

# 非线性实时动力子结构试验系统稳定性分析

唐贞云, 郭 琚, 李振宝

(北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 实时动力子结构试验系统由物理子结构和数值子结构组成, 两者实时传输数据, 真实再现地震响应。稳定性分析是试验能否正常进行的基础对于试验运行至关重要。子结构试验的宗旨基于现有设备能进行大尺寸构件的非线性特性试验, 而既有研究对子结构试验系统稳定性问题的探讨主要集中于线性阶段, 对于结构进入非线性后的影响涉及较少, 因此, 结构非线性行为对稳定性造成怎样的影响是本文研究的重点。基于“增益裕度”提出了可以同时考虑加载系统、试验试件动力特性及其耦合效应的稳定性分析方法。以线性系统为基础分别探究了基于振动台和作动器的实时子结构试验全过程的稳定性界限。分析结果表明, 基于作动器的子结构试验系统稳定性, 对于初始频率较低的结构, 可以通过初始稳定性判定; 对于初始频率较高的结构, 需要考虑非线性的影响。在基于振动台的子结构试验系统中, 物理与数值子结构频率比是影响子结构试验系统稳定性的主要因素, 该比值越小非线性对稳定性的影响越小, 该比值较大时非线性会降低试验系统稳定性。

**关键词:** 实时子结构; 稳定性; 非线性; 振动台; 作动器

中图分类号: TU317

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2017)02-0228-07

## Stability analysis of nonlinear real-time dynamic substructuring system

TANG Zhen yun, GUO Jun, LI Zhen bao

(The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education,  
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Real-time dynamic substructure (RTDS) system consists of the numerical substructure and the experimental substructure. The two parts transmit data at the same time so that it can simulate real seismic responses. The stability of RTDS is the basis of the experiment's feasibility and it plays a key role in the implementation of a test. The purpose of substructure testing is to experiment large size specimens which are nonlinear based on the existing equipment. However, existing researches about the stability of RTDS system almost concentrate on the linear stage and less talk about the effects when structures get into the nonlinear part. Therefore, this paper focuses on the effect of stability of nonlinear structures. A novel analysis method of stability was developed by using the concept of 'gain margin'. It can consider the loading system and specimens' dynamic characteristics and coupling effects at one time. The whole process of stability analysis in RTDS testing was based on linear system. It discussed the results based on the loading system of shaking table and the actuator respectively. Results show that the stability based on the loading system of actuator can be determined by the initial stability when it has lower initial frequency. Besides, when the initial frequency is higher the nonlinear influence should take into account. The frequency ratio of physical and numerical substructure is the main factor affecting the stability of RTDS system which is based on the loading system of shaking table. When the ratio is small the influence of the nonlinear of the stability is small. And when the ratio is large, the nonlinear will reduce the stability of the test system.

**Key words:** real-time dynamic substructuring; stability; nonlinearity; shaking table; actuator

实时子结构试验<sup>[1-2]</sup>最早由 Nakashima<sup>[4]</sup> 成功实现并应用于工程结构抗震性能试验研究。该试验方法充分利用数值模拟与物理试验的优点, 将试验对象分为物理子结构和数值子结构两部分,

物理子结构承担主要研究构件或部分结构的物理试验, 数值子结构承担其余剩余结构的数值分析。两者数据实时交互, 真实再现结构在地震作用下的响应。该试验形式可以最大限度的拓展试验内

收稿日期: 2016-06-25

修改稿日期: 2017-03-21

基金项目: 北京市自然科学基金资助项目(8164050), 市教委科技计划面上基金资助项目(SQKM201610005013)

作者简介: 唐贞云(1983—), 男, 讲师, 博士, 主要从事结构抗震实验技术研究。E-mail: tzy@bjut.edu.cn

容, 提高试验设备的使用范围, 即减小设备及构件尺寸局限等因素的影响, 同时对于复杂动力系统的试验提供了便捷的试验平台。

国内外学者对于实时动力子结构试验稳定性的研究目前多集中于试验构件处于线性状态下该系统时滞补偿的研究<sup>[5-8]</sup>。而结构试验由于其实际意义, 多关注于结构进入非线性后的力学性能及结构响应。在非线性子结构试验方面, 2010 年许国山、吴斌<sup>[9]</sup>提出了 PI 控制的等效力控制方法的非线性结构分析。2012 年王菲、姜南<sup>[10]</sup>提出了适合于非线性子结构与多个线性子结构存在边界耦合情况的线性-非线性混合约束模态综合法。既有研究虽然对于结构进入非线性后的实时子结构试验有所涉及, 但对结构非线性性能子结构试验系统稳定性影响的研究鲜有报道, 稳定性问题是子结构试验的关键问题之一, 满足稳定性要求是试验的必要前提。因此, 本文将幅值及相位等稳定性误差考虑在内, 将结构进入非线性后刚度的减小自振频率的降低究竟会对稳定性造成怎样的影响作为研究的重点。

