

# 流固耦合问题中降阶模型的校正研究

孙芳锦, 梁 爽

(辽宁工程技术大学建筑工程学院, 辽宁 阜新 123000)

**摘要:** 对流体使用降阶模型是流固耦合计算中为提高计算效率常用的手段之一, 但采用降阶模型对模型维数的降低, 或全阶模型数据与降阶模型方程的不一致性会影响降阶模型的准确性. 本文引入人工涡常量和遗传算法对流固耦合问题中降阶模型进行校正研究, 首先基于伽辽金投影法和本征正交分解法投射到最主要本征模态空间上, 得到流体的降阶模型; 然后引入人工“涡”对降阶模型的系数进行校正, 最后采用遗传算法对校正模型中的系数进行估计. 将本文提出的校正降阶模型应用于典型流固耦合问题分析中, 对比了校正前后位移和力的变化, 以及校正前后降阶模型的误差变化, 结果表明校正后的降阶模型的计算准确性和效率大大提高, 证实了降阶模型校正的必要性和本文降阶模型校正方法的有效性.

**关键词:** 流固耦合, 流体方程, 降阶模型, 校正模型, 遗传算法

**中图分类号:** TH113.1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-7930(2014)06-0822-05

流固耦合问题是土木工程领域经常遇到的问题, 比如风与柔性结构间的流固作用, 土与基础间的相互作用等等. 流固耦合计算中流体计算通常需要数千个到数百万个自由度的计算网格, 因此计算复杂、计算量大 (尤其当结构形式复杂时), 流体计算显然成为了决定流体耦合计算准确性和计算效率的重要环节. 降阶模型可以减少计算量, 节省计算资源, 也是计算中常用的手段之一. 但由于降阶模型对基本模态的截断或全阶模型数据与降阶模型方程的不一致性会影响降阶模型的准确性. 此时需要对降阶模型进行校正, 可以预见, 降阶模型的校正对于流固耦合计算的准确性和计算效率有至关重要的作用.

一般建立降阶模型采用的方法是正交分解法. 它是从时域或频域计算中提取结构的动力信息<sup>[1]</sup>. Hall<sup>[2-3]</sup>等曾提出一种利用谐波平衡方法在时域内求解非线性普通方程的降阶模型技术, 并用于求解非线性计算流体力学问题. 最近又有国外学者提出一种利用谐波平衡方法在时域内求解非线性普通方程的降阶模型技术, 并用于求解非线性计算流体力学问题<sup>[4-5]</sup>. 文献[6]采用了高精度有限元模型建立非线性结构降阶模型, 并将其应用于大跨度屋盖的风振分析. 以上这些方法基本都是将流固耦合体系看成是一个整体并对其应用降阶模型, 这种降阶模型通常需要较复杂的计算过程, 计算效率还有待进一步提高. 但关于应用本征正交分解法的降阶模型的校正问题国内外研究得较少. Vazquez-Cruz<sup>[7]</sup>等提出了一种新型状态向量降阶模型, 并对其进行了校正, 校正采用对降阶模型中的系数进行直接数值修正的方法, 因此这种方法修正的精度有待提高. 本文拟引入人工“涡”和遗传算法对降阶模型中的伽辽金投影系数进行校正. 原因在于人工涡便于与每个模态相联系, 用于修复被截断模态, 从而建立校正模型, 同时遗传算法可以较准确的估计校正模型中的系数. 文献[8-9]对人工涡进行了研究, 但其研究主要是采用数值仿真来发现和证明人工涡的形成和存在. 而本文则主要着眼于将人工涡常量与遗传算法相结合来对降阶模型进行修正, 本文引入的人工“涡”将其看成是与每个模态相关的常量, 应用遗传算法对人工涡相关量值进行估计, 从而达到对降阶模型进行校正的目的.

本文结合人工涡常量和遗传算法对流固耦合问题中的流体降阶模型进行校正. 首先将流体方程基于伽辽金投影法和本征正交分解法投射到最主要本征模态空间上, 得到流体的降阶模型; 引入人工“涡”, 将其看成是与每个模态相关的常量, 对上述降阶模型伽辽金投影法的系数进行调整, 最后采用遗传算法对校正模型中的系数进行估计. 最后将本文提出的校正降阶模型应用于典型流固耦合问题分析中, 证实了本文降阶模型的准确性.

