

# 加权平均厚度法计算变厚度钢壳体在均匀外部压力作用下的屈曲应力

湛磊<sup>1</sup>, 杨俊芬<sup>2</sup>

(1. 河南省电力勘测设计院, 河南 郑州 450007; 2. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055)

**摘要:** 不均匀厚度钢圆柱壳体在工程实践中有着广泛的应用, 例如工程中垂直安放的各种筒仓结构, 高耸钢烟囱结构等。整个壳体结构由若干均匀厚度的短圆柱钢板拼接而成, 由于结构下部的应力通常远大于上部, 整个结构的壁厚从上部到下部呈阶梯式变化。这种结构在空置或部分空置时, 在外部压力的作用下易发生屈曲破坏。由于结构复杂的厚度变化形式, 屈曲模态可能有多种形式, 如何准确的判断壳体的临界屈曲模态是设计此类结构时的一个难题。一种新的设计方法“加权平均厚度法”由作者提出, 首先简单介绍了这种方法的理论推导过程, 进而利用实例阐述了如何利用这种方法对不同厚度改变形式的圆柱壳体的临界屈曲应力进行快速准确的评估。利用有限单元法对加权平均厚度法所得结果进行了验证, 结果表明加权平均厚度法相比有限元精确结果略微保守, 误差在 6% 以内。

**关键词:** 不均匀厚度圆柱壳体; 加权平均厚度法; 筒仓; 烟囱; 均匀外部压力; 屈曲

中图分类号: TU33+3

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2016)01-0082-07

## Evaluation of critical buckling pressure for cylindrical shells with changing walls under uniform external pressure using weighted smeared wall method

CHEN Lei<sup>1</sup>, YANG Junfen<sup>2</sup>

(1. Henan Electric Power Survey&Design Institute, Zhengzhou 450007 China;

2. School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055 China)

**Abstract:** Steel cylindrical shells of significant size are widely used in practical engineering, as silos and chimneys in electric power engineering. These structures are constructed from many short cylindrical shells of different thickness which is changed in stepwise type because the stress resultants are much larger at lower levels. Such shells are very susceptible to buckling under external pressure when empty or partially filled, but the buckling mode may involve various types due to the complex changes in the shell thickness. To identify the accurate buckling mode of the shell is a critical problem in the design process. A new method, weighted smeared wall method which determines the critical buckling resistance of such shells was proposed by the author. This paper therefore first introduces the new method and its the theoretical background with practical examples used to demonstrate how this method helps to produce rapid, safe assessments of cylindrical shells with a wide range of patterns of wall thickness changes. The finite element method was used to verify the effectiveness and accuracy of the weighted smeared wall method. The results indicate that the weighted smeared wall method is conservative compared with accurate finite element results and the maximum error is smaller than 6%.

**Key words:** stepped wall cylinders; weighted smeared wall method; silos; chimneys; external pressure; buckling

不均匀厚度钢圆柱壳体在工程实践中有着广泛的应用, 例如垂直安放的各种容器、筒仓结构, 高耸钢烟囱结构等。整个壳体结构由若干均匀厚度的短圆柱钢板拼接而成, 由于结构下部的应力通常远大于上部, 整个结构的壁厚从上部到下部呈阶梯式变化。对于筒仓结构, 结构厚度的变化更加明显, 因为壁厚的设计需考虑固体粒子和器壁之间从上部到下部累积的摩擦力的影响。对于放置液体的箱体结构来说, 壁厚的设计只与线性变化的内部压力有关。实际设计中这些结构的壁厚通常呈阶梯式变化, 一方面这样的结构形式满足实际的受力要求,

一方面也便于满足实际的制作安装要求。当此类壳体结构空置或部分空置时, 在风荷载等外部压力的作用下易发生屈曲破坏。由于壳体复杂的厚度变化形式, 屈曲模态可能有多种形式, 如何准确的判断壳体的临界屈曲模态是此类结构设计时的一个难题。图 1 为工程中薄壁钢壳体结构屈曲破坏的实例。

基于 Resinger 和 Greiner 的研究<sup>[1-3]</sup>, 欧洲壳体规范<sup>[4]</sup>及建议<sup>[5]</sup>对厚度阶梯式改变圆柱壳体受圆周方向均匀压力作用的情况, 整个壳体首先被转换为一个具有 3 部分不同厚度子壳体组成的圆柱壳体, 然后再转化为一个具有等效均匀厚度的圆柱壳

体. 此转化过程导致了一系列复杂的计算, 最终所依靠的图表在实际应用中面临很大困难, 而且结构的力学特性某种程度上也是不清晰的. 这个过程对于工程中设计筒仓和圆柱箱体结构是非常繁琐和不利的. 一种新的设计方法“加权平均厚度方法”由作者提出, 本文首先简单介绍了这种方法的理论推导过程, 进而利用实例阐述了如何利用这种方法对不同厚度变化形式圆柱壳体的临界屈曲应力进行快速准确的评估.