## 1 子结构试验系统模型及非线性稳定性分析方法

### 1.1 系统模型选取

子结构根据加载方式的不同可分为基于作动器和振动台两类, 其基本原理如图 1 所示。图 1(a)为基于作动器的实时动力子结构试验系统。以单自由度结构为例, 将弹簧及阻尼器作为物理子结构(以下标 P 标示)通过作动器进行加载, 质量-弹簧-阻尼振荡系统作为数值子结构(以下标 N 标示)通过动力特性建模在计算机中进行数值求解。图 1(b)选取两自由度体系作为试验对象, 其中上部结构作为物理子结构, 在振动台上进行实时振动, 下部作为数值子结构在计算机中模拟。其中  $m$ ,  $c$ ,  $k$  为质量、阻尼及刚度。

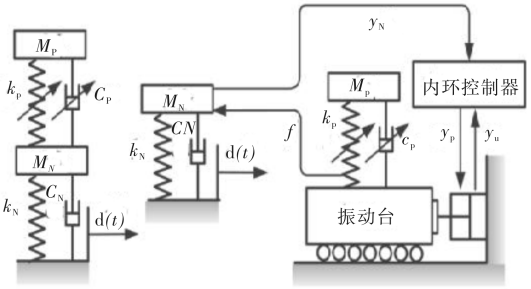
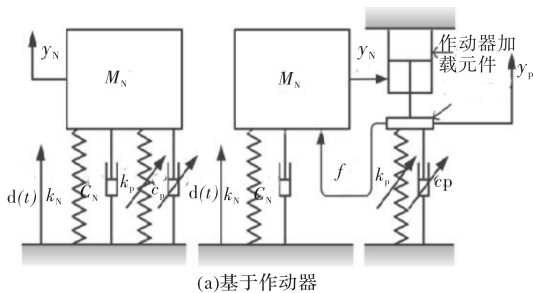


图 1 子结构试验原理

Fig. 1 The principle of RTDS system

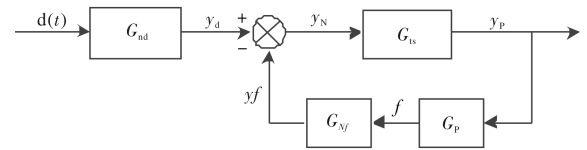


图 2 子结构试验框图

Fig. 2 Diagram of the substructure test

将地面运动( $d$ )输入计算机, 数值子结构模拟震动得到界面数值位移( $y_N$ ), 该位移由物理子结构反力( $f$ )和数值子结构响应共同影响。加载系统以响应进行加载, 最终得到实际响应值( $y_P$ )。对线性系统而言, 其子结构试验框图如图 2 所示, 其中  $G_{ts}$  为控制对象加载系统,  $G_{Nd}$ 、 $G_P$ 、 $G_{Nf}$  分别为数值子结构、物理子结构和界面约束的传递函数。取值方法如文献<sup>[11]</sup>。

### 1.2 基于增益裕度的子结构非线性稳定性分析方法

如图 2 所示, 该闭环传递函数和特征方程如下, 其中  $G_{ts}$  为加载系统取值详见参考文献<sup>[11]</sup>,  $G_{Nd}$  是数值子结构,  $G_P$  是物理子结构,  $G_{Nf}$  为界面约束。

$$y_P = \frac{G_{ts} G_{Nd}}{1 + G_{ts} G_{Nf} G_P} d \quad (1)$$

通过增益裕度<sup>[12]</sup>的概念, 利用线性增益裕度求稳定性的方法<sup>[11]</sup>即可通过式(2)和(3)得到子结构试验系统的临界稳定性。其中  $K_c$  为实时动力子结构系统稳定点的临界值,  $\omega_{gm}$  为交叉频率, 可由式(2)求得。

$$\angle(G_{ts} G_{Nf} G_P) = -\pi \quad (2)$$

$$K_c | G_{ts} G_{Nf} G_P |_{\omega=\omega_{gm}} = 1 \quad (3)$$

对于非线性子结构稳定性, 结构刚度减小, 频率降低, 因此考虑结构刚度从初始刚度降低至结构丧失承载力时的刚度。如图 3 所示, 横坐标为结构刚度, 纵坐标为稳定性评价指标。横坐标刚度由大到小, 表示一个确定初始刚度结构, 从线性到非线性的过程。其中整条曲线的最低点即为

