

含裂纹的梭形薄壁圆柱壳结构应力强度因子分析研究

曹彩芹, 王 超, 李诚诚

(西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 应力强度因子是表征裂纹尖端应力场奇异强弱的物理量, 对裂纹的扩展和构件失效具有一定的意义, 针对梭形薄壁圆柱壳结构断裂问题, 基于 J 积分理论, 采用有限元方法研究了含有环向裂纹的梭形薄壁圆柱壳结构在偏心受压下的断裂力学响应, 分析了荷载的大小、偏心度、裂纹长度、梭形结构的楔率对裂纹应力强度因子的影响, 计算结果表明: 裂纹长度、荷载以及楔率对应力强度因子影响很大, 而且这些参数是相互影响的. 最后根据计算数据拟合出偏心受压梭形圆截面的应力强度因子的计算公式, 并和相关的计算结果进行了比较, 证明了该公式的可行性.

关键词: 梭形薄壁圆柱壳; 裂纹; 偏心受压; 应力强度因子; 计算公式

中图分类号: O346.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7930(2016)05-0691-05

Study on stress intensity factors of thin-walled shuttle cylinder structure with cracks

CAO Caiqin, WANG Chao, LI Chengcheng

(School of Science, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: The stress intensity factor(SIF) is an important parameter which reflect the stress intensity at the tip of cracks. The study of SIF has a certain significance for crack extension and failure of structure. Based on J integration theory, fracture mechanical behavior of eccentric compression thin-walled shuttle cylinder structure with cracks was studied using the finite element method. The influence of load, crack lengths, eccentricity and tapering ratio on the stress intensity factor was analyzed numerically. The numerical results show that the crack lengths, load and tapering ratio have significant effects on the stress intensity factors. Moreover, there are three factors, i.e. crack lengths, load and tapering ratio, which influence each other. The calculation formula of stress intensity factor of eccentric compression thin-walled shuttle cylinder structure with cracks was proposed based on the numerical results. The results were compared with the relevant stress intensity factors calculated by others and the comparisons show the feasibility of the calculation formula of stress intensity factor.

Key words: thin walled shuttle cylinder structure; crack; eccentric compression; stress intensity factor; formula of stress intensity factor

梭形变截面受压薄壁圆壳结构具有重量轻、承载能力高、良好的稳定性以及优美的建筑外观, 在现代工程结构中得到广泛的应用. 然而, 由于加工工艺, 焊接技术等限制, 梭形薄壁圆柱壳结构往往存在部分缺陷, 裂纹缺陷被认为是对梭形薄壁圆柱壳结构力学性能影响最大的一种缺陷, 其断裂性能近年以来深受国内外学者和工程技术人员关注. 采用解析法求解薄壳断裂问题往往比较困难, 在这一领域数值法体现出了它的优越性, CHEN^[1]采用有限差分法研究了薄壁圆筒多裂纹扭转问题的弹性数值解法, 周利^[2]采用了面场分析近似方法研究了箱形薄壁结构的应力强度因子, AN J H^[3]等采用有限元法计算了环向贯穿裂纹的弹性应力强度因子和裂纹张开位移, LEWIS^[4]等使用有限元法计算了薄壁圆筒环向贯通裂纹的应力解, WYART^[5]等采用扩展有限元三维模型分析了薄壁结构裂纹

附近的应力强度因子, VARFOLOMEYEV^[6]等采用边界元法计算轴对称荷载作用下薄壁圆筒内环向裂纹附近的应力强度因子, 白杨^[7]采用有限元方法研究含有环向内裂纹的薄壁钢管结构在纯弯曲状态下的断裂力学响应, 孙建刚等^[8]对于影响含裂纹薄壁管道的应力强度因子的因素予以研究, 分析长度、裂纹角度、半径、壁厚对其的影响.

在以上的文献中, 所研究的薄壁结构都是针对圆截面或箱形截面, 而针对近年在工程结构中大量使用的梭形变截面薄壁圆柱壳结构的断裂力学行为和应力强度因子的研究, 目前研究文献很少.

