

移动荷载作用下路面板与饱和弹性地基的动力响应

曹彩芹, 李诚诚, 李 华

(西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 将路面板作为三维弹性体, 建立路面-饱和弹性地基动力响应的层状弹性半空间体模型, 对移动荷载作用下路面板-饱和弹性地基系统的动力特性进行了分析. 将移动单元法引入到饱和弹性土介质的半解析方法中, 构造了随荷载按照相同速度运动的移动层单元, 基于移动坐标下饱和弹性土介质的动力控制方程和边界条件, 应用加权残数法建立了饱和弹性土介质移动层单元动力方程, 该方程可退化为单相弹性路面板移动层单元动力方程, 基于此, 建立了移动荷载下饱和弹性地基与路面板系统的三维动态响应的统一的半解析方程. 数值分析了饱和弹性半空间地基上路面板的动力特性, 研究了荷载速度、饱和层渗透系数等参数对路面板位移和土体孔隙水压力响应的影响, 研究结果可为路面结构的施工设计及路基动力响应分析提供参考.

关键词: 移动荷载; 路面板; 饱和弹性地基; 移动单元法; 半解析方法

中图分类号: TU435; O343.2

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2014)02-0204-06

近年来, 交通荷载出现了高速化和重型化的特征, 这对路面结构的设计和施工提出了更高的要求, 移动荷载下路面板-路基结构的分析研究近年受到各国学者的广泛关注. Cole J 和 Grundmann^[1-4] 研究了交通荷载直接作用下路基的动力问题, 但是没有考虑路面板的影响, 事实上, 在移动荷载下路面结构动力特性的研究中, 应充分考虑地基与路面板的相互作用, 使得研究更加切合工程实际, 孙璐和邓学钧^[5] 分析了多种移动荷载作用下 Kevlin 地基上无限大板的动力响应, 得到了板挠度的积分解析解, 但没有对其进行数值计算分析. 周华飞^[6] 采用 Green 函数法和直接积分变换法推导了运动荷载下 Kevlin 地基上无限大板动力响应的解析解, 对运动恒荷载进行了全面而细致的参数分析, 徐斌等^[7] 利用 Biot 波动理论、无限大板的弹性理论和 TRM 方法研究移动荷载作用下层状饱和土介质上弹性板动力响应问题.

以上的这些研究均是通过解析方法进行求解, 由于问题的复杂性, 大多数解析解都是将模型简化为简单和规则的情况下来求解, 对于复杂的实际问题则需要应用有限元方法或其他数值方法. 蔡袁强等^[8] 用半解析法对移动条形荷载作用下上覆弹性板饱和两相弹性介质的动力响应问题进行了研究, 并进行了数值计算. 文献[9]应用有限元和无限元研究了列车以不同速度运动时地基的振动问题. 为了有效地求解移动荷载引起的振动问题, 文献[10]首次提出了 Moving Element Method, 将动力问题简化为拟静力问题, 主要用来解决列车行驶在铁轨梁上的一维问题, 文献[11]将移动单元法引入到三维有限元法中, 分析了移动荷载作用下地基的动力响应.

本文将移动单元法引入到饱和弹性介质的半解析方法中, 构造了随荷载按照相同速度运动的移动层单元, 推导了移动坐标下饱和弹性介质的动力控制方程和边界条件, 得到了移动层单元的内部残数矩阵和边界残数矩阵, 应用加权残数法建立饱和弹性介质移动层单元动力方程, 该方程可退化为三维弹性路面板移动层单元动力方程, 基于此, 建立了移动荷载下饱和弹性地基与路面板系统的三维动态响应的统一的半解析方程, 将固定坐标下的动力问题转化为移动坐标下的拟静力分析问题, 极大地简化的计算的过程, 数值分析了饱和弹性半空间地基上路面板的动力特性及其参数的影响.

1 移动坐标下动力控制方程

将路面板和饱和弹性地基按三维弹性体来研究, 建立路面与饱和弹性地基三维层合弹性半空间体的力学模型, 如图 1 所示.

