

关键链的随机性及在工程项目工期优化中应用研究

闫文周, 刘振超, 任格叶

(西安建筑科技大学管理学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 关键链在考虑资源约束条件下, 较关键线路法具有显著的优越性, 但由于受到各种不确定因素的影响, 使得工序作业时间表现出随机性, 从而导致关键链具有随机性。在采用传统方法识别出关键链基础上, 应用期望与方差的性质和同分布中心极限定理, 研究了关键链的期望工期和分布规律, 以及在某指定工期下的完工概率。当有多条关键链时, 选择完工概率最小的关键链作为重点控制对象。此方法对关键链的应用具有重要的指导意义。

关键词: 关键链; 随机性; 工期优化; 资源约束

中图分类号: TU723.1

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2015)04-0609-3

The randomness of the critical chain and its application in the optimization of engineering projects

YAN Wenzhou, LIU Zhenchao, REN Geye

(School of Management, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: The critical chain is obviously superior to the critical route method when considering the resource constraint. However, due to the influence of various uncertainties, the operation time is random, which leads to the random of the critical chain. Traditional method to identify the critical chain, based on the application of expectations and variance of the nature and the same distribution center limit theorem, to study the expected duration and distribution of the critical chain, as well as the probability of the completion of a specified period. When there are many critical chains, the key control object is the critical chain of the least completion probability. This method has important guidance for the application of critical chain.

Key words: the critical chain; randomness; time optimization; resource constraints

项目实施过程中, 经常会出现资源冲突现象, 影响工程项目的顺利进行。基于 CPM 的传统进度管理方法, 在解决资源约束方面具有明显的局限性。而基于约束理论的关键链技术较好地解决了此问题, 关键链技术的实质是解决约束下的资源优先分配问题亦称工期优化问题。但由于受到各种不确定因素的影响, 使得工序作业时间表现出随机性, 从而导致关键链具有随机性, 即关键链的总工期是一个随机变量。如何既考虑资源约束条件, 又考虑关键链的随机性。为此, 应用同分布中心极限定理研究了关键链总工期的概率分布, 实现了关键链技术与计划评审技术的结合, 较好地解决了资源有限条件下关键链总工期的完工概率问题。该方法对实际施工具有重要的指导意义。

1 关键链法

关键链方法是综合考虑人为因素、资源冲突问

题以及任务之间逻辑关系等因素对项目进度进行管理的一种方法[1], 将人为因素、约束因素等不确定因素引入到关键链项目管理中, 尽可能的先给关键工作安排资源, 在关键工序与非关键工序同时共用同一资源时, 必然是安排给关键工序^[2-3]。关键链法解决资源冲突问题主要包括两个方面: 关键链的识别和缓冲区的设置。

1.1 关键链的识别

关键链识别是在充分考虑资源约束和工序逻辑关系下对项目进行资源分配, 不同的分配算法会产生不同的关键链, 应用较普遍的算法之一为启发式算法。启发式 ACTIM 值算法的流程为^[4-5]:

Step 1: 按照网络图绘制规则及工序间的逻辑关系绘制网络图。

Step 2: 估计每个工序的作业时间, 根据项目特点和工程量大小通过理论计算, 或根据统计资料、专家经验等估计各工序作业时间的期望和方差。

Step 3:按照传统的CPM方法找出工程项目的关键路径,得到该工程项目的总工期及各个工序的最迟开始时间。

Step 4:根据ACTIM准则得出每个工序的ACTIM值,计算公式如式(1)所示。

$$ACTIM = T_{\text{总}} - LS_{i-j} \quad (1)$$

其中:ACTIM为资源分配优先顺序; $T_{\text{总}}$ 为总工期; LS_{i-j} 为工序*i-j*的最迟开始时间。

Step 5:将ACTIM值由大到小排序,然后确定每个工序的开始与结束时间,并判断工序中资源使用量是否冲突,如果发生冲突,则需要调整,也就是改变逻辑关系。

Step 6:依照ACTIM值的排序,确定下一个工序的开始、结束时间。

如果 $R_{ij} + R_{ik} > R_c (a_{ij} > a_{ik})$, 则这个工序为

$$ES_{ij} = EF_{ik}, \text{ 否则 } ES_{ij} = ES_{ik};$$

Step 7:对于其余的工序重复Step 6 即可,直至所有工序的开始、结束时间都确定完成。

Step 8:得到网络图的关键链。

1.2 缓冲区的设置

缓冲区的设置主要是为了吸收消除安全时间后带来的风险以及通过缓冲区来监控进度计划的执行情况。我们采用根方差法计算缓冲区大小^[6]。

工序作业时间的方差为 σ_i^2 , 可以求出项目缓冲区(PB)大小以及汇入缓冲区(FB)的大小:

$$PB = \sqrt{\sum_{i \in CC} \sigma_i^2} \quad (2); \quad FB = \sqrt{\sum_{i \notin CC} \sigma_i^2} \quad (3)$$