该子结构试验全过程中的稳定性控制点, 该点的稳定性控制了对应子结构试验实现的可行性及能进行到的非线性程度。

$$k_c = \min(K_c) \quad (4)$$

在确定结构初始刚度下, 只要稳定性高于  $k_c$  则系统稳定。换言之, 每个结构对应于一个初始刚度, 每一个初始刚度对应有一条全过程稳定性曲线, 每一条曲线对应一个  $k_c$  值。通过  $k_c$  的大小就可以在试验前通过测量结构初始刚度判断该结构从线性到非线性全过程中的稳定性情况, 以此进行结构试验可行性判断。

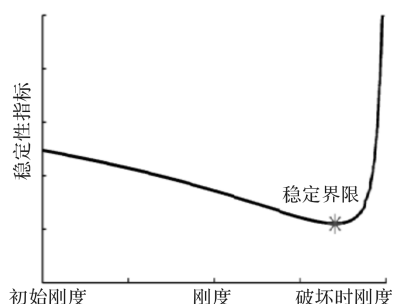


图3 非线性子结构系统稳定性

Fig. 3 The stability of nonlinear RTDS

## 2 基于作动器的非线性子结构系统稳定性影响分析

选取与文献[11]相同的作动器模型及参数, 以弹簧及阻尼器作为物理子结构分别进行实时动力子结构试验模拟。

### 2.1 弹簧作为物理子结构

如图1(a)所示物理子结构中只有弹簧系统( $c_p = 0$ ), 其界面约束及物理子结构传递函数分别如式(5)、(6)所示:

$$G_{Nf} = \frac{1}{m_N s^2 + c_N s + k_N} \quad (5)$$

$$G_p = k_p \quad (6)$$

选取物理和数值子结构刚度比( $p_k = k_p/k_N$ )作为系统稳定性评价参数, 将上述两式带入式(2)、(3)可得线性系统稳定性评价表达式为

$$\arctan\left(\frac{2\zeta_N \omega_N \omega_{gm}}{\omega_{gm}^2 - \omega_N^2}\right) + \angle(G_{ts})_{\omega=\omega_{gm}} = -\pi \quad (7)$$

$$p_{kc} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{gm}^2}{\omega_N^2}\right)^2 + 4\zeta_N^2 \frac{\omega_{gm}^2}{\omega_N^2}}}{|G_{ts}|_{\omega=\omega_{gm}}} \quad (8)$$

由式(8)可知当不考虑试件-加载系统相互作用时, 其稳定性与物理子结构特性无关, 即当物理子结构由线性进入非线性后, 刚度及自振频率

的变化不会影响结构的稳定性, 因此可以通过线性结构的初始稳定性判断整体试验的稳定性情况。当试验考虑相互作用时, 由式(8)可以看出, 该稳定性与数值子结构和作动器特性相关, 由于作动器模型<sup>[11]</sup>中包括物理子结构参数, 此时的稳定性还与物理子结构特性相关, 因此物理子结构非线性特性的影响需要额外考虑。采用上述基于线性系统的非线性子结构稳定性评价方法, 结构分析参数如下: 数值子结构自振频率  $\omega_N \in (0 \sim 20)$  Hz,  $k_0$  为基准刚度, 这里取  $4.095 \times 10^4$  N/m, 数值子结构阻尼比为  $\xi_N = 2\%$ 。为表述方便, 令  $p = p_k/(1 + p_k)$ , 即取物理子结构刚度与总刚度的比值作为稳定性评价参数。计算结果如图4所示(a)~(c)分别为  $k_p = 0.1k_0$ 、 $k_p = k_0$  及  $k_p = 10k_0$  的稳定性曲线图。每幅图中蓝色曲线表示  $k = k_p$ 、黑色曲线族表示  $0.1k_p < k < k_p$ 、红色曲线表示  $k = 0.1k_p$ , 表示物理子结构刚度  $k$  从原有物理子结构刚度  $k_p$  下降到  $10\%k_p$  的过程中每一个刚度所对应的稳定性情况。通过该方法模拟结构进入非线性后刚度降低的情形。图中每一条曲线代表不同数值子结构的初始刚度下所对应稳定性最小值的连线。而由蓝线至黑线族再到红线则代表初始刚度为  $k_p$  的结构由线性到非线性的过程。