收稿日期: 2013-10-10

修改稿日期: 2014-04-09

基金项目: 陕西省教育厅专项基金项目(11JK0526); 陕西省自然科学基金研究项目(2014JM1033)

作者简介: 曹彩芹(1971-), 女, 副教授, 博士. 研究方向: 复杂土介质与基础结构的相互作用. E-mail: xacaocaiqin@sina.com

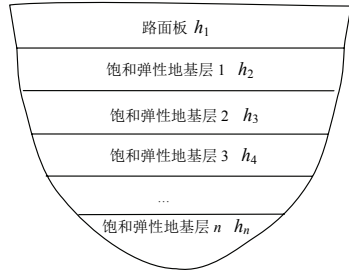


图1 三维层合弹性半空间体计算模型

Fig.1 Calculation model of 3D layered elastic half-space

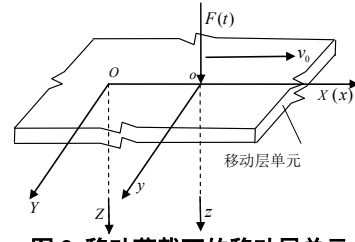


图2 移动荷载下的移动层单元

Fig.2 Moving layered elements under moving loads

将无限延伸的路面结构分成若干层单元, 路面板也作为其中的一个单元. 考虑荷载以速度 v 沿 X 轴运动, 构造随荷载按相同速度运动的移动层单元, 如图 2, $OXYZ$ 为固定坐标系, $oxyz$ 为随移动荷载 $F(t)$ 以速度 v_0 沿 X 轴方向运动的移动坐标系. 假定土颗粒是不可压缩的, 忽略土体自重作用下饱和弹性土介质在固定坐标系下 $U-P$ 形式的动力控制方程可表示为^[12]:

$$d_1\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial Z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial X \partial Y}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial X \partial Z}\right) - \frac{\partial P}{\partial X} - \rho\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (1a)$$

$$d_3\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial X^2}\right) + d_1\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial Y^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial Z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X \partial Y}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial Y \partial Z}\right) - \frac{\partial P}{\partial Y} - \rho\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (1b)$$

$$d_3\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial X^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial Y^2}\right) + d_1\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial Z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X \partial Z}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial Z \partial Y}\right) - \frac{\partial P}{\partial Z} - \rho\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}\right) = 0 \quad (1c)$$

$$k\left(\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2}\right) - \rho_w k\left(\frac{\partial U_x}{\partial X} + \frac{\partial U_y}{\partial Y} + \frac{\partial U_z}{\partial Z}\right) + \beta \rho_w g \frac{\partial P}{\partial t} + \rho_w g\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial X \partial t} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial Y \partial t} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial Z \partial t}\right) = 0 \quad (1d)$$

式中: U_x , U_y , U_z 分别为饱和土介质沿 X , Y , Z 三个方向的位移, ρ 为单位体积土骨架质量, d_1 , d_2 , d_3 为各向同性饱和土介质的弹性矩阵的系数; P 为孔隙水压力, ρ_w 为单位体积水的质量; k 为土体的渗透系数, β 为单位土体内流体的压缩系数.

考虑在 $X=0$, $t=0$ 时作用荷载坐标变换:

$$x = X - v_0 t \quad y = Y \quad z = Z \quad (2)$$

当荷载为移动恒荷载, 则固定坐标系下的地基土的位移 U_x 和移动坐标下地基土的位移 u_x 要满足如下关系为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_x}{\partial X} &= \frac{\partial U_x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial X} = \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial U_x}{\partial Y} &= \frac{\partial U_x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial Y} = \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial U_x}{\partial Z} &= \frac{\partial U_x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial Z} = \frac{\partial u_x}{\partial z} & \frac{\partial U_x}{\partial t} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} - v_0 \frac{\partial u_x}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2} &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U_x}{\partial Z^2} &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - 2v_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t \partial x} + v_0^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于 U_y , U_z , P 和 u_y , u_z , p 之间也存在着式 (3)、(4) 类似的关系. 将式 (3)、(4) 带入到式 (1) 中, 并考虑当达到稳态时, $\partial/\partial t = 0$ 和 $\partial^2/\partial t^2 = 0$, 即可得到在移动坐标系下饱和弹性土介质的三维弹性动力学的控制方程为:

$$d_1\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} = \rho(v_0^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}) \quad (5a)$$

$$d_3\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right) + d_1\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} = \rho(v_0^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}) \quad (5b)$$

$$d_3\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right) + d_3\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right) + d_1\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z}\right) + (d_2 + d_3)\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial z \partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho(v_0^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}) \quad (5c)$$

$$v_0\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x}\right) + \frac{kv_0^2}{g}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2 \partial z}\right) + \frac{k}{\rho_w g}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) + \beta v_0 \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (5d)$$

2 边界条件

2.1 位移边界条件

当坐标 x, y, z 趋于无穷大时, 位移响应将会衰减为零.