本文利用有限元数值计算技术对偏心受压梭形变截面薄壁柱结构存在环向裂纹时的断裂力学问题进行的计算分析, 基于 J 积分理论, 利用了 J 积分和应力强度因子关系, 采用有限元方法得到了含裂纹的梭形圆截面薄壁壳结构应力强度因子, 分析

了荷载的大小、偏心度、裂纹长度、梭形结构的楔率对裂纹尖端应力强度因子的影响,最后根据本文的计算数据得到偏心受压梭形圆截面的应力强度因子的计算公式,并和相关的应力强度因子的计算结果进行了比较,证明了该计算公式的可行性,为应力强度因子的工程计算提供了一种有效简单实用的方法。

1 梭形变截面薄壁圆柱壳结构的断裂力学模型

在断裂力学的工程应用中,应力强度因子是判断含裂纹结构的断裂和计算裂纹扩展速率的重要参数,常用的应力强度因子的求解方法有解析法,有限元法,边界元法等,解析法可以得到理论上的精确解,但是对于复杂的结构的问题不适用。有限元是较早被广泛应用于断裂力学的分析研究中,目前常用三种方法来求解应力强度因子,即直接法、间接法和 J 积分法,本文根据所研究的结构的特点采用三维 J 积分来计算裂纹尖端应力强度因子。

围绕裂纹前缘的三维 J 积分一般的定义式^[9]为

$$J_k = \int_S (W n_k - T_i u_{i,k}) ds \quad (i=1,2,3; k=1,2,3) \quad (1)$$

式中: S 为包含裂纹前缘曲线的封闭曲面; W 为路径上任一点处的应变能密度; T_i 是路径上任一点处的应力分量; u_i 是路径上任一点处的位移分量; ds 为路径上任一点处的曲面元。

对各向同性均质线弹性材料, J 积分可以进一步表示为线弹性应力强度因子的函数,即

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2)$$

式中: K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分别为裂纹尖端点处应力强度因子; E 和 ν 分别为材料的弹性模量和泊松比。

本文研究的偏心荷载作用下梭形变截面薄壁圆柱壳结构和计算力学模型如图1所示,柱子两端均按铰接处理,柱子的长度为 L ,荷载作用在薄壁柱纵向对称面内,图中 z 轴经过截面形心,荷载 P 作用在距离截面形心轴为 e 的位置,其中 e 为偏心距,柱子的变形属于线弹性小变形范围内。裂纹在裂纹截面处对称出现,裂纹面正交于柱轴,裂纹所在横截面如图2所示,裂纹的长度以角度 θ 来表示, d 为薄壁结构的半径,在偏心荷载作用下,裂纹位于薄壁圆柱壳柱中间截面受拉一侧,使得裂纹前缘处于张开状态。

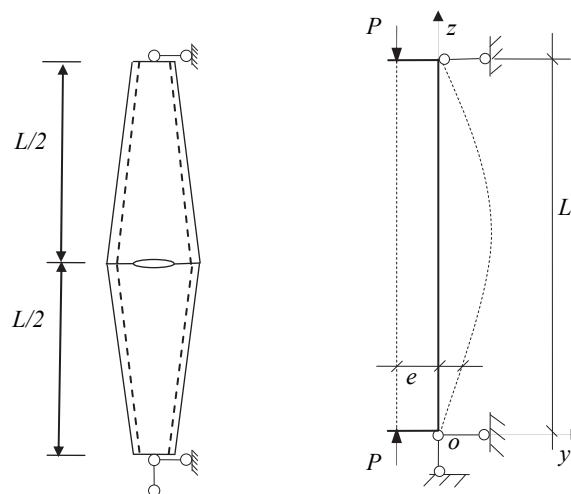


图1 偏心荷载作用下含裂纹梭形变截面薄壁圆柱壳结构及其力学计算模型

Fig.1 Eccentric compression thin-walled shuttle cylinder structure with cracks and its mechanics model

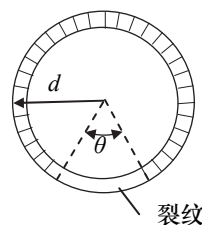


图2 裂纹所在横截面
Fig.2 cross section with crack

对于含裂纹的偏心受压梭形变截面薄壁圆柱壳的应力强度因子,通过ANSYS软件中的APDL语言编写程序。文中荷载为偏心集中荷载,将其等效为轴心受压荷载和弯矩,模型截面为空心截面,因此采用MPC184单元形成刚性梁区域在耦合点施加荷载,考虑到结构的对称性,采用四分之一模型进行分析,有限元分析模型如图3所示。