图1 薄壁圆柱壳体在在外部压力作用下的屈曲破坏  
Fig.1 Buckling phenomenon of thin cylinders under external pressure

## 2 圆柱壳体在均匀外部压力作用下的屈曲行为

均匀厚度圆柱壳体在均匀外部压力作用下的屈曲压力与壳体的几何参数有关. 当屈曲时的轴向波长增大时, 屈曲压力快速减小. 屈曲压力也受壳体厚度的影响: 较薄壳体的临界屈曲压力较小.

均匀厚度圆柱壳体在均匀外部压力作用下的线性屈曲压力可以通过对式(1)取最小值得到<sup>[6-8]</sup>

$$p_{cr} = E \left( \frac{\pi}{\omega} \right)^2 \left( \frac{t}{r} \right)^2 \left[ \alpha + \left( \frac{1}{\alpha} \right)^2 \right] \times \left[ \frac{1}{12(1-\nu^2)} + \left( \frac{\omega}{\pi} \right)^4 + \frac{\alpha}{(\alpha+1/\alpha)} \right] \quad (1)$$

其中:  $\alpha = (\pi/m\omega)\sqrt{r/t}$ ,  $r$  为壳体的半径,  $t$  为壁厚,  $E$  为杨氏弹性模量,  $\nu$  为泊松比,  $m$  为沿圆周方向完整屈曲波数目,  $\omega$  为无量纲长度参数, 表达式为

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} \quad (2)$$

其中:  $l$  为半个屈曲波的长度, 对均匀厚度壳体, 数值上等于壳体的整体高度. 中等长度圆柱壳体的范围根据 EN1993-1-6 (2007)<sup>[4]</sup> 定义为

$$20 < \frac{\omega}{C_\theta} < 1.63 \left( \frac{r}{t} \right) \quad (3)$$

其中:  $C$  为屈曲压力因子, 用于表示不同边界条件的影响. 中等长度壳在均匀外部压力作用下屈曲压力的经典表述式为<sup>[4]</sup>

$$p_{cr,D} = \frac{0.92E \left( \frac{t}{r} \right)^2}{\omega} \quad (4)$$

式(4)是Ebner<sup>[9]</sup>根据经典线性Donnell壳体屈曲理论<sup>[8]</sup>获得的.

根据 Singer 和 Yamaki<sup>[10]</sup>对壳体边界条件符号的定义, 式(1)-(4)都是基于对壳体两端采用经典的简支条件得到的. 通过研究发现<sup>[11]</sup>, 对于中等长度的圆柱壳体, 不同边界条件对结构承载力的影响可以通过对式(4)乘上外部压力因子  $C$ <sup>[4]</sup>来考虑.

对厚度阶梯式改变的圆柱壳体, 其厚度从上到下逐步增加, 在外部压力作用下发生失稳时, 顶部厚度最薄部分壳体总是参与屈曲变形. 当最薄壳体下部较厚壳体子部分也参与屈曲变形时, 由于屈曲波长的增加, 壳体潜在的屈曲强度可能会变小. 但同时厚度的增加也可能提高壳体潜在的屈曲强度(式4). 长度和厚度同时的变化导致两个相反的趋势, 因此当壳体厚度呈阶梯式变化时, 决定其临界屈曲高度非常关键. 厚度变化形式的变化很容易导致临界屈曲模态及临界屈曲压力的变化. 这也是当前规范中解决此类问题的方法<sup>[4]</sup>相当复杂的原因.

## 3 加权平均厚度法

对于不均匀厚度圆柱壳体, Trahair 教授等<sup>[14]</sup>假定屈曲模态沿高度和圆周两个方向都为正弦变形, 然后评估屈曲区域内壳体相应的“等效厚度”, 屈曲压力用等效厚度进行计算. 本文提出的加权平均厚度法的思想就是基于上述内容. 本文所讨论壳体厚度沿高度方向呈阶梯式变化, 沿圆周保持为常数, 在均匀外部压力荷载作用下, 壳体屈曲模态假定为

$$w = A \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta) \quad (5)$$

其中:  $w$  为壳体径向位移,  $A$  为屈曲波的振幅,  $z$  和  $\theta$  分别为高度和圆周向坐标,  $m$  为圆周方向屈曲波的个数. 相比径向位移, 壳体的高度和圆周方向的位移可以忽略. 这样壳体的屈曲位移和曲率只与径向位移有关. 考虑到壳体的对称性, 壳面的扭曲可以忽略, 壳体屈曲时由弯曲引起的应变能  $U_b$  用式(6)表达为

$$U_b = \frac{r}{2} \iint D(z) (K_x^2 + K_\theta^2 + 2\nu K_x K_\theta) dz d\theta \quad (6)$$

其中:  $D(z) = Et_z^3/[12(1-\nu^2)]$  为壳体的弯曲刚度,  $r$  为半径,  $\nu$  为泊松比,  $K_x$ 、 $K_\theta$  分别为壳体在竖向平面和圆周平面内的曲率变化, 可以用式(7)、(8)表