2.2 应力边界条件

在移动坐标下用位移函数表示的应力边界条件为:

$$-[L]^T [D][\partial]\{f\} + \{F\} = 0 \quad (6)$$

其中: $\{f\} = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$, $\{F\}$ 为面力矢量, 即 $\{F\} = \{F_x \quad F_y \quad F_z\}$.

$$[L] = \begin{bmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & n \\ m & l & 0 \\ 0 & n & m \\ n & 0 & l \end{bmatrix}, \quad \{\partial\} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix}$$

其中: l, m, n 为该边界外法线与 x, y, z 三方向的方向余弦.

2.3 孔压边界条件

即某边界上的孔压或水头已知.

2.4 流速边界条件

设边界上沿外法线方向的流速为 v_n , 则在移动坐标下稳态响应的流速边界条件^[12]:

$$\frac{k}{\rho_w g} (l \frac{\partial p}{\partial x} + m \frac{\partial p}{\partial y} + n \frac{\partial p}{\partial z}) + \frac{k v_0^2}{g} (l \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + n \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}) + k = v_n \quad (7)$$

3 三维稳态移动层单元半解析动力方程

设 x, y, z 三个方向移动层单元的位移 u_x, u_y, u_z 和孔压 p 的模式为

$$\begin{aligned} u_x &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s Z_k(z) \bar{X}_{mi}(x) Y_{nj}(y) u_{xkmnij}(t) \\ u_y &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s Z_k(z) X_{mi}(x) \bar{Y}_{nj}(y) u_{ykmnij}(t) \\ u_z &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s Z_k(z) X_{mi}(x) Y_{nj}(y) u_{zkmnij}(t) \\ p &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s Z_{pk}(z) X_{pmi}(x) Y_{pnj}(y) p_{kmnij}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $Z_k(z)$ 和 $Z_{pk}(z)$ 为单元的插值函数, $X_{mi}(x)$, $Y_{nj}(y)$, $\bar{X}_{mi}(x)$, $\bar{Y}_{nj}(y)$, $X_{pmi}(x)$, $Y_{pnj}(y)$ 位移和孔压的半解析解函数, $\bar{X}_{mi}(x)$ 和 $\bar{Y}_{nj}(y)$ 分别为 $X_{mi}(x)$ 和 $Y_{nj}(y)$ 的导函数, 具体形式要满足相应问题的位移和孔压边界条件.

将式(8)带入到(5)中, 可得单元内部残数矩阵:

$$\{R_i\} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{xkmnij}(t) \\ u_{ykmnij}(t) \\ u_{zkmnij}(t) \\ p_{kmnij}(t) \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s [A]_{kmnij} \{\delta\}_{kmnij} = [A] \{\delta\} \quad (9)$$

其中:

$$A_{11} = (\rho v_0^2 - d_1) Z_k(z) \bar{X}_{mi}''(x) Y_{nj}(y) - d_3 Z_k(z) \bar{X}_{mi}(x) Y_{nj}''(y) - d_3 Z_k''(z) \bar{X}_{mi}(x) Y_{nj}(y)$$

$$A_{12} = -(d_2 + d_3) Z_k(z) X_{mi}'(x) \bar{Y}_{nj}'(y), A_{13} = -(d_2 + d_3) Z_k'(z) X_{mi}'(x) \bar{Y}_{nj}'(y)$$

$$A_{14} = Z_{pk}(z) X_{pmi}'(x) Y_{pnj}(y), A_{21} = -(d_2 + d_3) Z_k(z) \bar{X}_{mi}'(x) Y_{nj}'(y)$$

$$A_{22} = (\rho v_0^2 - d_3) Z_k(z) X_{mi}''(x) \bar{Y}_{nj}(y) - d_3 Z_k''(z) X_{mi}(x) \bar{Y}_{nj}(y) - d_{21} Z_k(z) X_{mi}(x) \bar{Y}_{nj}''(y)$$