图3 梭形变截面薄壁圆柱壳有限元计算模型
Fig.3 The finite element calculation model of thin walled shuttle cylinder structure

在计算 J 积分时,主要考虑提取裂纹前缘周围

单元的应变能和应变密度, 为了尽可能的减小计算误差, 积分路径尽可能选取足够大范围, 以获得较为准确的计算结果. 为了看清裂纹前缘区域的单元划分和 J 积分的路径, 图 4 将图 3 的裂纹前缘区域放大, 从图 4 可以看出, 在裂纹前缘, 围绕裂纹画了若干条长度不同的同心圆, 而这些同心圆的就是式 (1) 求 J 积分时的积分路径, 在计算过程中为了得到有效的计算数值, 计算路径可以多取几条, 将计算结果映射到每条路径之上, 按照式 (1) 求得 J 积分值, 然后再取算术平均值作为本文计算结果. 将得到 J 积分值代入到式 (2) 中, 根据 J 积分和应力强度因子 K 的关系, 即可得到裂纹尖端应力强度因子的数值解.

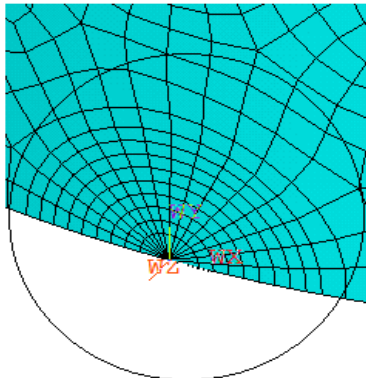


图4 裂纹前缘单元划分和积分路径
Fig.4 The element division and integral path of crack front

由于裂纹前缘单元应力场具有 $r^{-1/2}$ 阶的奇异性以及裂纹端点的不连续性, 采用实体单元solid45和solid95来计算时, 对于裂纹前缘采用退化的solid95单元, 单元中间节点移至距前缘1/4处, 此时便可以很好地解决裂纹前缘的应力奇异性和高应变梯度, 如图5所示.

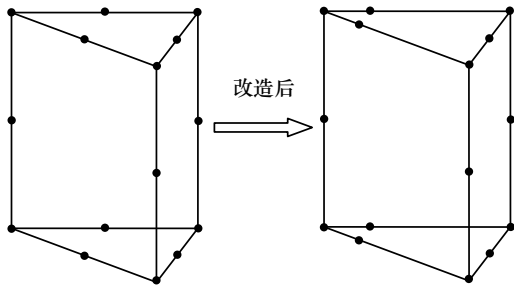


图5 裂纹前缘单元改造前后示意图
Fig.5 The element of crack front before and after the improvement

2 数值算例

现有梭形薄壁圆截面圆柱壳, 端部截面半径 $d_0=0.10\text{ m}$, 壁厚 $t=0.010\text{ m}$, 长度 $L=5\text{ m}$, 弹性模量 $E=206\text{ GPa}$, 泊松比 $\nu=0.3$, 偏心度 $\varepsilon=e/2R$, 其取值范围为 $\varepsilon=0.25\sim 4.0$, 楔率 $\gamma=d/d_0-1$, 其中 d 和 d_0 分别为梭形圆截面柱的跨中外径和端部外径, 楔率的范围一般取 $\gamma=0.0\sim 1.0$, 假定柱子中间截面受拉一侧存在裂纹, 且裂纹截面与柱形心轴正交, 在梭形圆形截面中, 裂纹长度 $2a=0\sim 2b$, $b=R\theta$, 其中 θ 为半裂纹长度对应的圆心角, 其取值范围为 $\theta=0\sim \pi/4$, 假设裂纹长度与其最大裂纹长度之比 $\xi=a/b$, 其取值范围为 $\xi=0.1\sim 1.0$, 荷载 α 为施加的工作荷载与完善构件弹性极限荷载的比值.

2.1 可靠性验证

为了验证计算结果的正确性, 当楔率 γ 和偏心度 ε 都为零时, 梭形圆截面柱壳的偏心受压就退化为等直圆截面柱壳的轴心受压情况, 将计算结果与文献 [10]的进行对比见表1, 采用无量纲化应力强度因子 $K^*=Kt/\sigma\sqrt{\pi a}$, 可以看出二者结果基本吻合.