达为

$$K_x = -w_{,xx} = A\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta) \quad (7)$$

$$K_\theta = -\frac{w_{,\theta\theta}}{r^2} = A\left(\frac{m}{r}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta) \quad (8)$$

壳体屈曲时由中面拉伸引起的应变能  $U_m$  可以表达为

$$U_m = \frac{r}{2} \iint C(z)(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_\theta^2 + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_\theta) dz d\theta \quad (9)$$

其中:  $C(z) = Et_z/(1-\nu^2)$  为壳体的薄膜刚度,  $t_z$  为壳体壁厚, 沿高度方向变化. 总的应变能为弯曲应变能和拉伸应变能之和

$$U = U_b + U_m \quad (10)$$

把式(7)、(8)代入式(6)可以得到壳体屈曲时弯曲应变能的增量

$$\begin{aligned} \Delta U_b &= A^2 \left[ \frac{Er}{24(1-\nu^2)} \right] \\ &\left[ \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 + \left(\frac{m}{r}\right)^4 + 2\nu\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left(\frac{m}{r}\right)^2 \right] \\ &\int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z^3 \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta \end{aligned} \quad (11)$$

壳体屈曲发生之前圆周方向的应变  $\varepsilon_0$  为

$$\varepsilon_0 = \frac{p_{cr} r}{Et_z} \quad (12)$$

圆周方向上的应力集度通过式(13)计算

$$N_{cr} = p_{cr} r = \frac{Et_z}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_z) \quad (13)$$

其中:  $E$  为弹性模量,  $p_{cr}$  为作用于壳体的临界屈曲压力,  $\varepsilon_z$  和  $\varepsilon_\theta$  分别为屈曲后高度和圆周方向的应变. 由式(12)及(13)可知, 壳体高度和圆周方向屈曲前和屈曲后的应变关系可以表示为

$$(1-\nu^2)\varepsilon_0 = \varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_z \quad (14)$$

考虑到:

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_0 + \frac{w}{r} \quad (15)$$

轴向应变  $\varepsilon_z$  可以表达为:

$$\varepsilon_z = -\nu\varepsilon_0 - \frac{w}{\nu r} \quad (16)$$

其中:  $w$  为径向位移, 把式(15)、(16)代入式(9)可以得到壳中性面的拉伸应变能如式(17)所示

$$\begin{aligned} U_m &= \left(\frac{Er}{2}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} (t_z \varepsilon_0^2) dz d\theta + \\ &\left(\frac{A^2 E}{2r\nu^2}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta + \\ &A \int_0^l \int_0^{\pi/m} [p_{cr} r \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta)] dz d\theta \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)的第一项只与屈曲前的应变  $\varepsilon_0$  有关, 表示屈曲前的应变能. 屈曲过程中由壳体中性面拉伸引起的应变能增量表示为

$$\begin{aligned} \Delta U_m &= \left(\frac{A^2 E}{2r\nu^2}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta + \\ &A \int_0^l \int_0^{\pi/m} [p_{cr} r \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta)] dz d\theta \end{aligned} \quad (18)$$

屈曲过程中总的应变能增量可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_b + \Delta U_m \\ &= A^2 B \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z^3 \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta + \\ &\frac{A^2 E}{2r\nu^2} \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta + \\ &A \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ p_{cr} r \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta) \right] dz d\theta \end{aligned} \quad (19)$$

其中:  $B = \left[ \frac{Er}{24(1-\nu^2)} \right] \left[ \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 + \left(\frac{m}{r}\right)^4 + 2\nu\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left(\frac{m}{r}\right)^2 \right]$

屈曲过程中外部压力所做的功可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta \Omega &= r p_{cr} \left[ \int_0^l \int_0^{\pi/m} w dz d\theta + \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left(\frac{1}{2}\right) (w_{,\theta})^2 r dz d\theta \right] \\ &= A \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ p_{cr} r \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin(m\theta) \right] dz d\theta + \left(\frac{1}{8}\right) A^2 \pi m l r^2 p_{cr} \end{aligned} \quad (20)$$

由能量原理, 令式(19)、(20)相等, 由此计算得到壳体的临界屈曲压力表达式为

$$\begin{aligned} p_{cr} &= \left(8 \frac{B}{\pi m l r^2}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z^3 \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta + \\ &\left(\frac{4E}{\pi m l \nu^2 r^3}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} \left[ t_z \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \sin^2(m\theta) \right] dz d\theta \end{aligned} \quad (21)$$

屈曲过程中, 结合式(21)验算, 弯曲应变能远大于拉伸应变能, 因此只考虑式(21)中的第一项, 结合式(1), 可以得到壳体的等效厚度计算式, 如式(22)所示

$$t_{eq}^3 = \left(\frac{4m}{\pi l}\right) \int_0^l \int_0^{\pi/m} t_z^3 \sin^2(m\theta) \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) d\theta dz \quad (22)$$