## 1 降阶模型

流体降阶模型最常用的是伽辽金投影法<sup>[1]</sup>, 其控制方程的残差投影可以写为

$$\dot{u}^N + \nabla \cdot (u^N \otimes u^N) + \nabla p^N - \nu \Delta u^N = f^N \quad (1)$$

收稿日期: 2014-04-08

修改稿日期: 2014-12-02

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51108345); 同济大学土木工程防灾国家重点实验室开放基金项目 (SLDRCE-MB-04); 辽宁省教育厅基金一般项目 (L2013134)

作者简介: 孙芳锦 (1981-), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向为建筑结构抗风. E-mail: e\_dm@163.com

其中:  $u$ ,  $p$ ,  $v$ ,  $f$  分别表示流体的速度、压力、粘性系数和体积力,  $N$  表示流体计算的自由度数.  $u$  可以采用有限个模态  $\varphi$  表示为,

$$u^N(t) = \varphi_0 + \sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i = \sum_{i=0}^N a_i(t) \varphi_i \quad (2)$$

其中:  $a_i$  是模态 (傅里叶) 系数, 其时间导数可以写为如下形式<sup>[10]</sup>,

$$\dot{a}_i = v \sum_{j=0}^N s_{ij} a_j + \sum_{j=0}^N \sum_{k=0}^N w_{ijk} a_j a_k \quad (3)$$

其中:  $s_{ij}$  和  $w_{ijk}$  是常参数,  $s_{ij} = (\varphi_i, \Delta \varphi_j)_{\Omega}$ ,  $w_{ijk} = -(\varphi_j, \nabla \cdot (\varphi_j \otimes \varphi_k))_{\Omega}$ .

本征正交分解是构造降阶模型最常用的方法, 用于构造降阶模型所需基本模态. 流体向量通过提取时间平均解聚集:

$$\hat{u}_{Fi} = u_{iF} - \bar{u}, i = 1, \dots, M \quad (4)$$

其中:  $\hat{u}_{Fi}$  表示流体的脉动速度,  $\bar{u}$  是流体速度的时间平均解,  $u_{iF}$  是本征正交分解中得到的流体模态对应速度,  $M$  表示本征正交分解的联系模态数, 通常比自由度  $N$  小得多.

那么标准的本征问题可以表示为,

$$C\varphi = \lambda I\varphi \quad (5)$$

其中:  $\lambda$  是本征值,  $\varphi$  是本征向量,  $C$  是  $N \times N$  阶自相关矩阵,  $C = (1/M)\Lambda\Lambda^T$ .

## 2 降阶模型的校正

由于降阶模型对模型维数的降低 (采用本征正交分解) 或全阶模型数据与降阶模型方程的不一致性 (伽辽金投影法) 会影响降阶模型的准确性. 为了修正和提高降阶模型的准确性, 可以对上述伽辽金投影法的系数进行调整, 这种调整的方法之一是引入人工“涡”, 用于修复被截断模态<sup>[11]</sup>. 这种人工涡可以看成是与每个模态相关的常量, 那么方程 (3) 可以写为,

$$\dot{a}_i = v \sum_{j=0}^N (s_{ij} + s_{ij}^+) a_j + \sum_{j=0}^N \sum_{k=0}^N (w_{ijk} + w_{ij}^+) a_j a_k \quad (6)$$

其中:  $s_{ij}^+ = (v_{T,i}/v) s_{ij}$ ,  $w_{ij}^+ = (v_{T,i}/v) w_{ijk}$ ,  $i = 1, \dots, N$  为人工涡常量.

对于降阶模型来讲, 就是将模型的预测误差将为最小, 这里选用了求模态系数的均方差最小值来实现:

$$\xi_0 = \text{Min} = \sum_{i=1}^N \int_0^T (a_i^{\text{ROM}}(t) - a_i^{\text{REF}}(t))^2 dt \quad (7)$$

$a_i^{\text{ROM}}$ ,  $a_i^{\text{REF}}$  分别代表了伽辽金模型和修正后模型模拟得到的模态系数.

