

混凝土短梁斜向开裂后的有效剪切刚度与变形

张兴虎, 李 婷, 姜维山

(西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 为了研究钢筋混凝土短梁有效剪切刚度的计算, 根据以往试验资料分析了短梁开裂后的斜裂缝形态及其发展, 探讨了此阶段的剪切刚度变化规律; 在变角桁架模型的基础上运用内插法得出混凝土从斜向开裂至 $0.8F_u$ 阶段的有效剪切刚度, 进而计算出相应的剪切变形和挠度, 并与试验结果进行比较; 此外, 将计算值与其它三种方法的计算值进行了对比分析. 结果表明, 按本方法计算出的挠度值与试验值符合较好; 相对于其它方法, 本方法能较好地预测短梁自斜向开裂至 $0.8F_u$ 阶段的变形, 且提高了计算精度.

关键词: 短梁; 有效剪切刚度; 斜裂缝; 变角桁架模型; 内插法

中图分类号: TU375.1

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2016)01-0058-05

Effective shear stiffness and deformation of concrete short beams after diagonal cracking

ZHANG Xinghu, LI Ting, JIANG Weishan

(School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: To study the calculation of effective shear stiffness of reinforced concrete short beam, the shapes and developments of the diagonal crack after the short beam cracking were analyzed according to the previous test data, and the variation of shear stiffness in this stage was discussed. Based on the variable angle truss model, the effective shear stiffness of short beam from diagonal cracking to $0.8F_u$ was obtained by using the interpolation. Then the corresponding shear deformation and deflection were calculated, and compared with experimental results. In addition, a contrastive analysis of the calculated values of this method and other three methods were carried out. The results show that the deflection values calculated by this method are in good agreement with the experimental values. Compared with others, the proposed approach can better predict the deflections of the short beam from diagonal cracking to $0.8F_u$, and improve the accuracy of calculation.

Key words: short beam; effective shear stiffness; diagonal crack; variable angle truss model; interpolation

钢筋混凝土短梁在建筑、桥梁等工程领域中的应用较为广泛, 如高层建筑梁式转换层结构中的转换梁, 部分桥梁下部结构中的盖梁等, 其跨高比为 $l_0/h=2(2.5)\sim 5$, 属短梁范畴^[1]. 近年来, 关于短梁的研究多集中在承载力方面, 而对其剪切刚度及变形的研究较少; 现行《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010)^[2]也并未涉及剪切刚度及变形的计算; 已有研究表明^[3-4], 对于跨高比较小的短梁构件, 其剪切变形所占比重较大, 不可忽略. 因此, 有必要继续研究此类构件的剪切刚度计算方法.

混凝土梁在斜向开裂前, 其剪切刚度为定值, 可用一般弹性力学方法计算. 但开裂后, 斜裂缝的形态及倾角随着荷载的增加而发生不同的变化, 致使梁的截面性质发生改变, 此时剪切刚度是一个变化的值, 不能再用弹性方法计算. 熊进刚^[3]采用刚度降低系数的思想给出临界斜裂缝状态下的剪切刚度, 通过插值法得到开裂阶段的有效剪切刚度. Park^[5]基于 45° 定角桁架模型推导出混凝土开裂

后的瞬时剪切刚度. 吕志涛等^[6]将混凝土开裂后的剪切变形分为混凝土部分和桁架部分, 并利用变角桁架模型计算了桁架部分承担的剪切变形. Pan 等^[7]将梁开裂后的剪切变形曲线简化为一条直线, 并结合变角、定角桁架模型提出了混凝土梁斜向开裂后的瞬时剪切变形计算方法. Wang Tiao 等^[8]提出了多角度桁架模型, 考虑剪跨段弯矩的变化对斜裂缝倾角的影响, 并导出了极限剪切变形的计算公式.