圆柱壳体的厚度沿圆周为一常数, 因此等效厚度沿圆周方向不需要积分, 式(22)可简化为

$$t_{eq}^3 = \left(\frac{2}{l}\right) \int_0^l t_z^3 \sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) dz \quad (23)$$

如果壳体屈曲模态包含  $n$  部分壳体, 式(23)简化为对每部分常厚度壳体进行积分后的叠加, 如式(24)所示

$$t_{eq}^3 = \left(\frac{1}{l}\right) \sum_{i=1}^n [t_i^3 (x_i - x_{i-1})], \quad i=1, 2, \dots, n \quad (24)$$

其中:  $x_i = [h_i - (l/2\pi) \sin(2\pi h_i/l)]$ ,  $\sin$  项提供了对厚度加权评估的量度. 屈曲波的高度为  $l$ , 对应于参与屈曲变形的壳体的总高度. 从壳体顶部到第  $i$  部分壳体的距离定义为  $h_i$ , 如图 2 所示(当  $i=1$  时,  $h_0=0, x_0=0$ ).

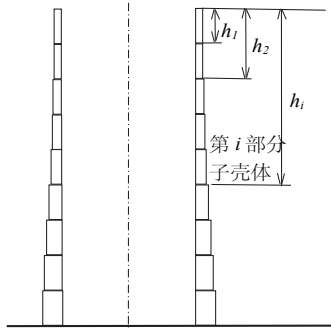


图 2 参数  $h_i$  的定义

Fig.2 The definition of parameter  $h_i$

如前文所述, 决定厚度阶梯式变化圆柱壳体屈曲压力的主要困难是确定壳体的临界屈曲模态: 具有最低屈曲压力的变形模态. 利用加权平均厚度法可以容易的解决这个问题. 首先, 对所有可能的屈曲模态进行验算. 屈曲模态的半波长  $l$  可以仅为上部最薄壳体的高度, 或者为壳体上部若干部分的高度, 也可以为壳体整个高度. 每个屈曲模态的等效厚度及其最小的屈曲压力用式(24)、(4)分别进行评估, 从而产生一系列对应于不同屈曲高度的屈曲压力. 具有最低屈曲压力的屈曲高度即为此壳体的真实临界屈曲模态.

## 4 利用加权平均厚度法和有限元法评估屈曲模态和屈曲压力

### 4.1 不同厚度变化形式圆柱壳体的定义方法

基于规范 API650 附录 A 中定义<sup>[15]</sup>的基本模型, 本节对加权平均厚度法的有效性进行计算验证. 参考模型具有确定的临界屈曲高度, 而方法的有效性需通过对具有不同厚度变化形式壳体的屈曲模态进行验证. 不同的壁厚变化形式通过调整参考模型中各部分壳体壁厚的比例得到. 壳体第  $i$  部分壳体的厚度由式(25)确定

$$t_i = t_{b1} + k(t_{bi} - t_{b1}) \quad (25)$$

参考模型第  $i$  部分壳体的厚度用  $t_{bi}$  表示, 其值

相对于上部最薄壳体进行无量纲化. 其中最薄部分壳体的壁厚  $t_{b1}=4$  mm 作为参考厚度, 下部壳体的厚度等于  $t_{b1}$  加上  $k$  乘以参考模型中的厚度  $t_{bi}$  与  $t_{b1}$  的差值. 因此  $k=1$  对应于 API 650 中的参考模型,  $k=0$  对应于均匀厚度壳体( $t=4$  mm), 较大的  $k$  值赋予下部壳体较大的厚度, 使屈曲发生在上部较薄的壳体. 上述壳体厚度的定义可以参考图 3 进行理解. 不同的厚度变化形式通过调整式(25)中的参数  $k$  来实现. 这些壳体具有不同形式的临界屈曲模态, 其形式取决于  $k$  值. 因此参数  $k$  在以下的讨论中需引起注意.

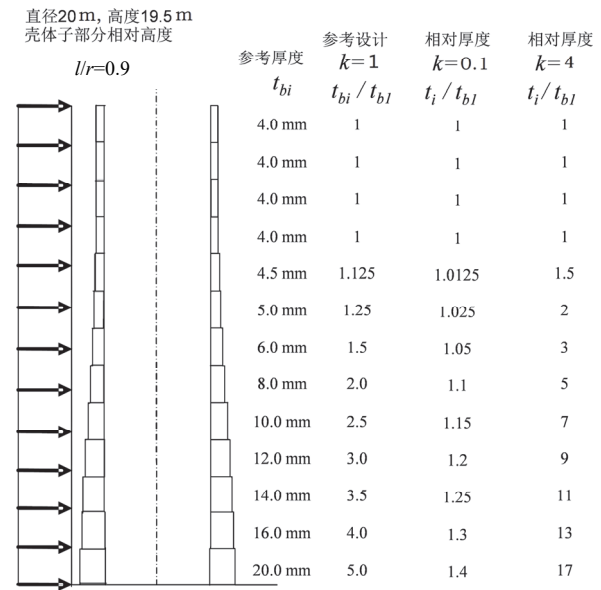


图 3 基于参考设计的不同的厚度变化形式

Fig. 3 Different wall thickness distributions obtained by systematically varying a reference design

