

# X 型矩形钢管相贯节点平面内抗弯刚度研究

赵必大<sup>1,2</sup>, 陈旭芳<sup>2</sup>, 石希<sup>2</sup>, 申屠倩云<sup>2</sup>, 陈高峰<sup>3</sup>

(1. 浙江省工程结构与防灾减灾技术重点实验室, 浙江杭州 310014; 2. 浙江工业大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310014;

3. 杭州市建筑设计研究院有限公司, 浙江杭州 310001)

**摘要:** 在分析平面内弯矩作用下节点有限元模型的局部变形特征和借鉴前人将节点强度计算的塑性铰线模型改进用来建立 T 型节点轴向刚度计算模型的基础上, 建立用于 X 型矩形钢管相贯节点平面内抗弯刚度计算的 6 杆系模型, 并利用最小势能原理确定 6 杆系模型中每根杆的跨度和截面宽度, 在分析确定了每根杆的边界条件后推导出节点平面内抗弯刚度理论公式. 通过对节点板壳有限元模型计算所得数据进行单参数分析, 研究各参数对节点抗弯刚度的影响, 在此基础上修正节点刚度理论公式, 并利用多元回归分析技术, 最终建立可用于工程计算的节点平面内抗弯初始刚度参数化公式, 并通过有限元计算结果来校验其合理性.

**关键词:** X 型矩形钢管相贯节点; 节点平面内抗弯初始刚度; 6 杆系模型; 参数化分析

**中图分类号:** TU317

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-7930(2015)02-0210-07

## Rigidity of unstiffened X-type RHS joints subjected to in-plane bending

ZHAO Bida<sup>1,2</sup>, CHEN Xufang<sup>2</sup>, SHI Xi<sup>2</sup>, SHENG TU Qianyun<sup>2</sup>, CHEN Gaofeng<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Civil Engineering Structures & Disaster Prevention and Mitigation Technology of Zhejiang Province, Hangzhou 310014, China; 2. College of Building Engineering, Zhejiang University of technology, Hangzhou 310014, China;

3. Hangzhou Architectural Design & Research Institute Co. Ltd, Hangzhou 310001, China)

**Abstract:** By analyzing the local deformation behavior of joint finite element model subjected in-plane bending, and using the methods about improved a yield line model (which used for calculating RHS-joint axial strength) to establish a axial rigidity calculation model for T-type RHS, a rigidity model named six-beams model is developed for unstiffened x-type RHS joints subjected to in-plane bending. The spans and section breadth of every beam (which form six-beams model) is determined by principle of minimum potential energy, and a theoretical formula for flexural rigidity is established after the boundary conditions of the beams is determined. The influence on flexural rigidity from every parameter of the joint is researched by one-parameter analysis from the datum calculated by plate-shell finite element model of RHS x-type joint. On those basis, the theoretical formula is modified. Then, a parametric formulae for predicting initial flexural rigidity of unstiffened x-type RHS joints subjected to in-plane bending is established through multi-variable nonlinear regression analyses, and the parametric formulae is reliable by comparing with results of FEA.

**Key words:** unstiffened x-type RHS joints; initial stiffness of joints subjected to in-plane bending; six-beams model; parametric analysis

矩形钢管截面构件具有回转半径大、无明显弱轴等优点, 在抵抗双向弯矩和扭转方面, 比开口截面构件优势明显. 由矩形管直接焊接组成的钢管结构还具有外形美观, 无需额外的加劲件而方便施工和降低造价; 对比圆钢管相贯节点, 矩形钢管相贯节点加工时还具有相贯线制作简单等优点. X 型矩形钢管相贯节点在单层扁平网壳结构中使用较多, 在此类结构中, 节点往往受到平面内弯矩、平面外弯矩、轴力等三种内力共同作用. 对比设置加劲件的钢框架梁柱节点, 矩形钢管相贯节点在大多数情况下是一种典型的半刚性连接节点<sup>[1]</sup>. 节点刚度将直接影响到结构的受力性能, 且结构分析中考虑节

点刚度的影响成为近年来研究的热点<sup>[2-7]</sup>, 这需要首先知道节点连接刚度. 关于钢管相贯节点刚度, 近年来取得一些成果<sup>[8-10]</sup>, 这些研究思路大体如下: 通过有限元计算获得一系列散点数据, 进行单参数分析并根据分析结果来构建节点刚度与该参数 (变量) 间的函数形式 (单参数函数), 认为节点刚度公式即为各个单参数函数之积, 通过对散点数据进行多元回归分析来确定各单参数函数中的待定系数, 最终建立节点刚度参数化公式. 这种方法存在以下缺点: 无法反映节点各几何参变量之间可能存在的耦合效应; 缺乏理论模型的研究和支撑, 节点刚度计算公式仅由散点数据的拟合而来, 导致广大