基于以上研究背景, 提出了综合考虑插值法和变角桁架模型的剪切刚度计算方法, 且依据试验资料进行了钢筋混凝土短梁斜向开裂后的有效刚度及其变形计算, 与已有方法进行对比, 探讨该方法的可行性.

1 斜向开裂后变形的计算

1.1 理论分析

混凝土开裂前, 构件处于弹性状态, 相应的剪

切刚度用弹性方法确定:

$$K_{v1} = GA_c \quad (1)$$

式中: G 为剪切模量, 且 $G=E_c/2(1+\mu)$, A_c 为构件截面抗剪面积, 对于矩形截面梁, A_c 近似取 $0.83A$, A 为矩形截面实际面积; E_c 为混凝土弹性模量, 根据文献[9]按式(2)确定:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad (2)$$

f'_c 为圆柱体抗压强度, 其与立方体抗压强度的换算关系按文献[10]方法确定; 实际应用中 μ 一般取平均值 0.2, 则有 $G \approx 0.417E_c$, 代入(1)式得下式:

$$K_{v1} \approx 0.417E_c A_c \quad (3)$$

混凝土斜向开裂瞬间, 截面受剪面积减少, 剪切刚度随之下降, 且从以往短梁试验^[11-13]中可以看出, 其荷载—挠度曲线(见图 2)的斜率在开裂以后呈逐渐减小的趋势, 因此混凝土开裂前的刚度 K_{v1} 为剪切刚度上限值。

开裂后, 随着荷载的增加, 斜裂缝数目逐渐增多, 裂缝宽度及倾角也在发生不同程度的改变, 梁的抗剪机制向桁架状态过渡; 对于跨高比较小的短梁, 先出现的裂缝倾角一般均比后出现的裂缝倾角大, 整个梁的斜裂缝形态大体呈“一簇形”, 几乎不出现平行裂缝, 因此, 采用变角桁架模型计算梁开裂后的刚度及变形是合理的。当荷载增加到某一值时, 箍筋发生屈服, 裂缝宽度开始明显增加, 裂缝间混凝土应力基本为零且混凝土即将退出工作, 即达到完全裂缝阶段, 此时, 梁的抗剪机制接近于全桁架机制, 定义其相应的剪切刚度为 K_{v2} 。

事实上, 混凝土开裂后, 裂缝间混凝土应力并未立即为零。与受弯构件类似, 裂缝间混凝土与穿过裂缝的箍筋之间有粘结力的作用, 这种作用产生受拉刚化效应, 延缓了刚度的衰减, 且位于支座及加载点附近的混凝土, 受集中荷载所产生的竖向应力的影响较大, 裂缝间混凝土也存在压应力。因此, 若假定此阶段梁的有效剪切刚度为 K_{ve} , 则有下列关系:

$$K_{v2} \leq K_{ve} \leq K_{v1} \quad (4)$$

1.2 刚度 K_{v2} 的计算

根据上述分析, 开裂后刚度值 K_{v2} 采用文献[6]中变角桁架模型的计算结果:

$$K_{v2} = \frac{\rho_v n_v E_c A_v \cot^2 \alpha}{1 + 4\rho_v n_v (1 + 0.39 \cot^2 \alpha)^2} \quad (5)$$

式中: α 为变角桁架模型斜压杆的最小倾角, 按式(7)计算; ρ_v 为配箍率; $A_v = bd_v$, b 为截面宽度, d_v 为内力臂, $d_v = \gamma_s h_0$, γ_s 为内力臂系数, h_0 为截面

有效高度; $n_v = E_{sv}/E_c$, E_{sv} 为箍筋的弹性模量。

文献[6]-[8]均用最小能量原理确定了斜压杆的最小倾角, 这里采用文献[6]的计算结果:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan \left(\frac{0.61 + \frac{0.73}{\frac{E_c A_v}{1 + 4n_v \rho_v} + \frac{E_s A_s}{\rho_v n_v E_c A_v}}}{\frac{d_v}{a}} \right)^{0.25} \\ \alpha \geq \arctan \left(\frac{d_v}{a} \right) \end{cases} \quad (6)$$