$$A_{23} = -(d_2 + d_3) Z_k'(z) X_{mi}(x) Y_{nj}'(y), A_{24} = Z_{pk}(z) X_{pmi}(x) Y_{pnj}'(y), A_{31} = -(d_2 + d_3) Z_k'(z) \bar{X}_{mi}'(x) Y_{nj}(y)$$

$$\begin{aligned}
A_{32} &= -(d_2 + d_3)Z'_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) \\
A_{33} &= (\rho v_0^2 - d_3)Z_k(z)X''_{mi}(x)Y_{nj}(y) - d_3Z_k(z)X_{mi}(x)Y''_{nj}(y) - d_1Z'_k(z)X_{mi}(x)Y_{nj}(y) \\
A_{34} &= Z'_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y) \\
A_{41} &= -v_0Z_k(z)\bar{X}''_{mi}(x)Y_{nj}(y) - (v_0^2k/g)Z_k(z)\bar{X}'''_{mi}(x)Y_{nj}(y), \quad A_{42} = -v_0Z_k(z)X'_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) - (v_0^2k/g)Z_k(z)X''_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) \\
A_{43} &= -v_0Z'_k(z)X'_{mi}(x)Y_{nj}(y) - (v_0^2k/g)Z'_k(z)X''_{mi}(x)Y_{nj}(y) \\
A_{44} &= -(k/g\rho_w)Z''_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y) - \beta v_0Z'_{pk}(z)X'_{pmi}(x)Y_{pnj}(y)
\end{aligned}$$

将式(8)带入到式(6)和(7)中, 得到边界残数矩阵

$$\{\mathbf{R}_B\} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{xkmnij}(t) \\ u_{ykmnij}(t) \\ u_{zkmnij}(t) \\ p_{kmnij}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \\ Q_{31} \\ Q_{41} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q \sum_{i=1}^{\bar{p}} \sum_{j=1}^{\bar{q}} \sum_{k=1}^s [\mathbf{H}]_{kmnij} \{\delta\}_{kmnij} + \{\mathbf{Q}\} = [\mathbf{H}]\{\delta\} + \{\mathbf{Q}\} \quad (10)$$

其中: 矩阵 $[\mathbf{H}]$ 的各系数和矩阵 $[\mathbf{Q}]$ 的各系数为

$$\begin{aligned}
H_{11} &= -ld_1Z_k(z)\bar{X}'_{mi}(x)Y_{nj}(y) - md_3Z_k(z)\bar{X}_{mi}(x)Y'_{nj}(y) - nd_3Z'_k(z)\bar{X}_{mi}(x)Y_{nj}(y) \\
H_{12} &= -ld_2Z_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) - md_3Z_k(z)X'_{mi}(x)\bar{Y}_{nj}(y), \quad H_{13} = -ld_2Z'_k(z)X_{mi}(x)Y_{nj}(y) - nd_3Z_k(z)X'_{mi}(x)Y_{nj}(y) \\
H_{14} &= lZ_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y), \quad H_{21} = -md_2Z_k(z)\bar{X}'_{mi}(x)Y_{nj}(y) - ld_3Z_k(z)\bar{X}_{mi}(x)Y'_{nj}(y) \\
H_{22} &= -ld_3Z_k(z)X'_{mi}(x)\bar{Y}_{nj}(y) - md_1Z_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) - nd_3Z'_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}_{nj}(y) \\
H_{23} &= -md_2Z'_k(z)X_{mi}(x)Y_{nj}(y) - nd_3Z_k(z)X_{mi}(x)Y'_{nj}(y), \quad H_{24} = mZ_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y) \\
H_{31} &= -nd_2Z_k(z)\bar{X}'_{mi}(x)Y_{nj}(y) - ld_3Z'_k(z)\bar{X}_{mi}(x)Y_{nj}(y), \quad H_{32} = -nd_2Z_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}'_{nj}(y) + md_3Z'_k(z)X_{mi}(x)\bar{Y}_{nj}(y) \\
H_{33} &= -ld_3Z_k(z)X'_{mi}(x)Y_{nj}(y) - md_3Z_k(z)X_{mi}(x)Y'_{nj}(y) - nd_1Z'_k(z)X_{mi}(x)Y_{nj}(y) \\
H_{34} &= nZ_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y), \quad H_{41} = -(1/g)h_0^2kZ_k(z)X''_{mi}(x)Y_{nj}(y), \quad H_{42} = -(1/g)mv_0^2kZ_k(z)X''_{mi}(x)\bar{Y}_{nj}(y), \\
H_{43} &= -(1/g)nv_0^2kZ_k(z)X'_{mi}(x)Y_{nj}(y), \quad H_{44} = -(k/\rho_w g)[lZ_{pk}(z)X'_{pmi}(x)Y_{pnj}(y) + mZ_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y'_{pnj}(y) + nZ'_{pk}(z)X_{pmi}(x)Y_{pnj}(y)] \\
Q_{11} &= -F_x \quad Q_{21} = -F_y \quad Q_{31} = -F_z \quad Q_{41} = nk - v_n
\end{aligned}$$