收稿日期: 2014-10-23 修改稿日期: 2015-4-14

基金项目: 浙江省教育厅基金资助项目 (Y201225770)

作者简介: 赵必大 (1976-), 男, 讲师, 博士, 主要从事钢结构与组合结构方面的研究. E-mail: zhaobida@126.com

工程设计人员难以理解; 散点数据少 (为减少计算量而采用正交模型所致) 而导致拟合结果与实际可能会存在不小的差异. 首先通过有限元计算分析 X 型矩形钢管相贯节点在平面内弯矩作用下的局部变形特点, 并借鉴了节点强度计算模型 (塑性铰线模型) 移植改进后用于建立节点刚度理论模型的方法<sup>[11]</sup>, 在此基础上推导建立一种关于 X 型矩形节点的平面内抗弯刚度计算理论模型, 通过有限元参数化分析所得的大量节点刚度数据, 对节点刚度理论模型进行修正, 得到可用于工程设计的 X 型矩形钢管节点平面内抗弯初始刚度计算公式.

## 1 节点平面内抗弯初始刚度计算模型

连接节点刚度是指引起节点区域单位广义局部变形所需要的广义力, 故获得节点局部变形是为获得节点刚度的前提. 类似, 理论上推导建立节点刚度模型, 关键就在于准确地分析节点局部变形特点, 并提出相应简化计算模型. 对单层扁平网壳等空间结构体系中应用较广泛的平面 X 型矩形钢管相贯节点, 往往同时承受多种内力作用, 这里仅讨论平面内弯矩作用下节点的刚度, 节点构造如图 1.

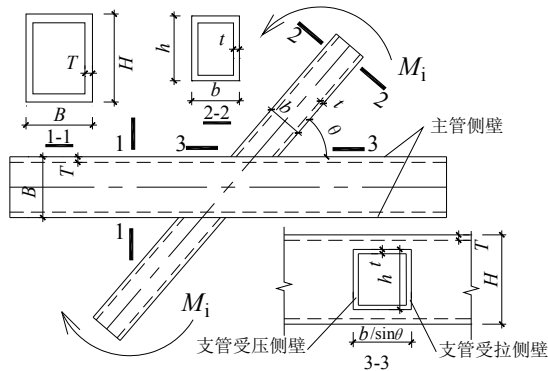


图 1 平面 X 型矩形钢管相贯节点构造图

Fig. 1 Uniplanar RHS X-joint

在平面内弯矩  $M_i$  的作用下, 节点的转角 (广义局部变形) 来自于靠近主支管相贯线附近的主管侧壁的局部变形. 为简化问题, 可将弯矩  $M_i$  简化为分别作用于支管两侧侧壁的一对力偶, 如此节点的局部变形如下: 靠近支管受压 (拉) 侧壁的主管侧壁分别产生凹 (凸) 变形、主管管上的凹凸变形致使支管 (视为杆系) 产生一种近似刚体的转动, 这种转动产生了支管相对于主管 (视为杆系) 的转动, 此即为节点的半刚性. 鉴于有限元能较好模拟节点在受力状态下的局部变形, 图 2a、b 给出了有限元分析所得 X 型矩形钢管相贯节点在平面内弯矩作用下的局部变形 (放大 10 倍以便观察). 节点有限元模型中, 支、主管长度分别为  $6h$ 、 $10H$ , 材

料弹性模量  $E=206 \text{ kN/mm}^2$ , 单元采用 ABAQUS 中的 S4R 壳单元, 主管两端完全固定约束, 在两侧支管端部施加如图 1 所示的同向集中弯矩.

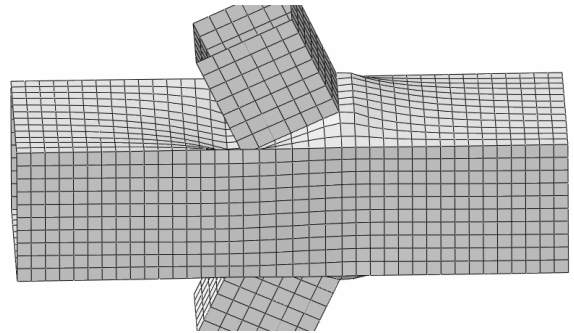


图 2a 平面内弯矩作用下的节点域局部变形 (带有网格)

Fig. 2a Local deformation for Uni-planar RHS X-joint under in-plane moment from the result of FEA (with mesh)

