

K 形偏心支撑钢框架的弹性抗侧刚度与极限承载力

苏明周, 李 慎, 连 鸣, 李 蕾

(西安建筑科技大学结构与抗震教育部重点实验室, 陕西 西安 710055)

摘要: 为了明确 K 形偏心支撑的传力路径和内力分配, 便于计算层间侧移和耗能连梁转角, 依据结构力学基本假定, 给出了 K 形偏心支撑框架各构件在侧向力作用下的内力表达式, 进而推导出 K 形偏心支撑弹性抗侧刚度的近似计算公式, 通过试验数据和 ANSYS 有限元分析, 验证了公式的精确性, 并提出了 K 形偏心支撑构件的简便设计方法; 基于虚功原理和小变形假定, 当已知外力分布时, 依据偏心支撑达到极限状态时的典型屈服机制, 推导出 K 形偏心支撑极限承载力公式, 利用 SAP2000 对 10 层算例进行推覆分析, 验证了极限承载力公式, 为工程设计提供参考依据。

关键词: 弹性抗侧刚度; K 形偏心支撑; 耗能连梁; 极限承载力; 屈服机制

中图分类号: TU391

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2014)06-0791-09

偏心支撑框架结构兼有中心支撑结构和纯框架结构的优点, 小震作用下能提供足够的弹性刚度满足层间侧移限值要求, 大震作用下能提供足够的延性保证结构不倒塌。偏心支撑设计理念为结构的塑性变形发展集中在耗能连梁, 其他结构构件保持弹性工作, 依靠耗能连梁耗散地震能量, 耗能连梁具有易于震后更换的优点^[1]。我国《高层民用建筑钢结构技术规程》(JTJ99-98)(以下简称高钢规 98)^[2]参考 AISC341-10^[3]中的规定: 将耗能梁段达到全塑性时的结构内力乘以放大系数设计框架梁、柱和支撑构件, 必然导致截面过大, 造价高的同时占用了过多的室内空间, 耗能虽好, 却难以在工程应用中推广。表 1 中列出了内力增大系数随规范更新的变化, 《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)^[4](以下简称抗规 2010)中规定值相较过去有了一定程度的降低。

表 1 偏心支撑的内力增大系数

Tab.1 Internal force increment coefficient of eccentrically braced frame

构件	一级 (9 度)	二级 (8 度)
框架梁 (非耗能连梁)	1.3 (1.6) 2.0*	1.2 (1.5) 2.0*
框架柱	1.3 (1.6) 2.0*	1.2 (1.5) 2.0*
支撑	1.4 (1.5) 1.6*	1.3 (1.4) 1.6*

注: 第一列为抗规 2010 中的规定值; 括号中为抗规 2001 中的规定值; * 表示高钢规 98 中的规定值。

值得注意的是, 构件的内力设计值除了乘以上述内力增大系数外, 还需乘以耗能连梁的塑性受剪承载力与剪力设计值的比值 (V_p/V_b), 其中 $V_p=0.58f_yh_0t_w$, f_y 为耗能连梁的屈服强度; h_0 和 t_w 分别为耗能连梁的腹板计算高度和厚度。非耗能梁、框架柱和支撑内力设计值经上述两个系数放大之后, 构件截面选择势必很大。本文针对 K 形偏心支撑框架结构体系进行研究, 详细分析其受力机理和破坏模式, 对其弹性刚度和极限承载力进行深入研究。

1 弹性刚度

Paul W. Richards^[5]依据 Englekirk^[6]对偏心支撑传力路径的简化 (见图 1), 提出了偏心支撑弹性刚度的近似计算方法, 认为耗能梁段的剪力为 $V(H/L)$, 支撑轴力为 $(V/2)(L_d/a)$, 其中 V 是水平剪力, L_d 是支撑长度, a 是非耗能梁长, H 与 L 分别为层高和跨度。忽略了构件的抗弯刚度, 传力路径中假定梁柱节点、支撑节点均为铰接, 这与实际严重不符。

典型的 K 形偏心支撑如图 2 所示, 计算模型中假定支撑两端铰接, 基于结构力学基本假定, 采用力法, 得到耗能连梁剪力 V_L 和支撑轴力 P_d 的表达式, 分别见式 (1) 和式 (2)。式中, V 为水平剪力, γ 为高跨比 ($=H/L$); θ 为支撑倾角, $\sin\theta=H/L_d$, L_d 为支撑杆件的长度; $\eta=a/L$, a 为框架梁 (非耗能梁) 长度; ξ 为梁柱线刚度比 ($=I_bH/I_cL$), I_b 、 I_c 分别为横梁的强轴惯性矩和框架柱的强轴惯性矩。Englekirk 提出偏心支撑的侧向水平位移由四部分组成: 1) 支撑轴向变形引起的侧移; 2) 横梁轴向变形引起的侧移; 3) 耗能连梁剪切变形引起的侧移; 4) 耗能连梁弯曲变形引起的侧移, 见图 3 所示。

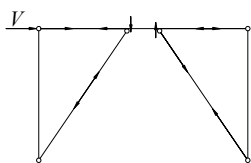


图1 偏心支撑传力路径

Fig.1 Loading path of eccentrically braced frame

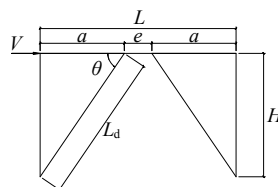


图2 偏心支撑尺寸

Fig.2 Dimension of eccentrically braced frame

$$V_L = \frac{V\gamma^2\xi(2\eta^2 + 3\eta + 3\xi)}{3\gamma\xi^2 + 2\gamma\xi - 6\gamma\eta\xi + 12\gamma\eta^2\xi + 2\eta - 9\eta^2 + 12\eta^3 - 4\eta^4} \quad (1)$$

$$P_d = \frac{V\gamma^2\xi(-6\eta^2 + 9\eta + 3\xi - 1)}{2\eta\sin\theta(3\gamma\xi^2 + 2\gamma\xi - 6\gamma\eta\xi + 12\gamma\eta^2\xi + 2\eta - 9\eta^2 + 12\eta^3 - 4\eta^4)} \quad (2)$$