2.2 应力强度因子数值分析计算

下面分别就裂纹长度、荷载以及楔率对应力强度因子的影响进行计算分析.

图 6 为楔率 $\gamma=0.5$, 偏心度 $\varepsilon=2.0$ 时, 不同荷载状态下应力强度因子 $K-\xi$ 的关系曲线, 从图中可以看出, 在同一荷载 α 下, 随着裂纹长度的增大, 应力强度因子 K 几乎呈线性增长; 在同一裂纹长度下, 应力强度因子 K 随着荷载 α 的增大而增大.

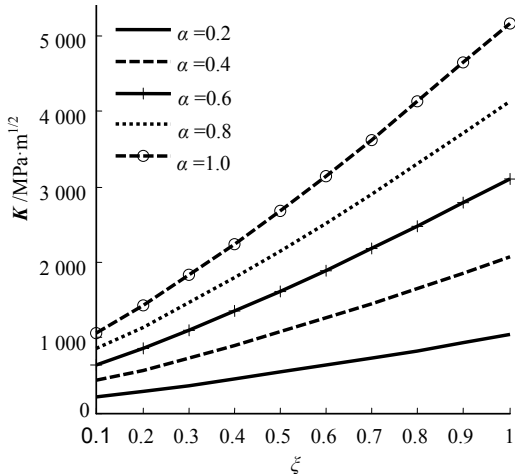


图6 不同荷载状态下 $K-\xi$ 的关系图
Fig.6 The relation curves of $K-\xi$ change along with load

表1 本文计算结果与文献[10]计算结果对比

Tab.1 Comparison of this result with the result provided in Reference 10									
ξ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
本文解 K^*	0.970	0.981	0.991	1.001	1.012	1.022	1.033	1.043	1.053
文献[10]解 K^*	0.999	1.004	1.009	1.014	1.020	1.027	1.034	1.040	1.058

图7为楔率 $\gamma=0.8$, 荷载 $\alpha=0.5$ 时, 不同偏心度下应力强度因子 K - ξ 的关系曲线, 从图7中可以看出应力强度因子 K 随着裂纹长度 ξ 的增大几乎呈线性变化; 在同一裂纹长度 ξ 下, 随着偏心度 ε 的增大, 应力强度因子 K 也在增大, 且增大的幅度越来越大. 特别强调的是, 当偏心度较小时, 应力强度因子 K 随裂纹长度 ξ 的增大变化较小, 此时裂纹张开的较小, 开展的不是很明显, 应力强度因子变化较小, 甚至此时有可能裂纹处于闭合状态.

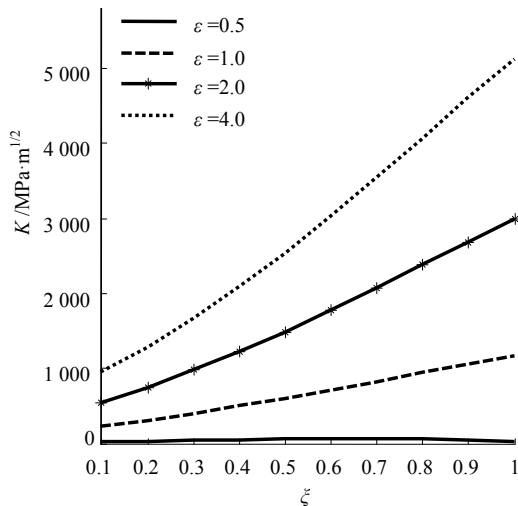


图7 不同偏心度下 K - ξ 的关系图

Fig.7 The relation curves of K - ξ change along with eccentric compression

图8为偏心度 $\varepsilon=1.0$, 荷载 $\alpha=0.8$ 时, 不同楔率下应力强度因子 K - ξ 的关系曲线, 从图中可以看出, 当裂纹长度 ξ 小于0.4时, 楔率 γ 对应应力强度因子 K 的影响非常小, 几乎没影响, 而当裂纹长度 ξ 大于0.4时, 随着裂纹长度 ξ 的增加, 楔率 γ 对应应力强度因子 K 的影响会加大, 在同一裂纹长度 ξ 下, 随着楔率 γ 的增加, 应力强度因子 K 增大幅度在逐步地缩小.