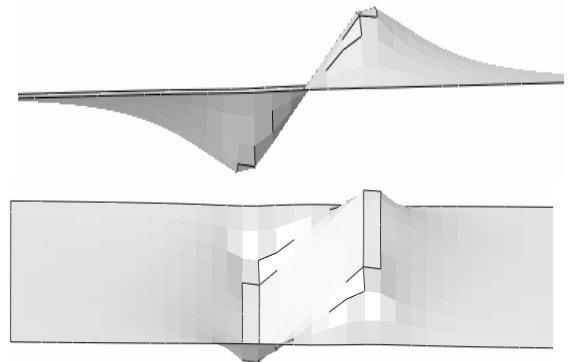


图 2b 主管管壁的变形 (不同视角、隐藏网格线及其他位置)

Fig. 2b Local deformation for one side of chord wall (different perspectives, hide mesh line and else part such as branch)

由图 2a、b 可以看出, 节点域的局部变形大体上分为凸出区域、凹陷区域、近似刚体转动区域等三部分. 图 3 给出了这三个区域在节点域的分布: abcd、ade 和 bcj 区域 (对应凸出区域, 其中 cd 为最凸出位置、ab 为近似零变形位置), fghi、efg 和 hij 区域 (对应凹陷区域, 其中 fi 为最凹陷位置、gh 为近似零变形位置); efijcde 区域 (对应近似刚体转动区域). 局部变形分区的形状类似屈服线模型 (一种节点强度计算模型) 中的塑性铰线 (屈服线) 的分布, 借鉴文献<sup>[11]</sup>的方法, 将每一个凹 (或凸) 区域分别用一根截面高度不变 (为主管壁厚  $T$ ) 而宽度变化 (如 abcd、ade 分别视为截面宽度呈梯形、三角形变化的梁) 的梁来代替, 同时将近似刚体转动的中间区域 efijcde 视为与支管相连接的刚片, 如此形成了可以用来计算节点局部变形的 2 种类型 (梯形截面 beam1 与三角形截面 beam2)、共计 6 根梁组成的 6 杆系模型, 如图 4 所示.



式中:  $I=T^3/12$  为单位宽度截面惯性矩,  $E$  为弹性模量. 根据节点刚度的定义及几何关系得节点平面内抗弯刚度  $K_{mi}$ :

$$K_{mi} = \frac{M_i}{\varphi} = \frac{P(b-t)/\sin\theta}{\delta/(b/2\sin\theta)} = \frac{Pb(b-t)}{2\delta(\sin\theta)^2} \approx \frac{Pb^2}{2\delta(\sin\theta)^2} \quad (5)$$

将 (4) 式代入 (5) 式, 并注意  $I=T^3/12$ , 得:

$$K_{mi} = \frac{ET^3(\frac{b}{H})^2}{3(\sin\theta)^2} \left[ \frac{(1-\frac{h}{H})^{1.5}}{2\frac{h}{H}-0.5(\frac{h}{H})^2-1.5-\ln\frac{h}{H}} + \frac{2(b/H)\sin\theta+2\sqrt{1-h/H}}{(1-h/H)^3} \right] \quad (6)$$

对 (6) 式的括号中第一项分母中的对数函数进行泰勒展开:

$$\begin{aligned} \ln\frac{h}{H} &= \ln\left[1-(1-\frac{h}{H})\right] = -(1-\frac{h}{H}) - \frac{1}{2}(1-\frac{h}{H})^2 \\ &\quad - \frac{1}{3}(1-\frac{h}{H})^3 + \frac{1}{4}(1-\frac{h}{H})^4 + 0(1-\sigma)^4 = -\frac{3}{2} + 2\frac{h}{H} \\ &\quad - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{H}\right)^2 - \frac{1}{3}(1-\frac{h}{H})^3 + \frac{1}{4}(1-\frac{h}{H})^4 + 0(1-\sigma)^4 \end{aligned} \quad (7)$$

将 (7) 式忽略高阶, 代入 (6) 式并化简, 得 X 型节点平面内抗弯刚度的 6 杆系模型表达式:

$$\begin{aligned} K_{mi} &= \frac{ET^3(b/H)^2}{3\sin^2\theta} \left[ \frac{3}{(1-h/H)^{1.5}-0.75(1-h/H)^{2.5}} + \frac{2}{(1-h/H)^{2.5}} + \frac{2b/H}{(1-h/H)^3\sin\theta} \right] \quad (8) \\ &= \frac{ET^3 f_1(h/H, b/H, \sin\theta)}{\sin^2\theta} \end{aligned}$$