## 3 遗传算法估计校正模型系数

目前的问题是如何估计校正后的降阶模型中的系数. 本文采用遗传算法来估计该系数. 首先将基因采用双精度实数进行编制, 基因数从 1 (“涡”  $v_T$  的校正) 到  $N(N+1)(N+2)$  (系数  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  的校正) 对于求最小值问题 (7), 误差小的函数表明方程解的精确度高, 这里对常用选择函数<sup>[11]</sup>进行修改, 得到选择函数为,

$$P(i) = \frac{\max(\xi) - \xi(i)}{N_p \max(\xi) - \sum_{j=1}^{N_p} \xi(j)} \quad (8)$$

这里将误差估计  $\xi$  选为适应度函数,  $N_p$  表示种群数.

本文采用遗传算法的流程如图 1 所示. 最后将上述流体降阶模型与结构动力方程相耦合, 求得结构的响应等相关参数.

## 4 算例分析

这里应用上述模型对典型的流固耦合问题进行了计算<sup>[12]</sup>. 实验中的流体为水, 密度  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,

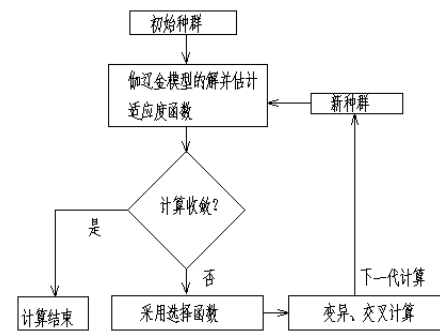


图 1 采用遗传算法估计校正模型参数  
Fig.1 Parameters in calibration model using genetic algorithms

固体为类似橡胶材料,几何尺寸如图 2 所示.试验共分为 FSI1、FSI2 和 FSI3 三个试验,其中 FSI1 试验为稳态试验,FSI2 和 FSI3 试验为非稳态流固耦合二维计算.这里分别对 FSI2 和 FSI3 试验进行计算.试验中为低雷诺数情况,计算域长度  $L=2.5\text{ m}$ ,高度  $H=0.41\text{ m}$ ,结构模型包含刚性圆柱和其右后的一弹性杆,圆柱圆心位置距计算域底边  $0.2\text{ m}$  的位置上.受篇幅所限,这里仅给出模拟 FSI3 试验的计算结果.

对于伽辽金方程进行校正其目的就是使模型的预测误差达到最小.通过对遗传算法参数的反复试算,选定了对于校正“涡” $v_T$ 、系数  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  结果最好的参数,如表 1 所示.

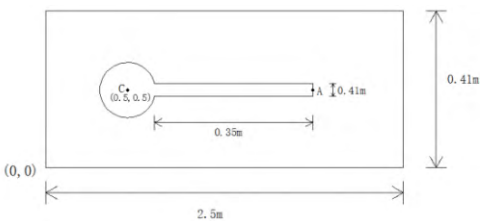


图 2 典型流固耦合问题平面尺寸  
Fig. 2 Dimensions of the typical FSI problem

表 1 模型校正的遗传算法参数  
Tab.1 Parameters of genetic algorithm of the calibration model

校正参数	种群数	遗传算法迭代次数	交叉率	变异率	基因变异范围
$v_T$	60	4	0.8	0.75	400%
$s_{ij}^+$	100	6	0.8	0.45	100%
$s_{ij}^+$ 和 $w_{ijk}^+$	140	9	0.8	0.45	100%

这里采用未校正的降阶模型和校正后的降阶模型分别计算了 FSI3 试验中弹性梁端结点 A 的不同方向位移时程,并于原试验结果进行了对比,如图 3 所示.