### 4.2 加权平均厚度法计算屈曲压力

本节利用加权平均厚度法研究具有不同厚度变化形式圆柱壳体的屈曲行为. 对 6 种不同厚度变化形式的圆柱壳体所计算的等效厚度  $t_{eq}$  如图 4 所示. 每条曲线对应于一种厚度变化形式, 曲线上的标示点表示对所假设屈曲高度根据式(24)计算所得等效厚度. 等效厚度  $t_{eq}$  都相对于顶部最小厚度( $t_{b1}=4$  mm)取无量纲值. 等效厚度会随着屈曲高度的增加而一直增加, 因为下部的壳体总比其上部的壳体要厚.

对每个假设的屈曲高度, 把计算所得等效厚度  $t_{eq}$  和屈曲高度代入经典的屈曲压力计算公式得到此屈曲高度的加权平均屈曲压力  $p_{cr,S}$ , 如式(26)所示



$$p_{cr,s} = 0.92E \left( \frac{\sqrt{rt_{eq}}}{l} \right) \left( \frac{t_{eq}}{r} \right)^2 = 0.92E \left( \frac{r}{l} \right) \left( \frac{t_{eq}}{r} \right)^{2.5} \quad (26)$$

式(26)中 $l$ 为所假设的屈曲高度. 式(26)适用于根据式(3)定义的中等长度的圆柱壳体. 对于 $l < 20\sqrt{rt_{eq}}$ 的等效圆柱体, 屈曲压力的计算可以通过对式(26)乘以压力因子 $C_{\theta s}$ , 其值根据欧洲壳体规范 EN 1993-1-6(2007)附录 D<sup>[4]</sup>中的定义确定(式 27):

$$C_{\theta s} = 1 + \left( \frac{3}{\omega_{eq}^{1.35}} \right) \quad (27)$$

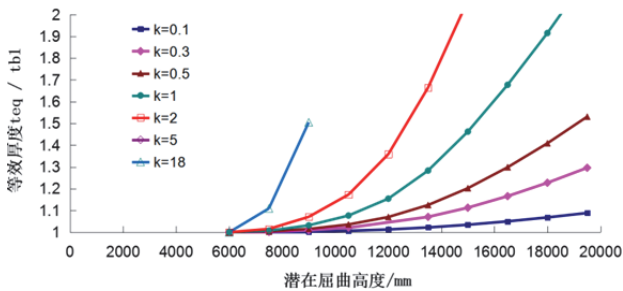


图4 壳体等效厚度与假设屈曲高度的关系

Fig.4 Equivalent thickness  $t_{eq}$  against the potential buckling height for different wall thickness distributions

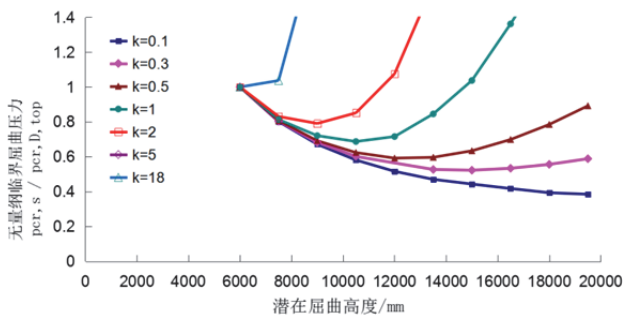


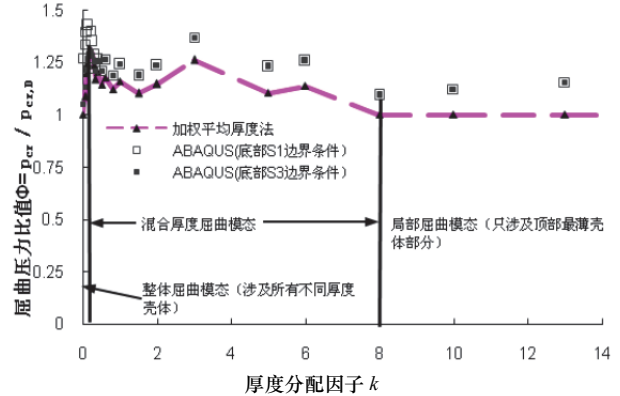
图5 不同厚度变化形式圆柱壳体临界屈曲压力比值与假设屈曲高度的关系

Fig. 5 Calculated weighted smeared buckling pressure for each potential buckle in several different wall thickness distributions