应用加权残数法建立相应的泛函方程, 对移动层单元有

$$\int_{\Omega} \{\mathbf{R}_1\}^T \{\mathbf{W}_1\} d\Omega + \int_{\Gamma} \{\mathbf{R}_B\}^T \{\mathbf{W}_B\} d\Gamma = 0 \quad (11)$$

式中 Ω 为单元中体域, Γ 的积分域包括自由端、孔边和侧部力边界. 分别将式(9), (10)代入到式(11)中, 即可得到饱和弹性地基土移动层单元三维稳态响应的半解析动力基本方程:

$$[\mathbf{K}]\{\delta\} = \{\mathbf{F}\} \quad (12)$$

其中 $[\mathbf{K}]$ 、 $\{\mathbf{F}\}$ 分别为单元刚度矩阵和动荷载列阵, 具体表达式为:

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} [\mathbf{A}]^T [\mathbf{A}] d\Omega + \int_{\Gamma} [\mathbf{H}]^T [\mathbf{H}] d\Gamma, \quad \{\mathbf{F}\} = -\int_{\Omega} [\mathbf{A}]^T \{q\} d\Omega - \int_{\Gamma} [\mathbf{H}]^T \{\mathbf{Q}\} d\Gamma \quad (13)$$

在式(12)中, 只要设孔压 p 以及与孔压相关的参数为零, 即可以得到单相弹性介质移动层单元三维稳态响应的半解析单元基本方程, 此方程将作为三维弹性路面板的动力基本方程. 通过对各单元矩阵进行集合形成总的矩阵, 得到整体动力方程, 则可对移动荷载下饱和弹性地基土-路面板结构相互作用进行动力计算和分析. 从式(12)可以看出, 移动荷载下饱和弹性土介质三维稳态响应的半解析单元基本方程的形式和静力方程的形式相同, 这样将移动荷载的动力问题转换为拟静力问题进行分析, 在计算时, 从动力求解中的多次迭代转换为一次求解, 极大的简化了求解过程.

4 数值算例

4.1 算例验证

为了验证本文理论及其分析方法的正确性, 论文采用 mathematica 软件自编程序进行数值计算. 将本文中的饱和弹性半空间地基部分退化为单相弹性地基, 则可计算出移动荷载下弹性半空间上板的动态响应. 采用与文献^[13]相同的计算参数, 计算的竖向位移比较结果如表 1, 从表中可以看出二者结果基

本吻合。

表1 本文计算结果与文献[13]计算结果对比
Tab.1 comparison of this article result and reference
[13] result

x/m	文献解[13]/mm	本文解/mm
0.0	0.51	0.53
1.0	0.40	0.37
2.0	0.23	0.20
3.0	0.07	0.07

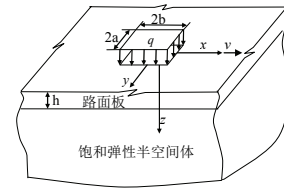


图3 计算模型示意图

Fig.3 Schematic diagram of calculation model

4.2 算例分析

本算例将以饱和弹性半空间地基-路面板所形成的路面结构(如图3)为例,移动荷载为矩形移动恒荷载,荷载集度为 q ,以速度 v 在路面板表面沿 x 方向运动,作用区域长度为 $2a$,宽度为 $2b$ 。路面板的厚度为 h ,饱和土层为饱和弹性半空间地基,饱和半空间顶面排水,底面不排水,假设土颗粒和孔隙水是不可压缩的。