## 2 节点抗弯刚度的影响因素分析

采用近似一系列假定并忽略掉一些因素的简化 6 杆系模型, 跟实际节点较复杂的板壳模型必然有一定的差异. 因此, 由 6 杆系模型推导出来的节点刚度公式 (8) 式虽可从定性角度分析刚度的影响因素、甚至其中有些项能从定量角度说明节点刚度跟节点几何参数的关系, 但仍需要进一步验证及修正, 才能用于工程实践. X 型矩形钢管相贯节点的几何特征参数包括无量纲化的  $h/H$ 、 $b/H$ 、 $\theta$ 、 $\tau$  ( $=t/T$ ) 及长度为量纲的  $H$ 、 $B$ 、 $T$ , 各参数的意义参见图 1. 通过有限元分析获得节点平面内抗弯初始刚度, 利用所得数据对可能影响节点刚度的因素进行单参数分析, 了解其对节点刚度的影响、并分析式

(8). 节点有限元模型的材料、单元、边界条件等同前面节点局部变形分析 (图 2) 的模型, 但为了确保节点域远离支座及加载端而取支、主管长度分别为  $6h$  与  $6b$  的较大值、 $10H$  与  $10B$  的较大值, 如

无特别说明, 加载方式均采用工程实际中最常见的两侧同向加载方式施加集中弯矩 (如图 1 所示).

### 2.1 节点几何特征参数 $H$ 、 $B$ 、 $T$ 的影响

主管截面高度  $H$  反映节点绝对几何尺寸的因子, 如其他几何参数不变, 而  $H$  增加, 则支管主管截面的高宽都增加, 从而可能增加节点刚度. 主管截面宽度  $B$  反映了两侧主管腹板 (与支管根部相贯) 的间距, 从求初始刚度限于小变形的角度来讲, 只要主管两侧腹板的间距不是太小, 那么在平面内弯矩作用下, 两侧支管根部的局部变形可能相对独立而不产生相互影响. 主管腹板的厚度  $T$  直接反映主管对支管的约束程度,  $T$  越大则节点刚度越大, 而式 (8) 表明节点平面内抗弯刚度跟  $T^3$  成正比. 图 5 给出了采用有限元单参数分析 (变化某一参数而保持其他参数相同) 所得节点抗弯初始刚度和相应参数  $H$ 、 $B$ 、 $T$  的关系, 图中的散点为有限元所得数据, 直线为根据散点拟合而来.

由图 5 可以看出, 其他参数不变 ( $H=300$  mm、 $T=20$  mm、 $b \times h \times t=150 \times 200 \times 12$  mm、 $\theta=90^\circ$ ) 而  $B$  在  $150 \sim 550$  mm 变化时, 节点抗弯刚度  $K_{mi}$  变化非常小 (最大值和最小值间的差异低于 1%), 完全可以认为  $K_{mi}$  与  $B$  无关; 当其他参数不变 ( $B \times H=300 \times 450$  mm、 $b \times h=165 \times 247.5$  mm、 $\tau=0.8$ 、 $\theta=90^\circ$ ) 仅  $T$  变化时,  $K_{mi}/T^3$  变化较小 (最大值和最小值间的差异约 5.8%, 最大值及最小值和平均值间的差异约 3%), 可近似认为  $K_{mi}$  与  $T^3$  成正比, 亦验证了式 (8) 关于节点刚度跟  $T^3$  成正比关系. 根据其他参数不变 ( $B=250$  mm、 $T=20$  mm、 $\tau=0.6$ 、 $h/H=2/3$ 、 $b/H=0.5$ 、 $\theta=90^\circ$ ) 仅变化  $H$  ( $150 \sim 500$  mm) 所得数据分析来看, 节点抗弯初始刚度  $K_{mi}$  与  $H^a$  ( $0.65 \leq a \leq 0.7$ ) 呈现较好的近似正比关系, 图 5 给  $K_{mi}$  随  $H^{0.7}$  关系曲线, 由图可见呈现较好的正比关系 (相应的各散点  $K_{mi}/H^{0.7}$  值中最大和最小之间误差约 5.8%), 故可取  $a=0.7$ .