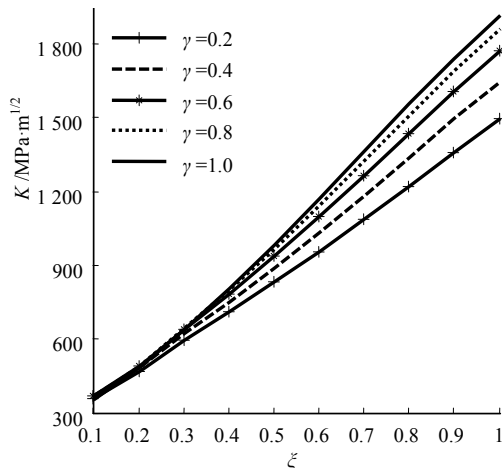


图8 不同楔率下 K - ξ 的关系图

Fig.8 The relation curves of K - ξ change along with tapering ratio

2.3 应力强度因子计算公式

在2.2应力强度因子的数值分析计算过程中, 我们知道应力强度因子和裂纹长度、荷载、偏心度、以及梭形结构的形状有关系, 结合文献[10]关于圆截面应力强度因子的计算公式, 提出偏心受压梭形圆截面柱壳结构应力强度因子的计算公式为

$$K_I = f(\theta, \gamma) \frac{\sigma}{t} \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

式(3)中: θ 为半裂纹范围所对应的圆心角, 控制裂纹的长度 a . 对于偏心受压梭形圆截面, 其裂纹截面的沿着圆周向受拉应力 $\sigma(\theta)$ 的受压区逐渐减小, 即:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &= -P/A + My/I_0 \\ &= -P/A + P\varepsilon(2R)R\cos\theta/I(x) \end{aligned} \quad (4)$$

其中: P 为所施加集中荷载; A 为裂纹面的截面面积; R 为裂纹所在截面的外半径; $I(x)$ 为梭形圆截面惯性矩, 具体表达式为

$$I(x) = \frac{\pi}{64} [8d^3(x)t - 24d^2(x)t^2 + 32d(x)t^3 - 16t^4] \quad (5)$$

其中 $d(x)$ 为梭形薄壁圆圆柱壳的外径.

现将裂纹面内的周向受拉应力 $\sigma(\theta)$ 等效为均布荷载, 在梭形圆形截面中, 半裂纹长度对应的圆心角 θ 取值范围为 $\theta=0\sim\pi/4$, 所以有

$$\sigma t R \frac{\pi}{4} = \int_0^{\pi/4} t \sigma(\theta) R d\theta \quad (6)$$

化简得到

$$\sigma = \int_0^{\pi/4} \sigma(\theta) d\theta \bigg/ \frac{\pi}{4} \quad (7)$$

通过计算数据得到应力强度因子 θ 与 γ 关系并拟合出 $f(\theta, \gamma)$ 函数为

$$f(\theta, \gamma) = (0.4422\theta - 5.769\gamma + 5.246) \times 10^{-3} \quad (8)$$

式(3)就是采用有限元数值计算拟合出偏心受压梭形圆截面柱壳结构的应力强度因子的计算公式, 通过该公式可以非常方便的计算应力强度因子的, 从公式(3)可以看出: 当偏心距 ε 等于零时, 可以计算轴心受压时梭形圆截面的应力强度因子; 当轴力 P 等于零时, 可以计算梭形圆截面柱受弯矩作用时的应力强度因子; 当楔率 γ 等于零时, 可以计算偏心受压圆截面的应力强度因子, 所以公式(3)具有通用性. 为了验证公式的正确性和可靠性, 将楔率 γ 和偏心度 ε 均设为零时, 公式(3)就退化为含裂纹的轴心受压薄壁圆截面柱的应力强度因子的计算公式, 与文献[10]进行对比, 图9画出了本文