由胡克定律可知,支撑轴向变形为: $\Delta_d = P_d L_d / EA_d$, 式中, E 为弹性模量, A_d 为支撑斜杆的截面积, 由小变形假定, 支撑轴向变形产生的侧移为:

$$\Delta_1 = \frac{\Delta_d}{\cos\theta} = \frac{P_d L_d^2}{EA_d a} \quad (3)$$

内力分析可知横梁轴力, 同样由胡克定律得到偏心支撑框架由横梁轴向变形引起的侧移值见式(4):

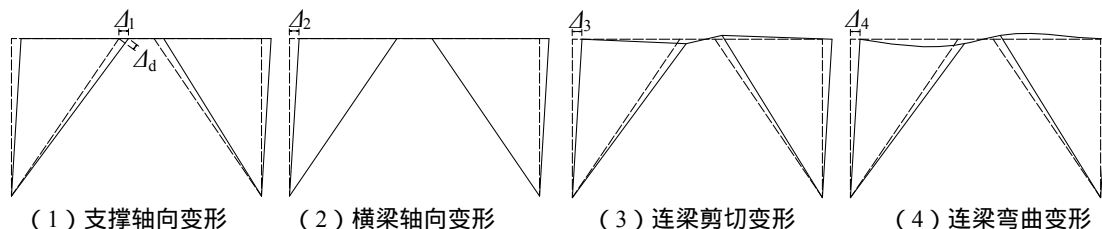


图3 K形偏心支撑的侧移

Fig.3 Lateral displacements of K-eccentrically braced frames

$$\Delta_2 = Va / 2EA_b \quad (4)$$

式中: A_b 为框架梁截面积。

由小变形假定, 耗能连梁的剪切变形变形角 γ_L 与层间侧移角 γ_v 的关系为: $\gamma_v = \gamma_L e / L$, 又有: $\gamma_v = \Delta_3 / H$, $\gamma_L = V_L / GA_w$, 代入上式得到耗能连梁剪切变形引起的框架侧移为:

$$\Delta_3 = (V_L He) / (GA_w L) = (V_L \gamma_e) / (GA_w) \quad (5)$$

式中: G 为剪切模量, A_w 为框架梁腹板面积 ($= h_0 t_w$)。

耗能连梁受力情况见图4所示, 耗能连梁端部的弯曲转角 θ_L 与由耗能连梁弯曲变形引起的框架侧移角 θ_v 相等, 由材料力学求解连梁端部转角, 有

$$\Delta_4 = \theta_v H = \theta_L H = V_L He^2 / 12EI_b \quad (6)$$

支撑构件在设计阶段可按两端铰接计算, 但实际连接中, 支撑构件端部约束很难实现铰接, 多数情况下能传递弯矩, 支撑端部可分担 10%~30% 的耗能连梁端弯矩, 可降低连梁的端部弯矩值, 因此, 支撑刚接时, 由连梁弯曲变形产生的框架侧移应适当减小, 折减系数可取 0.8^[5], 即假定支撑端部传递 20% 的耗能连梁端弯矩, 折减系数代入(6)式, 有:

$$\Delta_4 = (V_L He^2) / (15EI_b) \quad (7)$$

K形偏心支撑框架的总侧移为上述四项侧移之和, 设 $V_L = VM$, $P = VN$. 则偏心支撑钢框架的弹性抗侧刚度为:

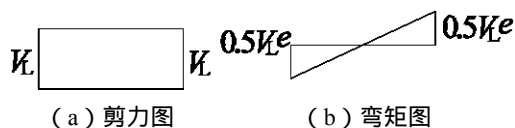


图4 耗能连梁受力简图

Fig.4 Shear force and bending moment of link

$$S_{K-EBF} = \frac{V}{\Delta_{\text{总}}} = \frac{1}{\frac{NL_d^2}{EA_d a} + \frac{a}{2EA_b} + \frac{M\gamma e}{GA_w} + \frac{MHe^2}{15EI_b}} \quad (8)$$

其中:

$$M = \frac{\gamma^2 \xi (2\eta^2 + 3\eta + 3\xi)}{3\gamma\xi^2 + 2\gamma\xi - 6\gamma\eta\xi + 12\gamma\eta^2\xi + 2\eta - 9\eta^2 + 12\eta^3 - 4\eta^4}, \quad N = \frac{\gamma^2 \xi (-6\eta^2 + 9\eta + 3\xi - 1)}{2\eta \sin \theta (3\gamma\xi^2 + 2\gamma\xi - 6\gamma\eta\xi + 12\gamma\eta^2\xi + 2\eta - 9\eta^2 + 12\eta^3 - 4\eta^4)}$$

弹性抗侧刚度计算公式 (8) 对比文献[7]中的 K 形偏心支撑试验数据见表 3, 并利用 ANSYS 对 30 个单层单跨 K 形偏心支撑进行计算, 基本模型为: 层高 3.6 m, 跨度 5.7 m, 耗能连梁长 800 mm. 截面尺寸单位均为 mm, 框架柱截面为 H 250×250×10×20, 梁截面为 H 300×150×10×20, 支撑截面为 H 200×200×10×20. 材料弹性模量均为 2.06×10^5 MPa, 泊松比均为 0.3, 钢材为 Q345 钢, 采用名义屈服强度; 在基本模型的基础上, 变化耗能连梁长度、框架高度、框架跨度、梁、柱及支撑截面, 模型编号及具体尺寸见表 2. ANSYS 算得弹性刚度与公式计算值对比见表 3.