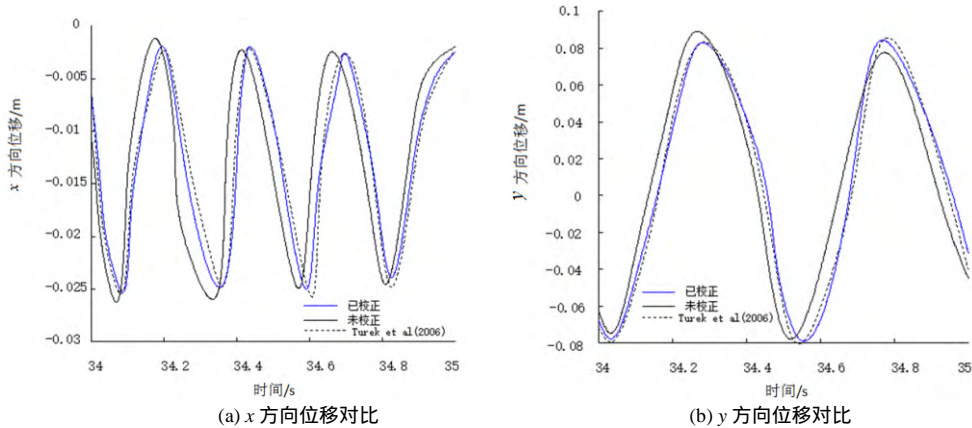


图 3 校正前后弹性梁 A 结点位移对比

Fig. 3 Comparison of displacements of node A on elastic beam with and without calibration

同时还采用未校正的降阶模型和校正后的降阶模型分别计算了作用在圆柱和梁上的升力和阻力,并与原试验结果进行了对比,如图 4 所示.

从图 3 和图 4 可以看出,校正后的降阶模型所得弹性梁 A 结点位移、作用在圆柱和梁上的力与未校正的降阶模型计算结果相比,都比较接近于原试验结果,但校正后的降阶模型计算结果要更接近于原试验结果,这说明了校正后的降阶模型的计算精度有所提高,也说明本文的校正模型是有效的.

为进一步说明校正前后降阶模型误差的异同,这里计算了未校正,采用不同参数校正的模式系数误差的均方差  $\xi_0$  及其时间导数误差  $\xi_1$ 、湍动能误差  $\xi_2$  的变化情况,如表 2 所示.

表 2 校正前后降阶模型误差比较  
Tab.2 Error comparison of un-calibrated and calibrated reduced order models

降阶模型	误差均方差 $\xi_0$	一阶导数误差 $\xi_1$	湍动能误差 $\xi_2$
未校正	7.242	9.347	5.668
$v_T$ 校正	0.056 4	0.042 8	0.063 6
$s_{ij}^+$ 校正	0.025 8	0.017 6	0.037 7
$s_{ij}^+$ 和 $w_{ijk}^+$ 校正	0.005 85	0.000 457	0.009 76

注:  $\xi_1 = \text{Min} = \sum_{i=1}^N \int_0^T (\dot{a}_i^{\text{ROM}}(t) - \dot{a}_i^{\text{REF}}(t))^2 dt$ ,  $\xi_2 = \text{Min} = \sum_{i=1}^N \int_0^T (a_i^{\text{ROM}}(t) - a_i^{\text{REF}}(t))^2 dt$

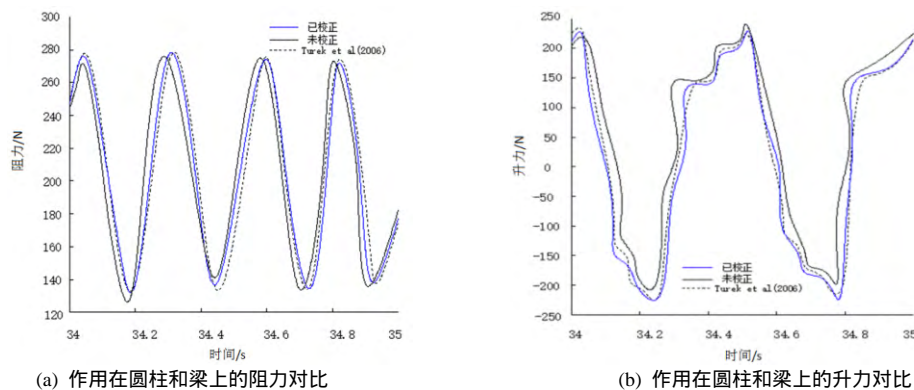


图 4 校正前后作用在圆柱和梁上的力对比  
Fig. 4 Comparison of forces on the cylinder and beam with and without calibration