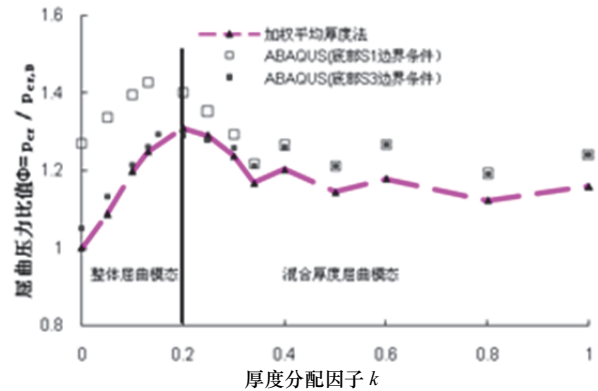
通过上述分析, 每个假设的屈曲高度都对应于各自的参考屈曲压力 $p_{cr,s}$ . 计算所得屈曲压力比值 $p_{cr,s}/p_{cr,D,top}$ 与所假设屈曲高度的关系如图5所示.  $p_{cr,D,top}$ 为屈曲发生在顶部最薄部分(上部4部分壳体)壳体时的屈曲压力, 根据式(4)确定, 其值不随厚度变化形式的变化而变化. 图5中每条曲线的最小值对应于此壳体厚度变化形式的真实临界屈曲压力.

对于厚度接近均匀的圆柱壳体( $k=0.1$ ), 屈曲压力随着假设屈曲高度的增加逐步减小, 因此当屈曲高度为壳体全部高度时, 屈曲压力最小. 相反, 如果壁厚从最上部开始快速增加( $k=18$ ), 临界屈曲模式发生在上部最薄部分壳体(图3中厚度为4.0 mm的部分). 当 $k$ 值适中时(大部分实际结构属此类),

屈曲压力首先随着屈曲高度的增加减小, 达到一个最低点后又随着屈曲高度的增加逐步增大, 其最小值即为所求得临界屈曲压力. 此时, 临界屈曲模式包含若干具有不同厚度的壳体, 有时不同的屈曲高度对应相近的临界屈曲压力.



(a) 屈曲压力比值和厚度变化因子 $k$ 的关系



(b) 较小 $k$ 值的结果

图6 屈曲压力比值和厚度变化因子 $k$ 的关系

Fig.6 Relationship between the buckling pressure ratio and the wall thickness distribution factor  $k$

图5中每条曲线的最小值不仅对应其临界屈曲压力值, 也表明了临界屈曲模式涵盖的物理高度. 为了证实加权平均厚度法的有效性, 厚度阶梯式改变圆柱壳体的屈曲行为利用有限元软件 ABAQUS 进行了精确评估(图6). 参考压力 $p_{cr,D}$ 是基于最薄厚度 $t_{b1}$ 和实际临界屈曲高度根据式(26)计算的. 壳体底端分别采用S1和S3边界条件. 对S1, 壳体高度方向的位移受到约束, 对于S3, 壳体高度方向位移无约束. 对各种厚度变化形式, 与有限元结果相比, 加权平均厚度法可以对屈曲压力进行准确且略微保守的评估. 除整体屈曲模式外, 有限元结果不受壳体底部边界条件的影响(S1或S3). 相对均匀圆柱壳体(较小 $k$ 值)的计算结果如图6b所示.

当壁厚相对均匀时(图6b), 屈曲波长延伸至壳体的整个高度, 壳体底部的边界条件因此会影响有限元的结果. 对S3边界条件, 压力比值随 $k$ 值减

小趋于  $C=1.0$ , 对于 S1 边界条件压力比值随  $k$  值减小趋于  $C=1.25$ . 上述计算表明厚度变化形式对厚度阶梯式改变圆柱壳体的屈曲模态和屈曲压力有很重要的影响.

## 5 基于精确的有限元评估对加权平均厚度法所得结果进行调整

从上述讨论可以清楚看到厚度阶梯式改变圆柱壳体的屈曲模态可以分为 3 类: 整体屈曲模态, 混合厚度局部屈曲模态以及顶部最薄区域屈曲模态(图 6). 依据此分类, 可以对根据加权平均厚度法评估的屈曲压力进行经验性的调整, 使其更接近准确的有限元计算结果.

当临界屈曲模态位于顶部最薄区域时(厚度为  $t_1$  区域), 如图 7 所示, 屈曲压力受最薄壳体下部壳体厚度  $t_2$  的影响. 调整后的屈曲强度可以用式(28)进行评估:

$$p_{cr} = [1.4 - 0.7(\frac{t_1}{t_2})]p_{cr,s} (\frac{t_2}{t_1} < 5) \quad (28)$$

其中:  $p_{cr,s}$  其中为用本文加权平均厚度计算所得结果,  $p_{cr}$  为根据有限元计算调整后的结果.