通过误差分析可知, 公式值比 ANSYS 计算值普遍低 10% 左右, 这是因为支撑轴力和耗能连梁剪力表达式 (式 1、2) 推导时未考虑构件的剪切变形和轴向变形, 计算所得弹性内力偏大, 从而导致弹性刚度公式计算值偏小. 当考虑构件的剪切变形和轴向变形时, 得到的耗能连梁剪力和支撑轴力表达式过于复杂, 且构件的剪切变形和轴向变形对偏心支撑弹性刚度的影响误差, 在可以接受范围内, 予以忽略.

2 内力分析

由式 (1) 和 (2) 可知耗能连梁剪力与支撑轴力之间的关系为:

$$P_d = \frac{V_L (-6\eta^2 + 9\eta + 3\xi - 1)}{2\eta \sin \theta (2\eta^2 + 3\eta + 3\xi)} = \frac{V_L}{\sin \theta} \rho \quad (9)$$

水平地震作用下, 剪切型耗能连梁首先发生剪切屈服, 耗能连梁的塑性抗剪承载力为: $V_p = 0.58 f_y h_0 t_w$, 代入上式即为耗能连梁达到受剪屈服时的支撑轴力大小. 将表 1 中的 30 个计算模型用式 (1) 和式 (2) 计算出耗能连梁剪力和支撑轴力之间的关系如图 5 所示, 通过回归分析, 得到二者有近似的关系: $P_d \sin \theta = 1.2 V_L$, 即 $\rho = 1.2$. 支撑常见倾角范围为 $45^\circ \sim 60^\circ$, 故 $\rho / \sin \theta = 1.697 \sim 1.386$, 可见, 在选择常用的截面尺寸和结构尺寸时, 支撑轴力设计值有足够的富余度保证支撑不屈曲. 结构设计者应当注意, 设计截面出现 $\rho / \sin \theta < 1$ 时, 对支撑轴力设计值反而降低了, 应当避免.

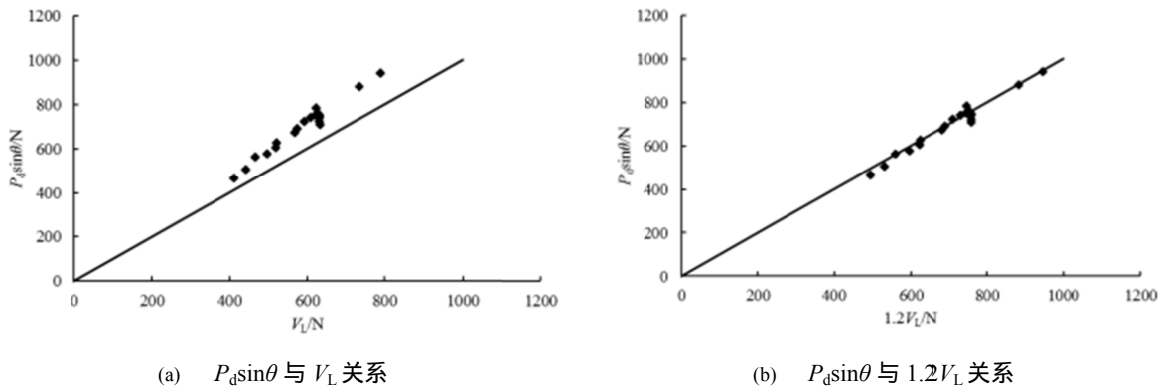


图 5 耗能连梁剪力与支撑轴力关系

Fig.5 Relationship between axial of brace and shear force of link

支撑杆件按轴心压杆设计, 式 (9) 只与构件尺寸有关, 可估算支撑的截面尺寸, 为支撑构件截面初选提供了一种简便计算方法, 保证耗能连梁屈服先于支撑杆件屈曲.

设柱顶轴压力为 P_c , 根据前文耗能连梁和支撑轴力的表达式, 可得框架柱、非耗能梁的设计内力, 见图 6 (图中未标出支撑轴力) 和式 (10) ~ (20) 所示.

框架柱端弯矩为:

$$M_{c1} = (V_L L / 2) - P_d a \sin \theta \quad (10)$$

$$M_{c2} = (VH / 2) - (V_L L / 2) \quad (11)$$

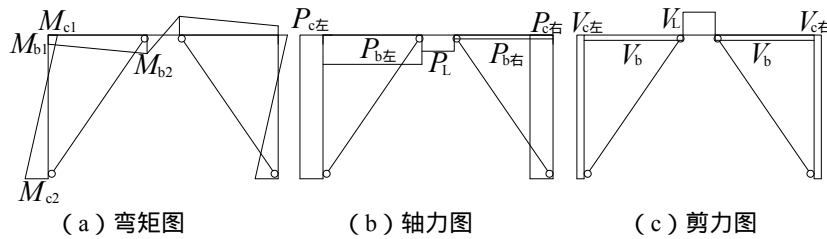


图 6 K 形偏心支撑的弹性内力图

Fig.6 Elastic internal force of K-eccentric braced frames

框架柱轴向力为：

$$P_{c左} = V_L - P_c - P_d \sin \theta \quad (12)$$

$$P_{c右} = -V_L - P_c + P_d \sin \theta \quad (13)$$

非耗能梁端弯矩为：

$$M_{b1} = M_{c1} = (V_L L / 2) - P_d a \sin \theta \quad (14)$$

$$M_{b2} = ((L/2) - a) V_L \quad (15)$$

非耗能梁轴向力为：

$$P_{b左} = -P_d \cos \theta - (V/2) \quad (16)$$

$$P_{b右} = P_d \cos \theta - (V/2) \quad (17)$$

非耗能梁剪力为：

$$V_b = P_d \sin \theta - V_L \quad (18)$$

框架柱剪力为：

$$V_c = (V/2) - P_d \cos \theta \quad (19)$$

耗能连梁轴向力为：

$$P_L = -(V/2) \quad (20)$$

弯矩公式计算所得正值与图示受拉侧一致，所得负值，则反之；剪力正向规定为：使构件产生顺时针方向转动为正，反之为负；轴力计算公式所得正值，则构件受轴拉力。由弹性内力可知，非耗能梁承受较大的轴向压力，应按压弯构件设计。