从表 2 的结果可以得到以下结论：

- (1) 未校正的降阶模型的误差要远远大于校正后的降阶模型的误差,说明采用校正的降阶模型的必要性,和本文校正方法的有效性;
- (2)采用不同的参数对降阶模型进行校正计算误差是不同的,采用单参数校正时,采用  $s_{ij}^+$  校正的结果要好于  $v_T$  校正的结果,采用  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  两个参数进行校正得到的误差是最小的,说明多参数校正的效果要好于单参数校正;且无论采用哪种参数进行校正,一阶导数误差  $\xi_1$  是最小的,湍动能误差  $\xi_2$  是最大的.图 5 给出了采用  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  两个参数进行校正的遗传算法中误差  $\xi_0$  的收敛情况.

从图 5 中可以看出,采用  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  两个参数进行校正,遗传算法计算在 10 代以内就达到了收敛,且误差随代数的增加而逐渐减小,说明了本文遗传算法在降阶模型校正中的正确性和有效性.

这里还采用未校正降阶模型和  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  两个参数校正的降阶模型计算了 FSI3 试验中阻力和升力值,并与 Turek 试验结果进行了对比,如表 3 所示.

表 3 校正前后降阶模型计算阻力和升力值的比较  
Tab.3 Comparison of results for FSI3 from un-calibrated and calibrated reduced order models

降阶模型	阻力/N		升力/N	
	Min	Max	Min	Max
Turek (有限元法)	432.7	488.2	-151.4	156.4
未校正	532.3	398.4	-193.2	119.1
$s_{ij}^+$ 和 $w_{ijk}^+$ 校正	418.8	465.1	-168.2	142.7

从表 3 中可以看出,与原试验结果相比,校正后的降阶模型计算结果要比未校正的降阶模型的计算准确性高,未校正的降阶模型计算得到的阻力值与试验结果的误差约为 20%,升力值的误差约为 25%;校正后的降阶模型计算得到的阻力与试验结果的误差为 5%,升力值误差约为 8%,可以看出校正后的计算精度提高了近 70%,也说明了降阶模型中确实存在一些导致计算误差加大的因素,降阶模型校正是提高降阶模型计算准确性的有效手段.

5 结论

本文提出了结合人工涡常量和遗传算法对降阶模型进行校正.将校正降阶模型应用于典型流固耦合问题分析中,得到的主要结论有,

- (1)采用不同的参数对降阶模型进行校正计算误差是不同的,采用  $s_{ij}^+$  和  $w_{ijk}^+$  两个参数进行校正得到的

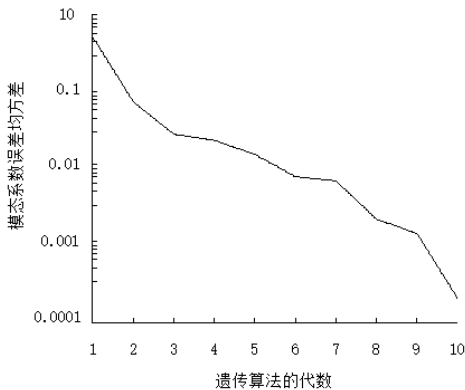


图 5 遗传算法中误差  $\xi_0$  的收敛情况  
Fig.5 Convergence of errors in genetic algorithms

误差是最小的,说明多参数校正的效果要好于单参数校正;且无论采用哪种参数进行校正,一阶导数误差 $\xi_1$ 是最小的。

(2) 引入人工涡常量和遗传算法可以有效的对降阶模型进行校正,校正后的降阶模型的计算精度要远高于未校正的降阶模型,校正后的降阶模型可以较准确的估计校正模型中的系数,且通过较少的代数就能使计算收敛,说明人工涡常量和遗传算法的结合在降阶模型校正中具有优势,是对降阶模型进行校正的有效手段之一。