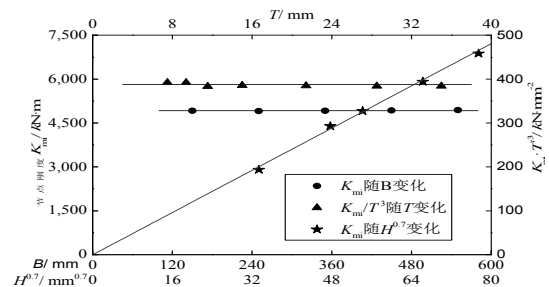


图 5 参数  $H$ 、 $B$ 、 $T$  对节点抗弯刚度的影响

Fig. 5 Effect of parameters  $H$ ,  $B$  and  $T$  on bending rigidity

### 2.2 节点几何特征参数 $\theta$ 、 $\tau$ 、 $h/H$ 、 $b/H$ 的影响

分析参数  $h/H$  ( $b/H$ ) 对 X 型矩形相贯节点平面内抗弯初始刚度  $K_{mi}$  的影响时, 节点几何参数固定  $B \times H \times T = 300 \times 450 \times 13 \text{ mm}$ 、 $\tau = 0.7$ 、 $\theta = 90^\circ$ 、 $b/H = 0.5$  ( $h/H = 0.4$ ), 变化  $h/H = 0.25$ 、 $0.4$ 、 $0.55$ 、 $0.7$ 、 $0.85$  (变化  $b/H = 0.2$ 、 $0.4$ 、 $0.5$ 、 $0.6$ 、 $0.8$ ); 分析参数  $\theta$  ( $\tau$ ) 影响时, 节点几何参数取  $B \times H \times T = 300 \times 450 \times 11.5 \text{ mm}$ 、 $b \times h = 165 \times 247.5 \text{ mm}$ 、 $\tau = 0.75$  ( $\theta = 90^\circ$ ), 变化  $\theta = 30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $90^\circ$  (变化  $\tau = 0.3$ 、 $0.45$ 、 $0.6$ 、 $0.75$ 、 $0.9$ )。图 6 给出无量纲参数  $1 - h/H$  (为了与式 (8) 中的变量形式一致而将参数  $h/H$  改为  $1 - h/H$ )、 $b/H$ 、 $\theta$ 、 $\tau$  对  $K_{mi}$  的影响。

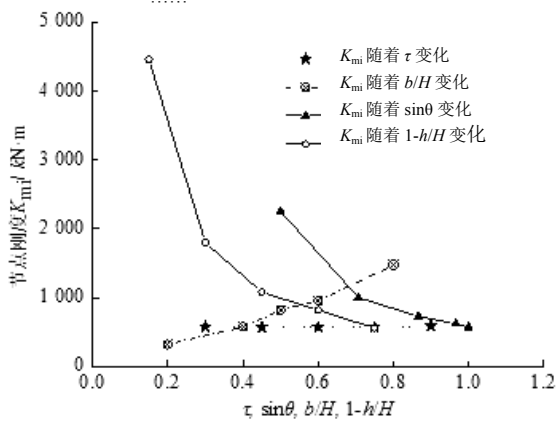


图 6 参数  $\tau$ 、 $\theta$ 、 $b/H$ 、 $h/H$  对节点抗弯刚度的影响  
Fig. 6 Effect of parameters  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $b/H$  and  $h/H$  on rigidity

由图 6 可看出,  $K_{mi}$  随着  $h/H$ 、 $b/H$  的增加而增加,  $1 - h/H$  (或  $b/H$ )  $\sim K_{mi}$  的曲线关系大致呈指数函数或幂函数或两者兼具的形式; 进一步数据分析表明参数  $h/H$  与  $b/H$  对节点抗弯刚度的影响呈现出复杂的耦合效应, 简化的 6 杆系模型也体现了这点, 因为刚度理论公式 (8) 式中的函数  $f_1(h/H, b/H, \sin\theta)$  就是一种关于参数  $1 - h/H$  与  $b/H$  耦合的函数形式。由图亦可看出, 参数  $\tau$  对  $K_{mi}$  的影响非常小 (最大值与最小值的差异不到 4%), 可忽略不计; 而  $\sin\theta \sim K_{mi}$  的曲线关系大致呈现幂函数形式, 进一步数据分析表明, 扣除误差较大点 ( $\theta = 30^\circ$ ) 外, 其余四点的  $K_{mi}$  与  $1/(\sin\theta)^n$  ( $1.5 \leq n \leq 1.7$ ) 呈较好的正比关系 (误差约为 5%)。

### 2.3 节点两侧支管荷载差异的影响

X 型节点的特点是两侧各一根支管, 工程实际中 (此类节点较广泛用于单层扁平网壳等空间结构体系) 常见做法是两侧支管采用相同的截面几何参数与材性。但在风荷载等侧向荷载作用下, 两侧支管引起的平面内弯矩可能不同, 取三种较为极端的情况来分析: 两侧支管受力相同 (工况 1)、一侧为

