGATAKI Shigeyoshi, IIDA Kazuhiko, GOKCE Ahmet. A critical review on the use of recycled aggregate for concrete [C]// Proceedings of the 5th International Symposium on Cement and Concrete, Shanghai, China, Journal of the Chinese Ceramic Society, 2002(3): 3-12.
- [5] IKEDA T, YAMANE S. Strengths of Concrete Containing Recycled Aggregate[C]// Proceedings of the Second International RILEM Symposium on Demolition and Reuse of Concrete and Masonry, Tokyo, Japan, RILEM Publications SARL, 1988: 585-594.
- [6] 崔卫光. 型钢再生混凝土组合柱正截面受力性能试验研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2011.  
CUI Weiguang. Experimental study on mechanical behaviors of normal cross-section of steel recycled concrete composite columns[D]. Xi'an: Xi'an Univ. of Arch. & Tech., 2011.
- [7] 薛智升. 型钢再生混凝土梁受弯性能试验研究[D]. 成都: 西华大学, 2012.  
XUE Zhisheng. Experimental Study on the Flexural Behavior of Steel Reinforced Recycled Aggregates Concrete Beams [D]. Chengdu: Xihua University, 2012.
- [8] 陈宗平, 薛建阳, 余兴国, 等. 再生混凝土轴心抗压强度试验研究[J]. 混凝土, 2011(9): 4-7, 11.  
CHEN Zongping, XUE Jianyang, YU Xingguo, et al. Experimental research on the axial compression strength of recycled coarse aggregate concrete [J]. Concrete, 2011(9): 4-7, 11.
- [9] JGJ138-2001 型钢混凝土组合结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.  
JGJ138-2001 Technical specification for steel reinforced concrete composite structures[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2001.

## Calculation method of flexural bearing capacity of steel reinforced recycled aggregate concrete column under eccentric compression loading

XUE Jianyang, ZHOU Sheng, CUI Weiguang

(School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

**Abstract:** Based on the test results, the failure mode of the steel reinforced recycled aggregate column under eccentric compression loading are derived into large eccentric compression failure and small eccentric compression failure. According to the balance principle and basic assumptions, the calculation formulas of normal section bearing capacity of the steel reinforced recycled aggregate column under eccentric compression loading, which are corresponding to the large eccentric compression failure, small eccentric compression failure and balanced failure respectively, are derived. It is shown that the calculated results are in good agreement with the test results, indicating that the calculated formulas are feasible, and can be adopted in engineering design.

**Key words:** steel reinforced recycled aggregate concrete column; eccentric compression; flexural bearing capacity; calculated formula

(本文编辑 吴海西)