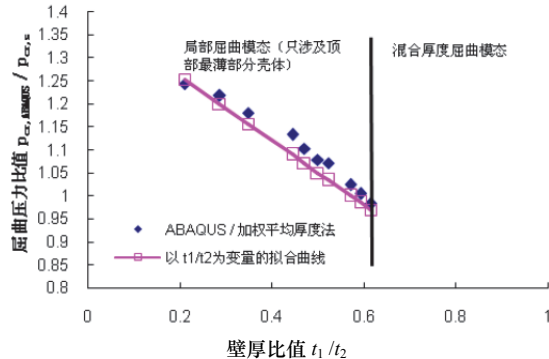


图 7: 有限元及加权平均厚度法计算壳体临界屈曲压力 (顶部最薄部分壳体屈曲模态)

Fig.7: Top zone buckling: Discrepancy between FE and smeared wall buckling pressures for all modes

当临界屈曲模态为涉及壳体整个高度的整体屈曲模态时, 屈曲强度受到壳体底部边界条件的影响. 圆柱箱体结构通常为非锚固结构, 底部对应于 S3 的边界条件. 筒仓结构和某些箱体结构通常为锚固结构, 底部对应于 S1 的边界条件, 从而具有更高的屈曲强度. 非锚固箱体结构的屈曲强度可取做  $p_{cr} = p_{cr,s}$ , 其值与有限元结果相比误差在 5% 以内. 对锚固的筒仓及箱体结构, 其屈曲强度与  $t_{eq} / t_b$  有关(图 8). 其中  $t_{eq}$  为等效厚度,  $t_b$  为壳体最底端部分的厚度. 式(29)给出了屈曲压力值的拟

合计算公式, 调整后结果相比有限元结果误差在 1% 以内.

$$p_{cr} = p_{cr,s} \{ -1.08 + 4.4(\frac{t_{eq}}{t_b}) - 2.017(\frac{t_{eq}}{t_b})^2 \} \quad (29)$$

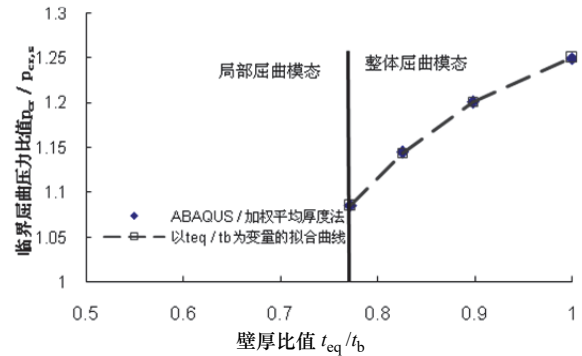


图 8 屈曲压力比值和厚度变化因子  $k$  的关系

Fig.8 Relationship between the buckling pressure ratio and the wall thickness distribution factor  $k$

对于混合厚度局部屈曲模态, 大多数情况下加权平均厚度法略微低估了其屈曲压力值, 大部分结果误差小于 6%, 壳体底端边界条件的影响很小, 加权平均厚度法可以对壳体屈曲压力直接给出较准确的保守评估值, 屈曲强度可取做  $p_{cr} = p_{cr,s}$ .

## 6 结论

本文利用加权平均厚度法研究了锚固或非锚固厚度阶梯式改变圆柱壳体在均匀外部压力作用下的屈曲行为, 基于规范 API650 附录 A 中定义<sup>[15]</sup>的模型, 探讨了该方法评估壳体临界屈曲模态及屈曲压力的准确性. 主要结论如下:

(1) 加权平均厚度法可以准确的评估壳体的屈曲模态和屈曲压力, 其结果与有限元计算的精确结果相比误差很小, 根据屈曲模态的不同, 最大误差在 6% 左右, 加权平均厚度法得出的结果偏于保守.

(2) 针对不同的厚度变化形式, 屈曲模态可以分为 3 类: 整体屈曲模态, 混合厚度局部屈曲模态以及顶部最薄区域屈曲模态. 壳体的临界屈曲模态(具有最低屈曲压力)取决于壳壁的厚度变化形式.

(3) 新的方法对大范围内的壳壁变化形式都可以给出准确的结果, 而且比当前欧洲壳体规范中的方法<sup>[4]</sup>更易于实际使用.

## 参考文献 References

- [1] RESINGER F, GREINER R. Zum Beulverhalten von Kreiszyinderschalen mit abgestufter Wanddicke unter Manteldruck[J]. Stahlbau, 1974, 43: 182-187.
- [2] RESINGER, F, GREINER R. Praktische beulberechnung oberirdischer zylindrischer tankbauwerke für unterdruck [J]. Stahlbau, 1976, 45: 10-15.