将(6)式进行基本的数学运算, 整理得以下公式:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan \left(\frac{0.61 + \frac{0.73\gamma_s}{\frac{n_s \rho_s}{4 + \frac{1}{n_v \rho_v}}}}{\frac{d_v}{a}} \right)^{0.25} \\ \alpha \geq \arctan \left(\frac{d_v}{a} \right) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $n_s = E_s/E_c$, E_s 为弹性模量, a 为剪跨长, ρ_s 为纵筋配筋率。

1.3 内插法确定斜向开裂后的有效剪切刚度 K_{ve}

Pan 等^[7]提出将开裂后的剪切变形曲线简化为一条直线, 认为构件从开裂到屈服这一阶段刚度的变化规律基本一致; 然而根据以往研究资料^[11-13], 混凝土梁刚开裂后的一段时间内, 刚度衰减较快, 但随着荷载的增加, 斜裂缝形态逐步发展成熟, 桁架机制越来越明显, 剪切刚度的衰减速度则相应降低, 直至构件发生破坏。因此, Pan 等的方法缺乏一定的合理性。根据以上分析, 建议采用文献[3]所述曲线关系(见图 1)来模拟开裂后有效剪切刚度随荷载的变化, 通过在 K_{v1} 与 K_{v2} 之间内插的方法得到混凝土开裂后的有效剪切刚度 K_{ve} , 具体公式见式(8)。

$$K_{ve} = \left(\frac{F_{cr}}{F} \right)^3 K_{v1} + \left(1 - \left(\frac{F_{cr}}{F} \right)^3 \right) K_{v2} \quad (8)$$

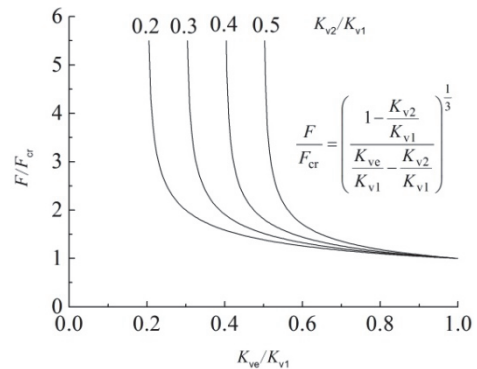


图1 K_{ve}/K_{v1} 随 F/F_{cr} 的变化关系

Fig.1 The variation relationship of K_{ve}/K_{v1} with F/F_{cr}

式中: F 为计算挠度时的荷载; K_{v1} 、 K_{v2} 分别按式(3)、(5)计算; F_{cr} 为梁斜向开裂时的荷载, 当短梁加载方式为跨中单点加载时, 有

$$F_{cr} = 2V_{cr} \quad (9)$$

式中: V_{cr} 为梁的开裂剪力, 按式(10)、(11)计算.

对于式(8), F_{cr}/F 仅为表示荷载变化的一个变量, 便于表达有效刚度随荷载的变化. 由图 1 可见, 当荷载 F 比 F_{cr} 大的不多(刚开裂后一段时间)时, K_{ve}/K_{v1} 的比值迅速下降; 而当 F_{cr}/F 较小, 也即 F 比 F_{cr} 大的多时, K_{ve}/K_{v1} 值下降速度减慢, 这与 1.1 节和 1.3 节的理论分析较吻合, 可以近似表达有效剪切刚度随荷载的变化.

关于构件斜裂缝开裂剪力的计算公式已有相当多的研究成果, 经比较分析, 建议采用美国 ACI 规范的计算公式:

$$V_{cr} = (0.16\sqrt{f'_c} + 17\rho_s \frac{Vh_0}{M})bh_0 \quad (10)$$

$$V_{cr} \leq 0.29\sqrt{f'_c}bh_0 \quad (11)$$

式中: Vh_0/M 取值不宜大于 1.