零 (工况 2)、两侧受力大小相同但方向相反 (工况 3), 如图 7 所示。

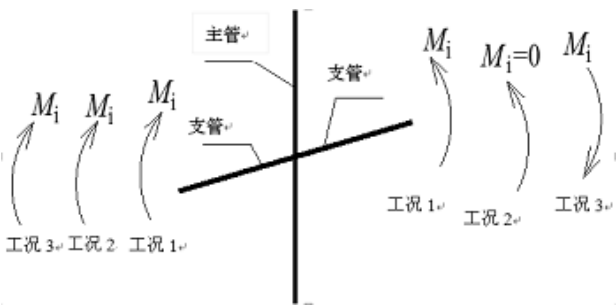


图 7 节点平面内受弯的三个工况示意图  
Fig. 7 Three kinds of in-plane bending for the X-joint

主要针对参数  $h/H$ 、 $b/H$  (对节点抗弯刚度影响较大且存在较复杂的耦合效应) 设计节点有限元模型来分析工况对节点刚度的影响, 考虑到工程可行性使用范围为  $h/H \geq 0.25$ 、 $0.5 \leq b/h$  及  $B/H \leq 2^{[12]}$ , 并考虑到塑性铰线模型 (6 杆系模型的前提) 的使用范围是  $h/H \leq 0.85^{[12]}$ , 最终确定  $h/H$  取  $0.25 \sim 0.85$ 、 $b/H$  取  $0.125 \sim 1.7$  共计 20 个节点有限元模型, 具体详见表 1, 节点模型中的其它几何参数为:  $B \times H \times T = 300 \times 390 \times 13 \text{ mm}$ 、 $\theta = 90^\circ$ 、 $\tau = 0.7$ 。表 1 给出

表 1 三种不同工况下节点抗弯刚度的比较  
Tab. 1 Flexural rigidity comparison between three kinds of in-plane bending

参数 $h/H(b/H)$	$K_{mi}/\text{kN}\cdot\text{m}$ 工况 1/2/3	误差 1[2]/%
0.25 (0.125)	183/187/190	2.1[3.7]
0.25 (0.25)	294/300/307	2.1[4.4]
0.25 (0.375)	406/417/429	2.7[5.5]
0.25 (0.5)	558/576/596	3.3[6.8]
0.4 (0.2)	321/328/336	2.2[4.5]
0.4 (0.4)	576/594/613	3.1[6.4]
0.4 (0.6)	956/995/1 036	4[8.4]
0.4 (0.8)	1 474/1 544/1 621	4.7[9.9]
0.55 (0.275)	525/538/553	2.6[5.3]
0.55 (0.55)	1 212/1 257/1 304	3.7[7.6]
0.55 (0.825)	2 337/2 432/2 536	4.1[8.5]
0.55 (1.1)	3 971/4 119/4 278	3.7[7.7]
0.7 (0.35)	1 019/1 043/1 069	2.4[4.9]
0.7 (0.7)	3 114/3 172/3 232	1.9[3.8]
0.7 (1.05)	6 903/6 855/6 807	0.7[1.4]
0.7 (1.4)	12 720/12 505/12 448	1.7[2.1]
0.85 (0.425)	2 967/2 804/2 784	0.7[1.5]
0.85 (0.85)	11 980/11 072/107 85	7.6[10]
0.85 (1.225)	2 8130/2 5550/2 5275	8.9[10]
0.85 (1.7)	59 880/47 292/46 450	21[22]

每个节点模型在荷载工况 1~3 情况下的节点平面内抗弯初始刚度  $K_{mi}$ , 表中误差 1、2 分别为工况 2、3 相对于工况 1 的误差. 由表 1 可知, 误差随着  $b/H$  和  $h/H$  的增大呈大致增长趋势, 但扣除  $h/H=0.85$  且  $b/H=1.7$  这个工程很少见到的极端情况外, 其余误差都在 10% 以内, 工程实际中可忽略两侧支管根部平面内弯矩的差异对节点抗弯刚度的影响, 用两侧支管受力相同 (工况 1) 的刚度来表示节点平面内抗弯初始刚度.