其中, CC为关键链上的工序作业时间。

2 关键链的随机性

由于受到各种不确定因素的影响,各工序作业时间是一个随机变量,从而导致各工序最早开始时间、最迟开始时间以及网络计划总工期也是随机的,ACTIM值亦是一个随机变量,最终导致关键链具有随机性。

假设各工序作业时间服从同一分布,关键链上各工序作业时间期望值为 μ_i 、方差为 σ_i^2 , 根据期望与方差性质,总工期的期望 μ 和方差 σ^2 可得:

$$\mu = \sum \mu_i; \quad \sigma^2 = \sum \sigma_i^2$$

仅知道总工期的期望和方差,尚无法求得完工概率,还需确定总工期的概率密度函数。根据同分布中心极限定理,当关键链上的工序充分多时,总

工期趋于正态分布。

总工期的完工概率为

$$P = P(T \leq T_r) = \int_0^{T_r} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(T-\mu)^2}{2\sigma^2}} dT \quad (4)$$

其中: P 为满足某指定工期的完工概率; T_r 为指定工期或合同工期; μ 为关键链的期望工期; σ^2 为关键链的工期的方差值。

由此,即可求得在某指定工期 T_r 下的完工概率,以及某要求概率下的完工期。

当一个网络图中有多条关键链时,各关键链的期望工期相等,但在某指定工期下的完工概率不等,此时,应选择完工概率最小的关键链作为重点控制对象。网络计划的总完工概率为各关键链完工概率之积。

3 实例验证

(1)已知条件:某工程的相关资料如表1所示。假设资源限量 $R_a = 12$ 单位,指定工期 $T_r = 14.3d$ 。

表 1 工序作业时间相关参数

Tab.1 Operation time related parameters

工序名称	紧后工作	作业时间期望	作业时间方差
B	C	3	0.3
A	D	4	0.5
C	E、F	3	0.6
E	G	3	0.7
D	/	5	0.2
G	/	3	0.8
F	/	4	0.2

(2)绘制网络图。根据表1所示的已知条件,绘制的网络计划如图1所示,箭线上方的数字表示工序的资源强度,箭线下方的数字表示工序作业时间的期望值。

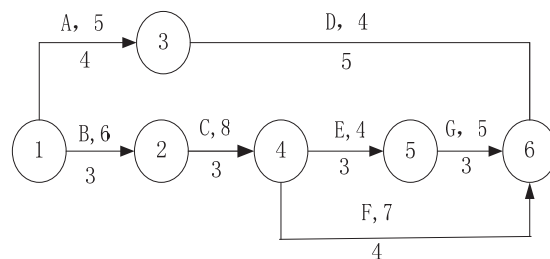


图 1 某项目网络计划图

Fig.1 Network plan for a project

(3)识别关键链。采用ACTIM启发式算法识别关键链,根据各工序作业时间期望值确定ACTIM值,并计算各工序开始时间、结束时间,结果如表2所示。

表2 资源影响下关键链的识别过程及计算工期

Tab.2 The identification process and calculation period of the critical chain under the influence of resources

工序	1-2	1-3	2-4	4-5	3-6	5-6	4-6
ACTIM 值	12	9	9	6	5	3	4
工序持续时间	3	4	3	3	5	3	4
资源需求量	6	5	8	4	4	5	7
开始时间	0	0	4	7	4	10	9
结束时间	3	4	7	10	9	13	13

根据上述方法,可以得到 A-C-E-G 和 A-D-F 两条关键链(虚线部分),期望工期均为 13d,如图 2、图 3 所示。

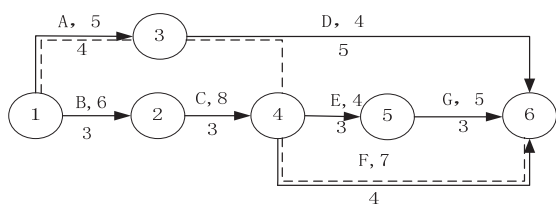


图2 关键链 A-D-F 示意图

Fig.2 Diagram of critical chain A-D-F

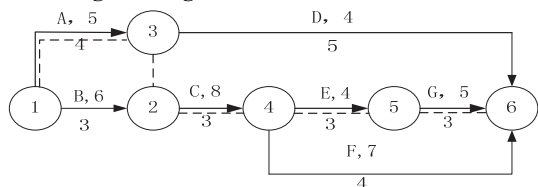


图3 关键链 A-C-E-G 示意

Fig.3 Diagram of critical chain A-C-E-G

(4)确定完工概率. 有两条关键链, 分别计算:

① 对关键链 A-D-F 而言:

$$\mu_1 = \mu_A + \mu_D + \mu_F = 4 + 5 + 4 = 13$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_A^2 + \sigma_D^2 + \sigma_F^2 = 0.5 + 0.2 + 0.5 = 1.2$$

该线路在指定工期 14.3d 内完工的概率, 由式

(4) 可得 $P_1 = 0.88$.

② 对关键链 A-C-E-G 而言:

$$\mu_1 = \mu_A + \mu_C + \mu_E + \mu_G = 4 + 3 + 3 + 3 = 13$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_A^2 + \sigma_C^2 + \sigma_E^2 + \sigma_G^2 = 0.5 + 0.6 + 0.7 + 0.8 = 2.6$$

该线路在指定工期 14.3d 内完工的概率 $P_2 = 0.79$.

则, 整个计划在 14.3d 完工的概率为

$$P = P_1 \times P_2 = 0.70.$$

由于 $P_2 < P_1$, 应选择关键链 A-C-E-G 作为重点控制对象。

(5) 以关键链 A-C-E-G 为对象, 设置缓冲区. 采用根方差法, 在关键链的末尾设置项目缓冲区 PB, 在非关键链汇入关键链处设置汇入缓冲区 FB, 用以吸收不确定因素的影响. 如图 4 所示(虚线表示关键链)。

$$PB = \sqrt{0.5^2 + 0.6^2 + 0.7^2 + 0.8^2} = 1.3$$

$$FB_1 = \sqrt{0.2^2} = 0.2, \quad FB_2 = \sqrt{0.5^2} = 0.5$$

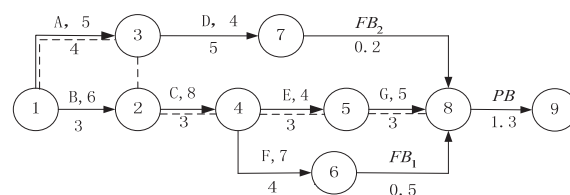


图4 最终网络图

Fig.4 Final network diagram

网络计划总工期为 $13 + 1.3 = 14.3d$, 完工概率为 0.70. 这是在充分考虑了关键链的随机性, 以及通过设置缓冲区用以吸收不确定因素的影响后所确定工期, 更符合实际。

4 结论

研究了资源有限, 并且有指定工期要求条件下的最优计划安排问题, 分析了关键链的随机性, 提出了关键链总工期的概率分布, 在此基础上, 解决了关键链的完工概率, 以及当有多条关键链时, 应选择的重点控制对象和缓冲区的设置. 论文所提方法对扩展关键链的实际应用具有重要意义。

参考文献 References

- [1] 李志坚. 建筑工程进度影响因素及其控制措施[J]. 建筑设计管理, 2010, (2): 68-69.
LI Zhijian. Factors affecting the construction and control measures[J]. Arch. Desi. Mana., 2010(2): 68-69.
- [2] 林晶晶. 考虑资源可替代性的关键链识别与缓冲设置方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2011.
LIN Jingjing. Study on critical chain identification and buffer settlement considering research substitutability[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2011.
- [3] 查京民, 王波. 关键链法在项目进度规划中的应用研究[J]. 工程管理学报, 2014, 28(5): 73-77.
ZHA Jingmin, WANG Bo. Critical chain in project schedule planning[J]. Journal of Engineering Management, 2014, 28(5): 73-77.
- [4] 郭波. 新建变电站项目进度管理及应用研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2012.
GUO Bo. New substation project schedule management and applied research[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2012.
- [5] 李双辰, 王艳春. 基于灰色关联的关键链缓冲设置方法研究[J]. 科技管理研究, 2013, (9): 203-206.
LI Shuangchen, WANG Yanchun. Study on critical buffer sizing based on GAR[J]. Science and Technology Management Research, 2013, (9): 203-206.
- [6] XIE Xuemei, YANG Guang, LIN Chuang. Software development projects IRSE buffer settings and simulation based on critical chain[J]. The Journal of China University of Posts and Telecommunications, 2010, 17(1): 100-106

(编辑 沈波)