1.4 挠度计算

弯曲刚度 B 及弯曲变形 δ_m 按现行《混凝土结构设计规范》(GB-50010)^[2] 计算. 开裂后的剪切变形结合上述分析结果按结构力学方法计算:

$$\delta_v = \sum \int_l \frac{kV\bar{V}}{K_{ve}} dx \quad (12)$$

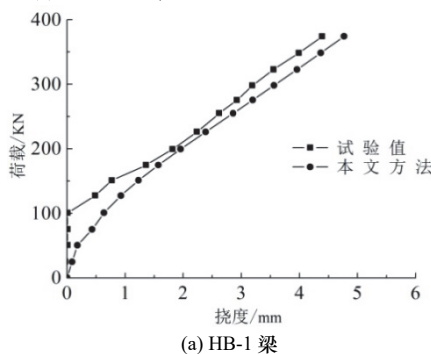
式中: k 为剪切效应系数, 对于矩形截面, 开裂前取 $k=1.2$ ^[14], 开裂后取 $k=1.5$ ^[15]. 则总挠度 δ 为:

表 1 最小斜裂缝倾角计算值与试验值的比较

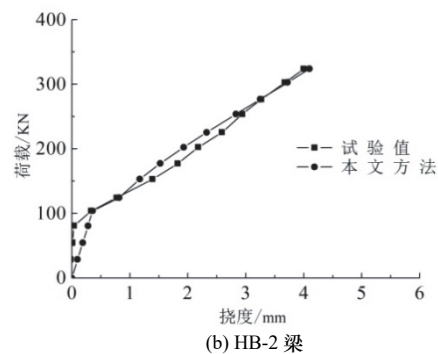
Tab.1 Comparisons between calculated values and test values of minimum diagonal crack angle

数据来源	试件编号	$\alpha_{cal}/^\circ$	$\alpha_{exp,l}/^\circ$	$\alpha_{exp,r}/^\circ$	$\frac{\alpha_{exp,l}}{\alpha_{cal}}$	$\frac{\alpha_{exp,r}}{\alpha_{cal}}$
文献[11]	HB-1	28.52	23	25	0.806	0.877
	HB-2	28.55	24	26	0.853	0.924
	HB-3	28.13	29	32	1.031	1.138
	HB-4	25.13	29	29	1.154	1.154
	HB-5	24.8	31	28	1.248	1.127
	HB-6	24.6	25	25	1.016	1.016
文献[13]	SB-3	31.91	30	33	0.94	1.034
	ASB-2	31.82°	30	34	0.943	1.069
平均值					0.999	1.042
变异系数					0.138	0.091

注: α_{cal} 为式(7)计算值; $\alpha_{exp,l}$ 为单跨梁左侧最小斜裂缝倾角实测值; $\alpha_{exp,r}$ 为单跨梁右侧最小斜裂缝倾角实测值.



(a) HB-1 梁



(b) HB-2 梁

2 斜向开裂后剪切变形的试验验证

本文采用文献[11]-[13]中共 15 根短梁的试验数据对所建议方法进行验证.

2.1 最小斜裂缝倾角的验证

用式(7)计算出文献[11]中 6 根梁及文献[13]中 2 根梁的最小斜裂缝倾角 α_{cal} , 且从文献的裂缝资料中获取相应的裂缝倾角实测值 α_{exp} , 具体数值见表 1. 由表 1 可知, 实测值 α_{exp} 与计算值 α_{cal} 之比 $\alpha_{exp}/\alpha_{cal}$ 的平均值和变异系数依次为, 单跨梁左侧: 0.999、0.138, 单跨梁右侧: 1.042、0.091. 表明式(7)可用于计算此类短梁的最小斜裂缝倾角.