按高钢规 98 和抗规 2010 中关于偏心支撑框架柱、非耗能梁和支撑的设计规定，位于耗能梁段同一跨的非耗能梁的弯矩设计值：

$$M_{beam} = \eta_b (V_p / V_L) M_b \quad (21)$$

支撑的轴力设计值：

$$P_{brace} = \eta_{br} (V_p / V_L) P_d \quad (22)$$

柱的弯矩、轴力设计值：

$$M_{column} = \eta_c (V_p / V_L) M_c \quad (23)$$

$$P_{column} = \eta_c (V_p / V_L) P_c \quad (24)$$

M_{beam} 、 P_{brace} 、 M_{column} 和 P_{column} 分别为经地震放大系数调整后的非耗能梁端部弯矩、支撑轴力、柱端弯矩和柱轴压力； η_b 、 η_{br} 、 η_c 分别为非耗能梁、支撑和柱的地震放大系数，按抗规 2010 取值，见表 1； M_c 、 M_b 分别为框架柱和非耗能梁杆端弯矩，见式 (10) (11) 和式 (14) (15)。

式 (9) 已给出支撑轴力与耗能连梁剪力之间的关系，根据抗震等级，可将式 (9) 代入式 (22)，然后乘以地震放大系数 η_{br} 考虑支撑的轴压稳定。当 $V_L = V_p$ 时，依据公式 (10) ~ (15) 考虑地震放大系数 η_b 和 η_c 可对框架梁和框架柱进行稳定验算。由支撑轴力表达式 (2) 和框架柱剪力表达式 (19) 可以得到 K 形偏心支撑在弹性阶段的剪力分配，框架柱与支撑承担的剪力比为：

$$\frac{V_c}{V_d} = \frac{\gamma \xi^2 - 15 \gamma \xi \eta + 18 \gamma \xi \eta^2 + 2 \eta - 9 \eta^2 + 12 \eta^3 - 4 \eta^4}{\gamma \xi^2 (-6 \eta^2 + 9 \eta + 3 \xi - 1)} \quad (25)$$

表 2 弹性刚度计算模型
Tab.2 Calculation model of elastic lateral stiffness

编号	连梁长度/mm	高度/m	跨度/m	框架梁	框架柱	耗能梁	支撑	变化参数
1	500	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	耗能梁 段长度
2	600	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
3	700	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
4	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
5	1 000	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
6	800	2.7	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	高 度
7	800	3.0	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
8	800	3.3	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
9	800	4.2	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
10	800	4.5	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
11	800	3.6	5.7	H250×150×10×20	H250×250×10×20	H250×150×10×20	H200×200×10×20	梁截面
12	800	3.6	5.7	H350×150×10×20	H250×250×10×20	H350×150×10×20	H200×200×10×20	
13	800	3.6	5.7	H400×150×10×20	H250×250×10×20	H400×150×10×20	H200×200×10×20	
14	800	3.6	5.7	H450×150×10×20	H250×250×10×20	H450×150×10×20	H200×200×10×20	
15	800	3.6	5.7	H450×200×10×20	H250×250×10×20	H450×200×10×20	H100×100×10×20	
16	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H100×100×8×12	支撑截面
17	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H100×150×8×12	
18	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H150×200×10×16	
19	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×250×10×20	
20	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H250×250×10×20	
21	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H150×150×10×12	H300×150×10×20	H200×200×10×20	柱截面
22	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H200×200×10×16	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
23	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H300×300×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
24	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H350×350×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
25	800	3.6	5.7	H300×150×10×20	H400×400×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
26	800	3.6	6.3	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	跨 度
27	800	3.6	6.9	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
28	800	3.6	7.2	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
29	800	3.6	8.1	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	
30	800	3.6	8.7	H300×150×10×20	H250×250×10×20	H300×150×10×20	H200×200×10×20	

表 3 公式值与算例计算值的对比
Tab.3 Comparison between formula values and model values

模型编号	公式计算值	试验值/算例值	误差/%
文献[7]K1 试件	51.32	55.8	-8.02
文献[7]K2 试件	50.51	40.7	24.11
1	156.55	170.97	-9.30
2	137.97	152.13	-10.04
3	121.74	135.22	-10.59
4	107.72	120.25	-10.96
5	85.34	95.72	-11.28
6	180.36	203.05	-12.12
7	150.44	169.08	-11.80
8	126.72	142.11	-11.47
9	79.74	88.24	-10.03
10	69.36	76.38	-9.55
11	87.52	104.58	-17.04
12	125.19	134.72	-7.30
13	140.00	147.89	-5.17
14	152.44	159.73	-3.96
15	160.11	169.41	-3.36
16	54.09	60.77	-4.07
17	68.19	73.13	-1.68
18	96.13	101.33	-4.09
19	116.83	131.82	-13.06
20	118.83	144.94	-19.81
21	108.23	116.93	-8.11
22	107.74	118.12	-9.38
23	108.55	122.97	-12.28
24	110.37	126.71	-13.53
25	113.27	131.57	-14.69
26	119.53	133.18	-10.92
27	129.98	144.55	-10.90
28	134.68	149.60	-10.87
29	146.75	162.31	-10.72
30	153.17	168.81	-10.57