路面板的计算参数:弹性模量 E 为 4.5×10^{10} Pa,泊松比 μ 为0.2,密度 ρ 为 2420 kg/m^3 ,厚度 h 为0.2 m。饱和弹性半空间地基的计算参数为:弹性模量 E_s 为 1.2×10^8 Pa,泊松比 μ_s 为0.2土颗粒密度 ρ_s 为 1920 kg/m^3 ,流体密度为 10^3 kg/m^3 ,渗透系数 k 为 1.2×10^{-9} ,荷载集度 q 为 50 kN/m 。

图4和图5分别描述了移动荷载速度为20 m/s、60 m/s和120 m/s时路面板表面在 $t=0$ 时刻竖向位移和纵向位移沿 x 方向的分布情况,图中位移无量纲化 $u_z^* = u_z E_s / 2q(1 + \mu_s)$, $u_x^* = u_x E_s / 2q(1 + \mu_s)$ 。

从图4、5可见,竖向位移关于 $x=0$ 平面是完全对称的,最大值在荷载的中心位置,离开荷载作用中心,竖向位移随着距离的增加而减小,纵向位移关于 $x=0$ 平面是完全反对称的,最大值发生在荷载作用边缘,离开荷载作用边缘,竖向位移随着距离的增加而衰减。

由图4、5可以看出,荷载速度从20 m/s增大到60 m/s时,路面板竖向位移和纵向位移的最大值增大并不明显,当荷载速度增大到120 m/s时,竖向位移和纵向位移最大值明显增大。

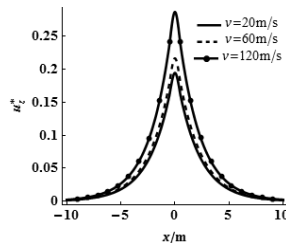


图4 荷载速度对竖向位移的影响

Fig.4 Effect of speed on vertical displacement

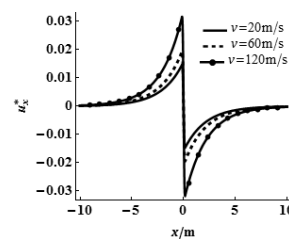


图5 荷载速度对水平纵向竖向位移的影响

Fig.5 Effect of speed on longitudinal displacement

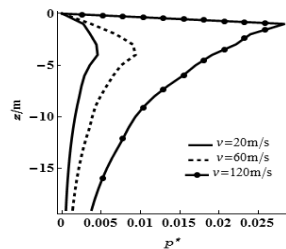


图6 荷载速度对孔隙水压力影响

Fig.6 Effect of speed on pore water pressure

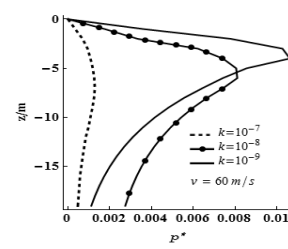


图7 渗透系数对孔隙水压力的影响

Fig.7 Effect of permeable coefficient on pore water pressure

图6和图7分别描述了移动荷载速度和渗透系数对超孔隙水压力的影响,图中超孔隙水压力无量纲化 $p^* = p/q$ 。由于路面板和饱和土层交界面处排水,因此在饱和层与路面板交界处孔隙水压力为零。图6可以看出移动荷载速度的变化对孔隙水压力的影响比较明显,随着移动荷载速度的增加,孔隙水压力最大值快速增大,最大孔隙水压力出现的位置随着速度的增加逐渐向表层移动。从图7中可知,渗透系数对孔隙水压力的影响明显,随着渗透系数的增加,孔隙水压力的最大值快速降低,最大值出现的位置随着渗透系数的增加逐渐向深度方向移动。

5 结论

本文采用移动层单元对移动荷载下路面板-饱和弹性地基相互作用的动力特性进行了研究, 将移动单元法引入到路面板-饱和弹性地基相互作用的半解析方法中, 构造了随荷载按照相同速度运动的移动层单元, 建立了在移动荷载下路面板-饱和弹性地基结构的半解析动力方程, 并对其进行求解, 数值分析了荷载速度、饱和土层的渗透系数等参数对动力响应的影响. 分析结果表明:

(1) 荷载速度对路面板的位移影响很大, 随着速度的变化位移分布存在显著差异, 尤其是速度较小时和较大时存在着较大的差异. 在速度较小时, 随着速度的增加, 位移的最大值增大并不明显, 当荷载速度较大时, 随着速度的增加, 位移最大值明显增大.