2.2 变形的验证

按上述方法计算此 15 根梁从开始加载至 $0.8F_u$ 阶段的剪切变形 δ_v , 按现行规范^[2] 方法计算此 15 根梁从开始加载至 $0.8F_u$ 阶段的弯曲变形 δ_m , 最后按式(13)计算出梁的总挠度 δ . 从每个文献选出 1~2 个试件, 其总挠度 δ 随荷载变化的计算值及实测值见图 2. 从图 2 可以看出, 本文方法能较好地预测短梁从斜向开裂至 $0.8F_u$ 阶段的总挠度; 且弥补了规范方法未考虑剪切变形的不足.

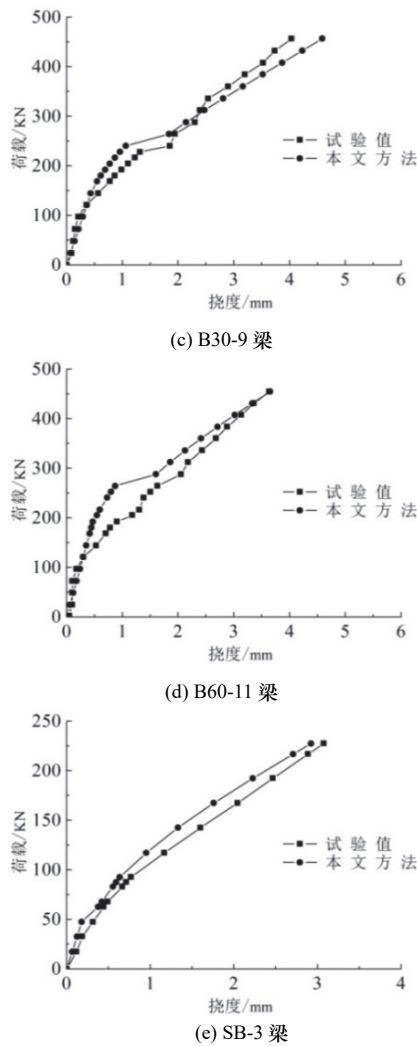


图 2 梁荷载-挠度曲线比较
Fig.2 Comparisons of load-deflection curves of beams

3 挠度计算方法的对比与分析

为证明本文方法的合理性及优越性,采用文献[3]、[5]、[6]方法计算试验梁从斜向开裂到 $0.8F_u$ 阶段的剪切变形,进而计算出总挠度 δ ,与本文建议方法进行对比,见表 2。从表 2 可以看出,本文方法计算值与试验结果吻合较好,且与其它 3 种计算方法相比,本文建议方法具有较高的精度。

分析表 2 的计算结果可知,文献[3]方法的计算值偏小,这是因为该方法定义短梁临界斜裂缝倾角为 $\alpha=\arctan(1/\lambda)$,这对于截面高厚比较大的薄腹梁比较适用,但对于高厚比一般的普通短梁可能缺乏一定的精度,这从文献[11]的裂缝资料可以看出,临界斜裂缝倾角明显大于 $\arctan(1/\lambda)$,即实际穿过斜裂缝的箍筋数目偏少,因此,对于本文所述的短梁类型,文献[3]的方法高估了剪切刚度。

表 2 不同剪切变形计算方法的比较
Tab. 2 Comparisons of different calculation methods of shear deformation