计算结果和文献[10]的无量纲应力强度因子 $K^*-\xi$ 的关系图, 从图9可以看出二者的大小和规律基本是吻合的。

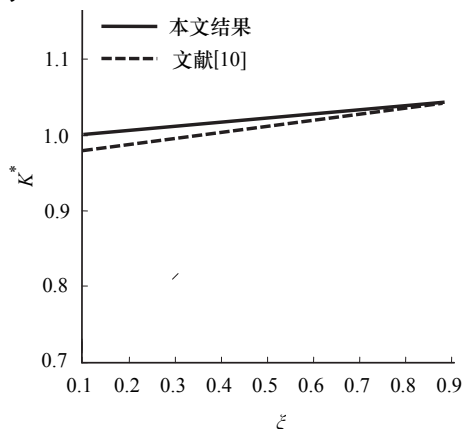


图9 文献10和本文计算结果 $K^*-\xi$ 的曲线

Fig.9 The result of this article and reference 10 curves of $K^*-\xi$

3 结论

(1) 本文利用了J积分和应力强度因子关系, 基于J积分理论, 得到了含裂纹的梭形圆截面的薄壁弹性圆柱壳结构的应力强度因子, 分析了荷载的大小、偏心度、裂纹长度、梭形结构的楔率对裂纹应力强度因子的影响, 并将结果与已有的文献对比, 说明本文计算结果是可靠的。

(2) 裂纹长度、荷载以及楔率对应应力强度因子影响很大, 而且这些参数是相互影响的。在荷载和偏心度较小时, 裂纹长度对应应力强度因子影响会比较小, 随着荷载和偏心度的增加, 裂纹长度对应应力强度因子影响会增大; 楔率 γ 对应应力强度因子的影响与裂纹长度有关系, 随着楔率 γ 的增大, 应力强度因子 K 也在增大, 但是增大的幅度在逐步缩小。所以在实际工程结构的计算中, 一定要注意偏心度较大、荷载较大时, 裂纹对结构的安全的影响。

(3) 采用有限元数值计算拟合出偏心受压梭形圆截面的应力强度因子的计算公式, 并和相关的应力强度因子的计算结果进行了比较, 证明了应力强度因子的计算公式可靠性, 为工程计算提供了一种有效简单实用的方法。

参考文献 References

- [1] CHEN Y Z. Multiple crack problems for torsion thin walled cylinder[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 1999, 76(1): 49-53.
- [2] 周利. 常见薄壁拉伸构件带中心裂纹时的应力强度因子公式[J]. 建筑钢结构进展, 2005, 7(4): 54-58.
ZHOU Li. A series of simple SIF formulations of model i center crack in tensile thin-walled member[J]. Progress in Steel Building Structures, 2005, 7(4): 54-58.
- [3] AN J H, KIM Y J, BUDDEN P J. Elastic stress intensity factors and crack opening displacements for circumferential through-walled cracked elbows[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(14): 2821-2839.
- [4] LEWIS T, WANG X. The T-stress solutions for through-wall circumferential cracks in cylinders subjected to general loading conditions[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(10): 3206-3225.
- [5] WYART E, COULON D, DUFLOT M, et al. A substructured FE-shell/XFE -3D method for crack analysis in thin-walled structures[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 72(7): 757-779.
- [6] VARFOLOMEYEV I, PETERSILGE M, BUSCH M. Stress intensity factors for internal circumferential cracks in thin-and thick-walled cylinders[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 60(5): 492-500.
- [7] 白杨. 带有环向内裂纹的薄壁钢管结构断裂力学计算分析[J]. 兰州理工大学学报, 2014, 32(2): 79-83.
BAI Yang. Fracture mechanics-based evaluation and analysis of thin-walled steel tubular structure with interior circumferential cracks[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2014, 32(2): 79-83.
- [8] 孙建刚, 盛燕, 卢胜勇. 薄壁管道穿透裂纹应力强度因子修正系数分析[J]. 大庆石油学院学报, 2008, 32(2): 79-83.
SUN Jiangang, SHENG Yan, LU Shengyong. The analysis and research of crack top's stress intensity factor and correction coefficient of thin pipes[J]. Journal of Daqing Petroleum Institute, 2008, 32(2): 79-83.
- [9] 郭建章, 张选利, 王威强. 三维J积分有限元分析的曲面积分法[J]. 青岛化工学院学报, 2001, 22(3): 286-289.
GUO Jianzhang, ZHANG Xuanli, WANG Weiqiang. Calculations of three dimensional j -integral by surface integral method in finite element analysis[J]. Journal of Qingdao Institute of Chemical Technology, 2001, 22(3): 286-289.
- [10] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 修订版. 北京: 科学出版社, 1993.
Chinese Aeronautical Establishment. Manual of stress intensity factor [M]. Rev. ed. Beijing: Science Press, 1993.

(编辑 桂智刚)