### 3 节点抗弯初始刚度的建立与校验

通过单参数分析, 以及对节点刚度理论公式 (8) 式中的函数  $f_1(h/H, b/H, \sin\theta)$  进行分离变量处理-即  $\theta$  变量分离出来并将  $1-h/H$ 、 $b/H$  的公共项目提取出来, 如此可将平面 X 型矩形钢管相贯节点的平面内抗弯初始刚度  $K_{mi}$  的参数化表达式写为:

$$K_{mi} = \frac{ET^3}{(\sin\theta)^n} \left( \frac{H}{H_0} \right)^a \frac{(b/H)^2}{(1-h/H)^{1.5}} f(b/H, 1-h/H) \quad (9)$$

式中,  $n$  为一常数,  $a=0.7$ ,  $H_0$  可视为主管截面高度的某个参照量以实现无量纲化;  $(b/H)^2$ 、

$$K_{mi} = \frac{ET^3(H/H_0)^{0.7}}{(\sin\theta)^{1.61}} \frac{(b/H)^2}{(1-h/H)^{1.5}} \exp \left( 0.93 + 0.853\sqrt{1-h/H} \ln(1-h/H) + 1.587 \ln b/H + \frac{1.867}{b/H} - \frac{0.373}{(b/H)^{1.5}} \right) \quad (11)$$

利用前面节点有限元模型所得大量数据来校验节点平面内抗弯初始刚度  $K_{mi}$  的参数化计算公式 (即 (11) 式) 的合理性. 节点有限元模型涉及参数范围为  $h/H$  (0.25~0.85)、 $b/H$  (0.125~1.7)、 $\theta$  ( $45^\circ \sim 90^\circ$ )、 $\tau$  (0.3~0.9)、 $B$  (150~550 mm)、 $H$  (150~500 mm)、 $T$  (7.5~35 mm), 并将支管两侧根部承受不同弯矩 (工况 1~3) 时模型所得数据也列入比较, 共计 133 个. 图 8 给出了参数化计算公式 (11) 式和有限元计算数据的比较, 图中误差值为: (公式计算值-有限元计算值)/有限元计算值  $\times 100\%$ . 由图 8 可以看出: 误差在 10% 以内的内占了大部分 (约占总体的 70% 且其中有一半的误差在 5% 以内); 少量误差在 10%~15%; 极少数 (约占总体的 7%) 误差超过 15%, 其中误差超过 20% 的数据有两个 (约 21% 和 23%), 是节点几何参数极端情况 ( $h/H=0.85$  且  $b/H=1.7$ ) 下两侧支管弯矩为工况 2、3 所得数据, 表 1 表明其有限元所计算得工况 2、3 的刚度值跟工况 1 之间本身就差异较大 (超过 20%), 而节点刚度参数化计算公式是根据工况 1

$1/(1-h/H)^{1.5}$  反映了节点刚度  $K_{mi}$  跟参数  $b/H$ 、 $1-h/H$  成幂函数关系,  $f(b/H, 1-h/H)$  反映了参数  $b/H$  与  $1-h/H$  复杂的耦合效应, 可用指数函数来表示. 需要注意的是, 为了扣除  $\theta=30^\circ$  时误差较大的影响, 公式限定使用范围为  $\theta \geq 45^\circ$ , 基本上能符合大多数工程实际情况.

在表 1 已有 ( $\theta=90^\circ$  而变化  $b/H$ 、 $h/H$ ) 的 20 个节点有限元数据的基础上, 保持其它几何参数不变增加  $\theta=65^\circ$ 、 $45^\circ$  两组数据, 共计 60 个有限元数据来对 (9) 式进行回归分析. 首先, 取  $H_0=390$  mm, 对  $\theta=90^\circ$  那组 20 个数据进行分析来确定  $f(b/H, 1-h/H)$  的表达式的具体形式, 这个过程非常繁琐, 笔者根据数据的变化规律进行了关于  $b/H$  与  $1-h/H$  多种组合的尝试, 发现  $f$  采用指数函数形式、且里面的变量  $b/H$  与  $1-h/H$  带有对数和幂函数形式时与变化规律吻合较好, 最终取其中一种形式, 如下:

$$f = \exp(c_0 + c_1 \sqrt{x} \ln x + c_2 \ln y + c_3/y + c_4/y^{1.5}) \quad (10)$$

式中  $x$ 、 $y$  分别为  $1-h/H$ 、 $b/H$ . 最后, 将式 (10) 带入式 (9) 并用 60 个有限元数据进行置信度为 95% 的多元非线性回归分析, 确定待定系数  $n$  及  $c_0 \sim c_4$  并确定刚度计算公式  $K_{mi}$ :

所得数据回归拟合而来. 因此, 基于 6 杆系模型为理论发展而来的平面 X 型矩形钢管相贯节点平面内抗弯初始刚度计算公式 (即 (11) 式) 总体上较好地反映了节点的平面内抗弯半刚性.