注：弹性刚度单位为 kN/mm；误差=（公式值—算例值）/（算例值）×100%。

3 极限承载力

偏心支撑钢框架的受力机理为：水平力作用下，耗能连梁先进入塑性变形，并且结构主要由耗能连梁的非弹性变形耗散地震能量，结构达到极限状态时有典型的屈服机制，即耗能连梁达到极限状态，并且底层柱脚已进入全截面屈服形成塑性铰，见图7所示，这种典型的屈服机制符合规范对偏心支撑设计的要求。依据偏心支撑的屈服机制，当外力分布已知时，根据虚功原理可求解其极限承载力^{[8][9]}。

首先对单层偏心支撑框架进行分析，变形机构如图7所示，假定结构达到极限状态时，耗能连梁达到全截面塑性和柱脚进入全截面屈服，由小变形假定， $\theta_p = \gamma_p e / L$ ， γ_p 为极限状态时耗能连梁的塑性转角， θ_p 为极限状态时结构的塑性侧移角。

耗能连梁的内力虚功为：

$$W_{\text{内L}} = 2M_{\text{Lu}}\gamma_p^b + V_{\text{Lu}}e\gamma_p^s \quad (26)$$

M_{Lu} 为极限状态时耗能连梁端部弯矩， V_{Lu} 为极限状态时耗能连梁的剪力。 γ_p^b 和 γ_p^s 分别为耗能连梁的弯曲变形角和剪切变形角， $\gamma_p = \gamma_p^b + \gamma_p^s$ ，且有 $M_{\text{Lu}} = V_{\text{Lu}}e/2$ ，代入式(26)，内力虚功可写为：

$$W_{\text{内L}} = V_{\text{Lu}}e\gamma_p = V_{\text{Lu}}L\theta_p \quad (27)$$

底层柱脚形成弯曲塑性铰所做的虚功为： $2M_{\text{cp}}\theta_p$ ， M_{cp} 为框架柱的塑性抗弯承载力。则总的内力虚功：

$$W_{\text{内}} = V_{\text{Lu}}L\theta_p + 2M_{\text{cp}}\theta_p \quad (28)$$

外力虚功由两部分组成，一部分为水平力 V 产生虚功；另一部分为柱顶轴向压力 P_c 产生的虚功。柱的轴向压缩变形很小，可忽略竖向力产生的虚功。则外力虚功为：

$$W_{\text{外}} = FH\theta_p \quad (29)$$

由内力虚功和外力虚功相等，得到水平力 F 为：

$$F = (V_{\text{Lu}}L + 2M_{\text{cp}}) / H \quad (30)$$

由上式可知，计算单层K形偏心支撑结构的水平极限承载力需确定耗能连梁的极限抗剪承载力 V_{Lu} 。Richards^[10]根据UCB的试验^[11]和Ramadan T. & Ghobarah A^[12]的研究，不考虑耗

能连梁的弯矩剪力相关性，提出了耗能连梁的剪力位移关系，见图8所示，剪力位移关系参数见表4。

考虑翼缘抗剪对耗能连梁塑性抗剪承载力的增强作用，引入增大系数 α ，则耗能连梁的塑性抗剪承载力表达式为

$$V_p' = \alpha V_p \quad (31)$$

式中，增大系数 α ：

$$\alpha = 1 + \frac{A_f^2 - 0.0625(et_w)^2}{0.58A_w b_f e} \quad (32)$$

式中： b_f 为翼缘宽度， A_f 为耗能连梁单个翼缘的截面积。

对表3中的 V_p 乘以增大系数 α ，可得到耗能连梁的极限承载力为： $V_{\text{Lu}} = 1.5\alpha V_p$ 。代入式(30)得：

$$F = (1.5\alpha V_p L + 2M_{\text{cp}}) / H \quad (33)$$

对于多层偏心支撑框架而言，变形机制如图9所示，同样由虚功原理可得水平极限承载力表达式：

$$\sum_{i=1}^n F_i H_i = \sum_{i=1}^n V_{\text{Li}} L + 2M_{\text{cp}} \quad (34)$$

式中： F_i 为第 i 层的水平侧向力， H_i 为第 i 层横梁与柱脚的距离，

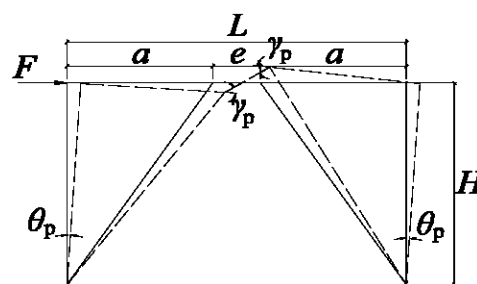


图7 K形偏心支撑极限状态时的变形
Fig.7 The ultimate deformation of K-eccentric braced frames

表4 耗能连梁剪力位移关系参数

Tab.4 The parameters of link

V_B	V_{B1}	V_C	K_0	K_1	K_2	K_3
$1.1V_p$	$1.3V_p$	$1.5V_p$	$2GA_w/e$	$0.03K_0$	$0.015K_0$	$0.002K_0$