数据来源	试件编号	b/mm	h/mm	跨高比	f_{cu}/MPa	$\rho_s/\%$	$\rho_v/\%$	斜向开裂到 $0.8F_u$ 阶段总挠度 $\delta_{cal}/\delta_{exp}$ 平均值			
								文献[3]法	文献[5]法	文献[6]法	本文方法
文献[11]	HB-1	150	300	4	59.25	3.45	0.47	1.13	1.552	1.064	1.217
	HB-2	150	300	4	59.25	2.37	0.31	0.824	1.189	0.844	0.945
	HB-3	150	300	4	59.25	2.37	0.21	0.68	0.783	0.725	0.706
	HB-4	150	300	4	59.25	5.17	0.33	1.002	1.915	0.973	1.182
	HB-5	150	300	4	59.25	3.45	0.22	0.604	1.035	0.657	0.752
	HB-6	150	300	4	59.25	2.37	0.15	0.79	1.304	0.891	0.973
文献[12]	B30-9	200	400	4	44	2.03	0.25	0.744	0.955	0.814	0.900
	B30-11	200	400	2.75	41.9	2.03	0.25	1.088	1.911	1.231	1.512
	B60-11	200	400	4	65.3	2.03	0.25	0.714	0.886	0.741	0.776
	B60-13	200	400	2.75	66.4	2.03	0.25	1.04	2.007	1.18	1.403
	B80-6	200	400	4	63.8	2.03	0.25	0.681	0.933	0.71	0.773
	B80-8	200	400	2.75	66.2	2.03	0.25	1.147	2.191	1.298	1.536
文献[13]	SB-3	153	300	4	47.6	1.44	0.33	0.785	0.953	0.817	0.883
	ASB-2	152	300	3	26.15	1.47	0.33	0.641	0.811	0.678	0.799
	ASB-10	152	300	4	28.03	3.11	0.66	0.789	0.796	0.709	0.810
总平均值								0.837	1.281	0.833	1.011
变异系数								0.219	0.377	0.246	0.258

文献[5]的方法是基于 45° 定角桁架模型建立的,而 Pan 等^[7]及 Collins^[16]等人均用斜压力场理论得出定角桁架模型的斜压杆倾角 θ_0 ,如式(14)所示,且认为当纵筋率 ρ_s 与箍筋率 ρ_v 相等时, α 为 45° ,

但实际工程当中大多数情况下梁的纵筋率大于箍筋率(由表 2 也可以看出),即 α 一般小于 45° . 因此,该方法低估了开裂后的剪切刚度. 文献[6]则认为开裂后变角桁架模型的剪切刚度是一定值 K_{v2} ,但依

据上述理论分析, K_{v2} 仅为—瞬时剪切刚度值, 因而该方法与理论有出入; 且依照 Pan 等^[7]的剪切变形曲线图, 该方法低估了斜向开裂后的剪切位移, 因此, 总挠度计算值低于试验值.

$$\theta_0 = \arctan \left[\frac{1 + (1/n\rho_s)}{1 + (1/n\rho_v)} \right]^{0.25} \quad (14)$$

此外, 表 2 中 B30-11、B60-13 及 B80-8 三个试件的计算值与试验值有一定的误差, 可能是因为这个梁跨高比为 2.75, 靠近短梁所属跨高比范畴(2~5)的下限, 相对较小, 则剪跨比也较小, 在受力过程中拱作用比较明显, 荷载更多地从加载点沿拱体直接传递到支座^[7], 此时全桁架机制相对较弱, 这从表 2 中可以看到. 因此, 建议对此种情况下的剪切变形做进一步的探讨.

4 结语

(1) 采用变角桁架模型计算短梁斜向开裂后的剪切刚度在理论上将更加合理, 且由此得出的挠度计算值与试验值吻合较好.

(2) 本文建议方法能较好地预测短梁从斜向开裂到 $0.8F_u$ 这一阶段内挠度随荷载的变化情况, 因此, 相对于其它三种方法, 本文方法具有较高的计算精度, 可为实际应用提供参考.

(3) 本文建议方法中, 最小斜裂缝倾角能够反映剪跨比的影响. 但对于跨高比接近短梁跨高比范围(2~5)下限的梁, 在受力过程中, 拱作用更为明显, 荷载更多地从加载点沿拱体直接传递到支座, 此时全桁架机制受到一定程度的削弱, 此种情况下短梁的有效剪切刚度需做进一步的研究.