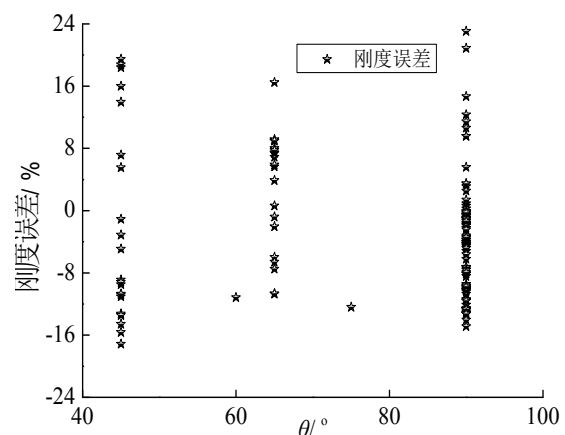


图 8 平面内抗弯初始刚度计算公式与有限元的误差  
Fig. 8 Error for the initial in-plane flexural rigidity between calculation formula and FEA

### 4 结论

(1) 建立关于平面 X 型矩形相贯节点平面内抗弯刚度计算的 6 杆系模型, 确定了每根杆件的边界条件, 推导建立了节点刚度理论公式。

(2) 对节点有限元模型计算所得数据进行单参数分析, 验证了节点刚度理论公式中某些项 (如  $ET^3$ ) 可直接用于工程计算, 而且分析了各个参数对节点抗弯初始刚度的影响。

(3) 将节点刚度理论公式进行修正, 建立能用于工程实际的节点平面内抗弯初始刚度参数化计算公式, 并进行校验。

## 参考文献 References

- [1] OCHI K. Rotational stiffness of rectangular tubular joints flexural rigidity equation and classification of unstiffened connections[C]//4th Pacific Structural Steel Conference, New York: Elsevier Science Ltd, 1995.
- [2] KAVEH A, MOEZ H. Analysis of frames with semi-rigid Joints: A graph-theoretical approach[J]. Engineering Structures, 2006, 28(6): 829-836.
- [3] WANG J F, LI G Q. A practical design method for semi-rigid composite frames under vertical loads[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2008, 64(2): 176-189.
- [4] 王伟, 陈以一. 节点半刚性钢桁架受压腹杆计算长度分析[J]. 工程力学, 2005, 22 (5): 131-135.  
WANG Wei, CHEN Yiyi. Analysis of effective length of compressive braces in semi-rigid steel trusses[J]. Engineering mechanics, 2005, 22(5): 131-135.
- [5] 马会环. 半刚性节点单层球面网壳稳定性及其节点性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.  
MA Hui huang. Stability analysis of semi-rigidity single layer spherical reticulated shells and its joint system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007.
- [6] 范峰, 曹正罡, 崔美艳. 半刚性节点单层球面网壳的弹塑性稳定性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(4): 1-6.  
FAN Feng, CAO Zhenggang, CU Meiyang. Elastic-plastic stability of semi-rigidity joint single-layer reticulated domes[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(4): 1-6.
- [7] 贾良玖. 单层网壳节点分类标准[D]. 上海: 同济大学, 2010.  
JIA Liangjiu. Connection classification system for single-layered reticulated shells[D]. Shanghai: Tongji University, 2010.
- [8] 王啸. 方钢管相贯节点转动刚度性能研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2005.  
WANG Xiao. Studies on the rigidity of rotation for Rectangular Hollow Section (RHS) structure joints[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture & Technology, 2005.
- [9] 杜纯领. X 型圆钢管相贯节点平面外抗弯性能研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
DU Chunling. Study on out-of-plane bending properties of unstiffened X-type tubular joint[D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [10] 孟宪德. X 型圆钢管相贯节点平面外受弯滞回性能研究[D]. 上海: 同济大学, 2010.  
MENG Xiede. Research on hysteretic behavior of unstiffened CHS X-joints under out-of-plane bending[D]. Shanghai: Tongji University, 2010.
- [11] 武振宇, 谭慧光, 张耀春. 不等宽 T 型方钢管节点的刚度计算[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2002, 35(5): 22-27.  
WU Zhenyu, TAN Huiguang, ZHANG Yaochun. Stiffness of stepped T-type RHS joints subjected to axial loading[J]. Journal of Harbin University of C.E. & Architectur, 2002, 35(5): 22-27.
- [12] WARDENIER J. 钢管截面的结构应用[M]. 张其林, 刘大康 译. 上海: 同济大学出版社, 2004.  
WARDENIER J. Hollow sections in structural applications[M]. ZHANG Qiling, LIU Dakang Translation. Shanghai: Tongji University Press, 2004.

(本文编辑 沈波)