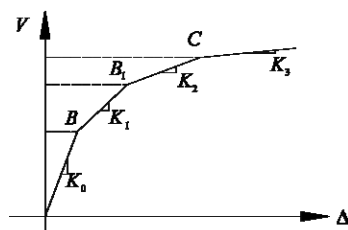


图8 耗能连梁剪力与位移关系
Fig.8 Relationship between shear and displacement of link

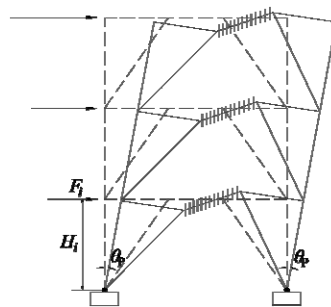


图9 多层偏心支撑失效模式
Fig.9 Failure mode of multi-stories eccentrically braced frames

V_{Li} 为第 i 层的耗能连梁的极限承载力. 式 (33) 和 (34) 的推导依据以下基本假定: 1) 结构的塑性破坏机制, 除耗能连梁和柱脚进入塑性外, 其他构件完全弹性; 2) 小变形理论, 结构进入塑性阶段时, 仍有 $\theta_p = \gamma_p L / e$ 成立; 3) 柱脚全截面塑性, 且塑性应变分布呈理想状态; 4) 多层偏心支撑钢框架的理想破坏机制: 每层的耗能连梁均发生非弹性变形, 并且非弹性变形沿高度分布均匀. 值得注意的是, 式 (34) 计算所得水平极限承载力将偏高, 因为公式推导的基本假定中认为每层耗能连梁都达到极限承载力, 而且柱脚形成塑性铰, 形成理想的全截面屈服状态, 这是理想的极限破坏状态.

实际结构设计时, 不仅仅有单跨偏心支撑结构, 往往某一榀框架结构中的一跨布置偏心支撑, 而其余跨仍为框架结构, 形成双重抗侧力体系, 那么结构在侧向力推覆至极限状态时, 图 9 所示的屈服机构状态仅为偏心支撑跨, 而边框架参与抗弯, 框架梁端形成塑性铰, 极限承载力表达式仍有虚功原理求解, 得到:

$$\sum_{i=1}^n F_i H_i = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n 2M_{pbij} (L_b / L_i) + \sum_{i=1}^n V_{Lu,i} L + m M_{cp} \quad (34)$$

式中: M_{pbij} 表示第 j 跨第 i 层的梁端塑性弯矩; m 表示单榀框架柱的个数; n 表示结构层数; k 表示不布置偏心支撑的框架跨数; L_i 表示框架梁两端形成的塑性铰之间的距离; L_b 表示每跨框架的跨度.

4 算例分析

建筑物的抗震设防烈度为 8 度, 设计地震基本加速度为 0.3 g, 设计地震分组为第一组, 建筑场地类别为 II 类; 结构平面布置如图 10 所示, 平面尺寸 21.6 m × 30 m, 层高 3.6 m, 采用 120 mm 厚现浇混凝土楼板, C30 混凝土, 算例层数为十层. 材料均为 Q235 钢, 屈服强度取名义值, 弹性模量取 2.06×10^5 MPa, 泊松比取 0.3, 构件截面均采用焊接 H 型钢. 楼面恒载取 5.0 kN/m^2 (包括楼板自重), 活载取 2.0 kN/m^2 (按办公楼取), 屋面恒载取 6.5 kN/m^2 , 上人屋面活荷载取 2.0 kN/m^2 , 雪荷载 0.5 kN/m^2 , 基本风压 0.35 kN/m^2 . 由于对称性, 算例不考虑结构的平面内扭转, 采用底部剪力法计算水平地震作用. 算例按现行规范, 利用 ETABS 进行截面设计, 10 层算例依据规范设计得到的各层截面尺寸见表 5. 从算例结构中取一榀偏心支撑框架作为静力推覆分析模型, 推覆模型分为边框刚接和边框铰接, 分别研究偏心支撑双重抗侧力体系与单重抗侧力体系, 侧向力分布模式采用倒三角分布, 单榀计算简图见图 11. 耗能连梁均采用剪切型.