参考文献 References

- [1] 梁兴文, 史庆轩. 混凝土结构设计原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
LIANG Xingwen, SHI Qingxuan. Principle for design of concrete structures[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2007.
- [2] 混凝土结构设计规范: GB50010-2010. [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
Code for design of concrete structures: GB50010-2010. [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2010.
- [3] 熊进刚. 转换层钢筋混凝土短梁受剪性能试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2001.
XIONG Jingang. Experimental research on shear properties of reinforced concrete short beams in transfer floor[D]. Nanjing: Southeast University, 2001.
- [4] 高丹盈, 袁媛, 赵军, 等. 钢筋钢纤维混凝土短梁刚度试验研究[A]. 纤维混凝土的技术进展与工程应用—第十一届全国纤维混凝土学术会议论文集[C]//大连: 2006: 315-320.

- GAO Danying, YUAN Yuan, ZHAO Jun, et al. Experimental research on the stiffness of steel fiber reinforced concrete short beams[A]. Technological Progress and Engineering Application of Fiber Reinforced Concrete--Proceedings of the 11th China Conference on Fiber Reinforced Concrete[C]//Dalian: 2006.315-320.
- [5] PARK R, PAULAY T. 钢筋混凝土结构[M]. 秦文钺, 译. 重庆: 重庆大学出版社, 1985.
PARK R, PAULAY T. Reinforced concrete structures[M]. QIN Wenyue, Translated Chongqing: Chongqing University Press, 1985.
- [6] 吕志涛, 潘钻峰. 斜向开裂混凝土梁的瞬时及长期剪切变形[J]. 建筑科学与工程学报, 2010, 27(2): 1-9.
LÜ Zhitao, PAN Zuanfeng. Instantaneous and long-term shear deformations of inclined crack concrete beams[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2010, 27(2): 1-9.
- [7] PAN Zuanfeng, LI Bing, LU Zhitao. Effective shear stiffness of diagonally cracked reinforced concrete beams[J]. Engineering Structures, 2014, 59(2): 95-103.
- [8] WANG Tiao, DAI Jianguo, ZHENG Jianjun. Multi-angle truss model for predicting the shear deformation of RC beams with low span-effective depth ratios [J]. Engineering Structures, 2015, 91: 85-95.
- [9] Building code requirements for structural concrete (ACI318-08) and commentary (ACI 318R-08): ACI Committee 318 [S]. Farmington (MI): American Concrete Institute, 2008.
- [9] 陈肇元, 朱金铨, 吴佩刚. 高强混凝土及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
CHEN Zhaoyuan, ZHU Jinquan, WU Peigang. High-strength concrete and its application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992.
- [10] 白家荣. 高强箍筋高强混凝土梁受剪性能试验研究及有限元分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2009.
BAI Jiarong. Experiments and finite element analysis of shear behavior for high strength concrete beams with high strength stirrups[D]. Xi'an: Xi'an Univ. of Arch. and Tech., 2009.
- [11] 潘柏荣. 高强混凝土梁抗剪性能试验研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2009.
PAN Bairong. Research on shear capacity of high strength concrete beams [D]. Changsha: Hunan University, 2009.
- [12] 李娟. HRB500 级箍筋混凝土梁斜截面受力性能试验研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2007.
LI Juan. Experimental study on mechanical behavior of diagonal section of reinforced concrete beams with HRB500 stirrups[D]. Changsha: Hunan University, 2007.
- [13] 包世华. 结构力学(上册)[M]. 3 版. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2007.
BAO Shihua. Structural mechanics (Volume 1) [M]. 3rd ed. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 2007.
- [14] 王传志, 滕智明. 钢筋混凝土结构理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.
WANG Chuazhi, TENG Zhiming. Theory of reinforced concrete structures [M]. Beijing: China Building Industry Press, 1985.
- [15] COLLINS MP. Towards a rational theory for RC members in shear[J]. Journal of the Structure Division, 1978, 104(4): 649-666.

(编辑 吴海西)