(2) 荷载速度和渗透系数对孔隙水压力的影响比较大, 随着移动荷载速度的增加, 孔隙水压力最大值快速增大, 最大孔隙水压力出现的位置随着速度的增加逐渐向表层移动, 随着渗透系数的减少, 孔隙水压力的最大值快速增加, 最大值出现的位置随着渗透系数的减少逐渐向表层方向移动. 因此, 在地基的设计中要考虑孔隙水压力对表层土体或表层土体附近区域的影响.

(3) 引入移动单元法得到的移动荷载下路面板-饱和弹性地基结构动力方程在形式上与静力方程相同, 从动力方程经过多次迭代才能得到计算结果转化为一次求解的过程, 极大的减少了计算的工作量.

参考文献 References

- [1] COLE J., HUTH J. Stresses produced in a half plane by moving loads [J]. Journal of Applied Mechanics, 1958, 25: 433-436.
- [2] GRUNDMANN H., LIEB M., TROMMER E.. The response of a layered half-space to traffic loads moving along its surface[J]. Archive of Applied Mechanics, 1990, 69: 55-67.
- [3] YANG Y B, HUANG H H, CHANG D W. Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, 23(4): 263-278.
- [4] 张玉红. 移动荷载作用下土体动力响应的参数影响分析 I: 粘弹性半空间[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2010, 42(5): 621-624.
ZHANG Yu-hong. The effect analysis of dynamic response of soils by moving load[J]. J Xi'an Univ. of Arch. & Tech.: Natural Science Edition, 2010, 42(5): 621-624.
- [5] 孙璐, 邓学钧. 弹性基础无限大板对移动荷载的响应[J]. 力学学报, 1996, 28(6): 754-760.
SUN Lu, DENG Xuejun. General Theory For Steady Dynamic Problem Of Infinite Plate on an Elastic Foundation[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, 28(6): 754-760
- [6] 周华飞. 移动荷载作用下结构与地基动力响应特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2005.
ZHOU Huafei. Study on Dynamic Response of Structures and Ground Subjected to Moving Loads[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005
- [7] 徐斌, 王建华, 陆建飞, 徐满清, 丁勇春. 移动荷载作用下饱和土地基无限板的动力响应[J]. 南昌工程学院学报, 2007, 26(3): 1-6.
XU Bin, WANG Jianhua, Lu Jianfei, Xu Manqing, Ding Yongchun. Dynamic response of infinite plate on poro-elastic subsoils under moving loads[J]. Journal of Nanchang Institute of Technology, 2007, 26(3): 1-6.
- [8] 蔡袁强, 孙宏磊, 徐长节. 移动荷载下上覆弹性板饱和地基的动力响应[J]. 计算力学学报, 2008, 25(2): 156-161.
CAI Yuanqiang, Sun Honglei, Xu Changjie. Response of beams on poroelastic half-space soil medium to moving load[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(2): 156-161
- [9] YANG Y B, HUANG H H, CHANG D W. Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, 23(4): 263-278.
- [10] C. G. Koh, Ong J. S. Y., Chua D. K. H. Moving element method for train-track dynamics[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 56: 1549-1567.
- [11] 丁凯, 金波. 移动荷载作用下地基动力分析的有限元方法[J]. 力学季刊, 2006, 27(4), 648-654.
DING Kai, JIN Bo. The Finite Element Method for Dynamic Analysis of Foundation under Moving Loads [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2006, 27(4): 648-654.
- [12] 曹彩芹. 路面体系分析的多相层合弹性半空间理论[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2011
CAO Caiqin. Study on Theory of Layered Multiphase Elastic Half-Space for the Pavement System [D]. Xi'an: Xi'an Univ. of Arch. & Tech., 2011.
- [13] 侯卫. 机场刚性道面无损检测理论研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2004
HOU Wei. Research on nondestructive testing theory about airport rigid pavements[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2004.

(下转第 240 页)