- [3] GREINER R. Buckling of cylindrical shells with stepped wall thickness under wind load[J]. Der Stahlbau, 1981, 50(6): 176-179.
- [4] Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1.6 Strength and Stability of shell structures: EN 1993-1-6[S]. Brussels: CEN, 2007.
- [5] ROTTER J M, SCHMIDT H. European recommendations for steel construction: buckling of shells[M]. 5th ed, European Convention for Constructional Steelwork, Brussels, 2008.
- [6] BATDORF S B. A simplified method of elastic stability analysis for thin cylindrical shells [J]. NACA TN, 1947, 874: 285-301.
- [7] BRUSH D O, ALMROTH B O. Buckling of Bars, Plates and Shells [M]. New York: McGraw-Hill, 1975.
- [8] DONNELL L.H. Beams, Plates and Shells [M]. New York: McGraw Hill, 1976.
- [9] EBNER H. Theoretical and experimental investigations on buckling of cylindrical tanks subjected to external pressure [J]. Stahlbau, 1952, 21: 153-159.
- [10] YAMAKI N. Elastic stability of circular cylindrical shells [M]. Amsterdam: North-Holland; 1984.
- [11] SCHNELL W. Einfluss der Randverwölbung auf die Beulwerte von Zylinderschalen unter Manteldruck [J]. Stahlbau, 1965, 34: 187-190.
- [12] GREINER R, Rotter J M. Cylindrical shells of stepwise variable wall thickness. In: Rotter J.M. and Schmidt H., editors. Stability of Steel Shells: European Design Recommendations [M]. Brussels: European Convention for Constructional Steelwork, 2008.
- [13] DIN18800 Steel Structures: Stability, Buckling of Shells [M]. Berlin: Deutsches Institut fuer Normung, 1990.
- [14] TRAHAI R N S, ABEL A, ANSOURIAN P, et al. Structural design of steel bins for bulk solids [R]. Sydney: Australian Institute of Steel Construction, 1983.
- [15] Welded Tanks for Oil Storage: API STD 650 [S]. American: Petroleum Institute, 2007.

(编辑 沈波)

(上接第76页)

- GAO Xiang. Simulation analysis for highway steel bridge weld ultrasonic testing standards [D]. Xi'an: Chang'an University, 2012.
- [5] 谢开仲, 曾倬信, 王晓燕. 桥梁工程检测技术研究[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2003, 28(S1): 208-211.  
XIE Kaizhong, ZENG Zhuoxin, WANG Xiaoyan. The research of load checkout test technology on bridge [J]. Journal of Guangxi University(Natural Science Edition), 2003, 28(S1): 208-211.
- [6] 严博翀, 陈惟珍. 钢桥无损检测的可靠度理论及应用研究进展[J]. 结构工程师, 2011, 27(6): 147-152.  
YAN Bochong, CHEN Weizhen. Review of study on nondestructive inspection reliability and current situation of its application on steel bridges [J]. Structural Engineers, 2011, 27(6): 147-152.
- [7] SAKAGAMI T, IZUMI Y, KOBAYASHI Y, et al. Applications of infrared thermography for nondestructive testing of fatigue cracks in steel bridges [C]//SPIE Sensing Technology and Applications. International Society for Optics and Photonics, 2014.
- [8] 田村洋, 秋月勇人, 山川優樹. 鋼床版用渦流探傷機の高精度化に関する解析的研究[J]. 鋼構造年次論文報告集, 2014, (22): 833-840.
- [9] 村越潤, 高橋実, 小池光裕, 等. 臨界屈折角近傍に調整した超音波斜角探触子による鋼床版デツキ進展き裂の探傷法の検討[J]. 土木学会論文集, 2012, 68(2): 453-464.
- [10] 赵亮, 郭晓光, 赵永祯. 公路钢桥焊缝超声波检测DAC曲线灵敏度的确定[J]. 无损检测, 2013, 35(4): 38-41.  
ZHAO Liang, WU Xiaoguang, ZHAO Yongzhen. Confirmation of DAC curve's sensitivity in highway steel bridge [J]. Nondestructive Testing, 2013, 35(4): 38-41.
- [11] 纵瑞芳. 基于荷载位置变动的梁式结构损伤识别的研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2011.  
ZONG Ruifang. Damage identification of beam structures based on variation of load position [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2011.
- [12] XIE F X, JI B H, YUANZHOU Z Y, et al. Ultrasonic detecting method and repair technology based on fatigue crack features in steel box girder [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2015.
- [13] 渡辺直起, 山田聡, 山田健太郎. 鋼床版デツキプレートと垂直補剛材溶接部の疲労強度と補修工法の効果[J]. トピー鉄構技報, 2007, (23): 14-22.
- [14] 刘贵民, 马丽丽. 无损检测技术[M]. 第2版, 北京: 国防工业出版社, 2010.  
LIU Guimin, MA Lili. Nondestructive inspection [M]. 2nd ed, Beijing: National Defense Industry Press, 2010.
- [15] 焊缝无损检测 超声检测 技术、检测等级和评定: GB/T 11345-2013. [S]. 北京: 中国标准出版社, 2013.  
GB/T 11345-2013. Non-destructive testing of welds—Ultrasonic testing—Techniques, testing levels, and assessment [S]. Beijing: Standards Press of China, 2013.

(编辑 吴海西)