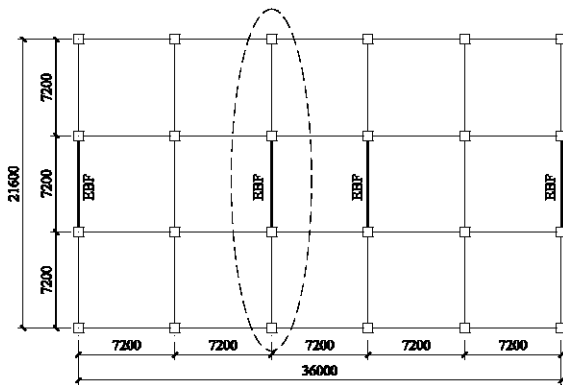


图 10 十层算例平面布置图
Fig.10 Plan layout of a 10-story model

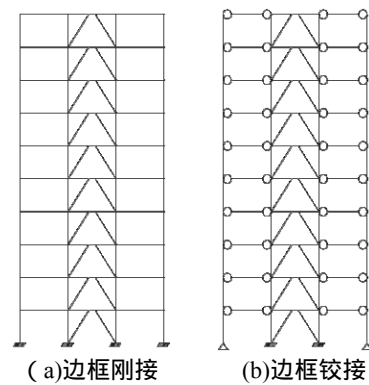


图 11 单榀算例推覆模型
Fig.11 Pushover model

SAP2000 的非线性塑性铰是刚塑性的, 没有弹性行为, 结构进入塑性时, 所有的塑性变形集中在铰内发生, 其他部分仍保持弹性. 本算例中构件的塑性铰指定: (1) 框架柱两端指定默认的 P-M-M 相关铰; (2) 框架梁的两端指定默认的 M 铰; (3) 支撑两端铰接, 在杆中部设置默认的 P 铰; (4) 耗能连梁为剪切型, 考虑翼缘对抗剪作用的增强, 在连梁两端及中间位置按照图 12 所示指定非线性剪切铰^[13], B 点代表铰的屈服, 对应表 4 和图 8 中的 B 点, $V_B = 1.1\alpha V_p$, $\Delta_B = 0$, C 点为铰达到极限承载力, 亦为铰开始失去承载力, 对应表 4 和图 8 中的 C 点, $V_C = 1.5\alpha V_p$, $\Delta_C = 6.12 \alpha e f_y / G$, IO、LS 和 CP 代表铰的能力水平, 它们分别对应直接使用、生命安全和防止倒塌, D 点代表残余强度的大小, 依据美国规范 FEMA450^[14]的规定, 腹板高厚比 $h_0/t_w < 418/\sqrt{f_y}$ 的受弯梁, 残余强度比取 0.6, 腹板高厚比 $h_0/t_w > 640/\sqrt{f_y}$ 的受弯梁, 残余强度比取 0.2, 本文通过耗能连梁的腹板高厚比在 0.2~0.6 之间按线性差值确定, $\Delta_D = \Delta_C$, E 点代表完全破坏, $V_E = V_D$, $\Delta_E = 4\Delta_D$.

表 5 10 层算例构件尺寸
Tab.5 Member sizes of a 10-story model

层数	柱截面		梁截面		支撑截面	连梁长度/mm
	边跨柱	中间跨柱	边跨梁	中间跨梁		
10	□350×350×20	□450×450×20	H400×150×8×16	H350×150×8×16	H230×230×10×18	900
9	□400×400×20	□500×500×20	H500×200×8×16	H460×200×8×16	H230×230×10×18	900
8	□450×450×20	□550×550×25	H500×240×10×18	H490×240×10×18	H260×260×10×18	900
7	□450×450×20	□550×550×25	H560×250×10×18	H580×280×10×18	H260×260×10×18	900
6	□500×500×20	□650×650×25	H570×280×10×18	H550×270×12×20	H280×280×10×18	900
5	□500×500×20	□650×650×25	H600×290×10×18	H600×300×12×20	H280×280×10×18	900
4	□550×550×20	□700×700×30	H620×300×10×18	H630×300×12×20	H300×300×10×18	900
3	□550×550×20	□700×700×30	H640×300×10×18	H660×330×12×20	H300×300×10×18	900
2	□600×600×20	□750×750×30	H660×300×10×18	H680×330×12×20	H300×300×10×18	900
1	□600×600×20	□750×750×30	H670×300×10×18	H690×330×12×20	H300×300×10×18	900

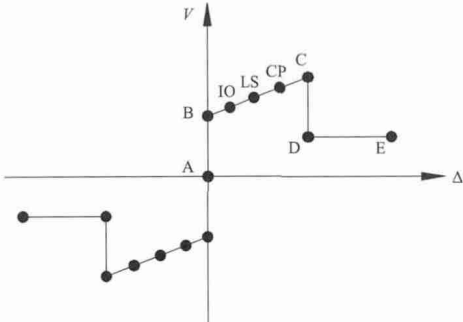


图 12 SAP2000 非线性剪切铰属性
Fig.12 Attribute of nonlinear shear link with model SAP2000

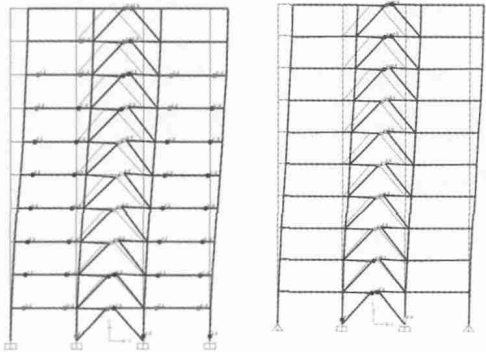


图 13 10 层算例极限状态时的塑性铰分布
Fig.13 Ultimate state of 10-story model

图 13 为 10 层算例达到最大基底剪力时的塑性铰分布图，分别为边框刚接和边框铰接，分别研究偏心支撑结构为双重抗侧力体系和单重抗侧力体系时的极限承载力，算例分析得到的极限基底剪力分别为 5 445.1 kN 和 3 539.5 kN，公式 (35) 和 (34) 计算得到的结构极限承载力分别为 5 673.3 kN 和 3 957.1 kN，误差分别为 4.0%和 10.6%。表 6 列出了每层耗能连梁在极限状态时的算例值和公式值，可见，每层耗能连梁的剪力值均未达到理论极限承载力 ($1.5\alpha V_p$)，而柱脚虽然出现塑性铰，但其塑性弯矩均小于理想全截面屈服时的塑性弯矩，这是公式误差产生的主要原因；另一部分原因为公式推导过程中的基本假定产生的误差。

极限承载力的计算公式 (34) 和 (35) 基于理想状态的屈服机制，并考虑小变形假定下推导而来，现行的设计规范对偏心支撑的设计理念虽为耗能连梁先坏，以保证结构的塑性变形和整体稳定，但推覆分析表明，整体结构难以保证塑性分布沿高度均匀分布，因此，极限承载力计算公式可估算偏心支撑钢框架的承载力，且其值偏高。