## 参考文献 References

- [1] 王瑞文. 流体力学及海洋数值模拟基于 POD 技术的降维方法研究[D].北京: 首都师范大学, 2007.  
WANG Ruiwen. Study on Fluid dynamics and ocean numerical simulation based on POD[D]. Beijing: Capital Normal University of China, 2007.
- [2] HALL K, THOMAS J, CLARK W. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique[J]. AIAA Journal. 2002, 40(5):879-866.
- [3] THOMAS J, DOWELL E, HALL K. Nonlinear inviscid aerodynamic effects on transonic divergence flutter and limit cycle oscillations[J]. AIAA Journal. 2002,40(2):638-646.
- [4] HALL K, THOMAS J, CLARK W. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique[J]. AIAA Journal. 2002, 40(5):879-866.
- [5] THOMAS J, DOWELL E, HALL K. Nonlinear inviscid aerodynamic effects on transonic divergence flutter and limit cycle oscillations[J]. AIAA Journal. 2002,40(2):638-646.
- [6] 孙芳锦, 殷志祥, 曹启坤, 等. 降阶模型及其在大跨度屋盖结构风振中的应用研究[J]. 工程力学, 2008, 25(6): 128-132.  
SUN Fangjin, YIN Zhixiang, CAO Qikun, et al. Study on reduced order model and its application on wind-induced vibration of large-span roofs [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(6): 128-132.
- [7] VAZQUEZ-CRUZ M.A, GUZMAN-CRUZ R, LOPEZ-CRUZ I.L. Global sensitivity analysis by means of EFAST and Sobol' methods and calibration of reduced state-variable TOMGRO model using genetic algorithms, Computers and Electronics in Agriculture, 2014, 100(1): 1-12.
- [8] 潘光, 郭晓娟, 胡海豹. 半圆形随行波表面流场数值仿真及减阻机理分析[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(11): 3073-3094.  
PAN Guang, GUO Xiaojuan, HU Haibao. Numerical simulation of semicircular travelling wave surface and study[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(11): 3073-3094.
- [9] 胡海豹, 宋保维, 毛昭勇, 等. 随行波表面减阻降噪机理探索[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(12): 28-30.  
HU Haibao, SONG Baowei, MAO Shaoyong, et al. Exploration on mechanism of drag-noise reduction by travelling wave surface[J]. Fire control and command control, 2007, 32(12): 28-30.
- [10] PLACZEK A, TRAN D.-M, OHAYON R. A nonlinear POD-Galerkin reduced-order model for compressible flows taking into account rigid body motions, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200( 49-52): 3497-3514.
- [11] CORDIER L, B. ABOU El Majd, FAVIER J. Calibration of POD Reduced-Order Models using Tikhonov regularization. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2009, 63(2): 269-296.
- [12] TUREK S, HRON J. Proposal for numerical benchmarking of fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow[C]//In: Bungartz H-J, Schafer M, editors, Lecture notes in computational science and engineering, 2006: 53, 371-385.

## Study on the calibration of reduced order models in fluid-structure interaction

SUN Fangjin, LIANG Shuang

( College of Civil Engineering and Architecture, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China )

**Abstract:** Fluid reduced order models (ROM) are commonly used in fluid-structure interaction. However, the accuracy of reduced order models would be affected due to dimension reduction of reduced order models or inconsistency of full-order model and reduced order model. Study is performed on calibration of reduced order models combining artificial vortex with genetic algorithm. Fluid equations are projected onto major engine-modal space using Galerkin projection method and proper orthogonal decomposition to obtain fluid ROM. Calibration is performed by introducing artificial eddy to calibrate the coefficients of the ROM. Genetic algorithms are employed to estimate the coefficients. The proposed calibrated ROM is applied to the typical fluid-structure interaction computation. Displacement, force and errors before and after calibration are compared respectively. The results show that accuracy and efficiency are greatly improved with calibrated ROM, which validates the calibrated ROM.

**Key words:** fluid-structure interaction; Fluid equations, reduced order model; calibrated model; Genetic algorithm

( 本文编辑 吴海西 )