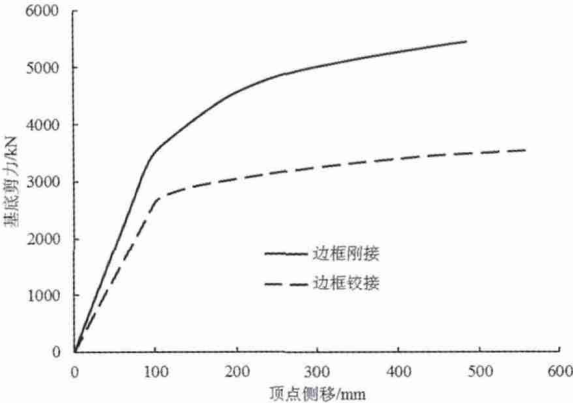


图 14 10 层算例 pushover 曲线
Fig.14 Pushover curve of a 10-story model

表 6 10 层算例与公式对比
Tab.6 Comparison between 10-story model and formula

层数	边框刚接		边框铰接	
	连梁剪力/kN		连梁剪力/kN	
	算例	公式值	算例值	公式值
1	1 383.1	1 637.8	1 440.9	1 637.8
2	1 459.8	1 613.2	1 481.5	1 613.2
3	1 487.1	1 564.2	1 488.7	1 564.2
4	1 446.7	1 485.0	1 448.3	1 485.0
5	1 384.4	1 411.4	1 385.0	1 411.4
6	1 238.5	1 283.0	1 260.9	1 283.0
7	1 060.2	1 140.7	1 083.2	1 140.7
8	851.6	950.4	883.5	950.4
9	601.2	713.7	628.6	713.7
10	438.4	526.7	454.4	526.7

5 结论

(1) 依据结构的弹性基本假定,推导了K形偏心支撑结构各杆件弹性内力的计算公式,并推导了其弹性抗侧刚度,算例分析表明,抗侧刚度计算公式误差仅为10%左右,有足够的精确度;通过杆件的弹性内力分析,给出了K形偏心支撑的简便设计方法和弹性剪力分配比。

(2) 基于K形偏心支撑框架结构理想的屈服机制和小变形假定,给出了K形偏心支撑结构的极限承载力计算公式,算例分析表明,计算公式可用来估算结构的极限承载力。

参考文献 References

- [1] 杨文侠,顾强,宋振森等.Y形偏心支撑钢框架的地震反应折减系数和超强系数[J].工程力学,2012,29(10):129-136.
YANG Wenxia, GU Qiang, SONG Zhensen, et al. Response modification factor R and overstrength factor Ω of Y-eccentric braced steel frame [J]. Engineering mechanics, 2012, 29(10): 129-136.
- [2] JGJ 99-98, 高层民用建筑钢结构技术规程[S].北京:中国建筑工业出版社,1998.
The Ministry of Housing and Urban-rural Development of the People's Republic of China. JGJ 99-98, Technical specification for steel structure of tall buildings [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 1998.
- [3] AISC341-10. Seismic Provision for Structure Steel Buildings [S]. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2010.
- [4] GB50011-2010, 建筑抗震设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2010.
The Ministry of Housing and Urban-rural development of the People's Republic of China. GB50011-2010, Code for seismic design of buildings [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2010.
- [5] RICHARDS P W. Estimating the stiffness of eccentrically braced frames [J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2010, 15(1): 91-95.
- [6] ROBERT E. Controlling behavior through design. Steel structures [M]. America: Wiley, 1994: 481-484.
- [7] 石永久,熊俊,王元清等.多层钢框架偏心支撑的抗震性能试验研究[J].建筑结构学报,2010,31(2):29-34.
SHI Yongjiu, XIONG Jun, WANG Yuanqing et al. Experimental studies on seismic performance of multi-storey steel frame with eccentric brace [J]. Journal of Building Structure, 2010, 31(2): 29-34.
- [8] MASTRANDREA L, PILUSO V. Plastic design of eccentrically braced frames, I: Moment-shear interaction [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65(5):1007-1014.
- [9] MASTRANDREA L, PILUSO V. Plastic design of eccentrically braced frames, II: Failure mode control [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65(5): 1015-1028.
- [10] RICHARDS P W. Cyclic stability and capacity design of steel eccentrically braced frames [D]. San Diego: University of California, 2004.
- [11] RICLES J. M, POPOV E P. Inelastic link element for EBF seismic analysis [J]. Structural Engineering, 1994, 120(2): 441-463.
- [12] RAMADAN T, GHOBARAH A. Analytical model for shear-link behavior [J]. Structural Engineering, 1995, 121(11): 1574-1580.
- [13] 杨文侠,李春燕,顾强.Y形偏心支撑钢框架 SAP2000 非线性分析模型.兰州理工大学学报[J],2010,36(5):111-114.
YANG Wenxia, LI Chunyan, GU Qiang. Nonlinear analysis model SAP2000 for eccentrically braced steel frames with Y-links [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2010, 36(5): 111-114.
- [14] FEMA. NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures [S]. FEMA-450, Federal Emergency Management Agency, Washington, 2003.

The elastic lateral stiffness and ultimate capacity of K-eccentric braced steel frames

SU Mingzhou, LI Shen, LIAN Ming, LI Lei

(Key Laboratory of Structural Engineering and Earthquake Resistance of the Ministry of Education, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: In order to identify the loading path and internal force distribution of K-eccentric braced steel frames, and compute story drift and link rotation conveniently, based on the fundamental assumption of structural mechanics, the formulas of elastic internal forces of K-eccentric braced steel frames subjected to lateral loads have been proposed. The elastic lateral stiffness approximate formula of K-eccentric braced steel frames is then derived, and the formulas are well-supported by the experimental data and finite element analysis. Simple and convenient design method of K-eccentric braced frames is proposed. When lateral load distribution was known, the formula of ultimate capacity of K-eccentric braced steel frames is derived based on virtual work principle, small deformation assumption and typical yielding mechanism of ultimate state. Pushover analysis of 10-storey K-eccentric braced steel frame is conducted by finite element software SAP2000, and the analysis result confirmed well with the calculation of formula. The formula of ultimate capacity can provide a reference for structure design of K-eccentric braced steel frames.

Key words: elastic lateral stiffness; K-eccentric braced frame; link; ultimate bearing capacity; yielding mechanism

(本文编辑 吴海西)