由图4对比可知, (1)随着数值子结构频率的增加, 弹簧作为物理子结构的系统稳定性逐渐降低, 因此低频结构相对稳定性较好。(2)试件-加载系统相互作用较小时如图4(a)、(b), 结构线性到非线性的过程稳定性变化并不明显, 表现为曲线族较为集中, 但当物理子结构刚度初始值较大时如图4(c)所示, 曲线较为分散, 即非线性对于结构的稳定性影响较为明显。(3)当试件-加载系统相互作用较大时, 随着非线性的进行当数值子结构频率小于约 10 Hz 时, 非线性程度越大稳定性越高, 当结构频率大于 10 Hz 后, 稳定性随非线性程度的增大而降低。

由此说明结构在不考虑试件-加载系统相互作用时, 结构非线性对系统稳定性评价结果无影响, 可通过初始稳定性判断。考虑相互作用时, 需要考虑非线性对于结构稳定性的影响, 非线性对于低频范围有利, 在高频范围不利。

### 2.2 阻尼器作为物理子结构

这类子结构试验为如图1(a)所示物理子结构中只有阻尼系统( $k_p = 0$ ), 其界面约束及物理子结构传递函数分别如式(5)、(9)所示:

$$G_p = c_p s \quad (9)$$

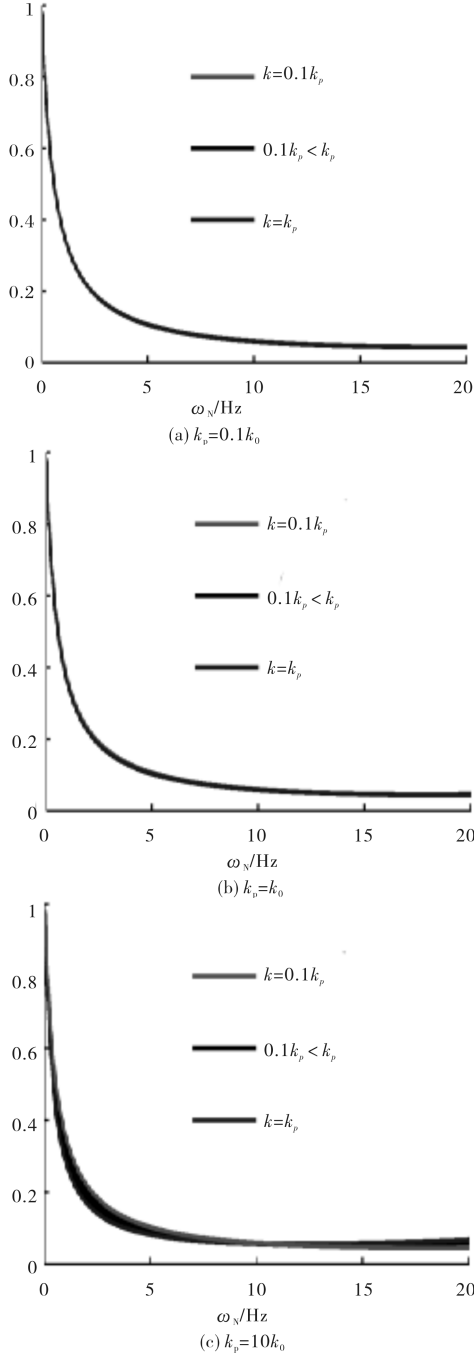


图4 考虑结构非线性后的弹簧物理子结构稳定性边界

Fig. 4 Stability boundaries of spring RTDS with consideration of nonlinear

将式(5)、(9)带入式(2)、(3)可得线性系统稳定性评价表达式为

$$\arctan\left(\frac{\omega_N^2 - \omega_{gm}^2}{2\zeta_N \omega_N \omega_{gm}}\right) + \angle(G_{ts})_{\omega=\omega_{gm}} = -\pi \quad (10)$$

$$P_{cc} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega_N^2 - \omega_{gm}^2}{2\zeta_N \omega_N \omega_{gm}}\right)^2 + 1}}{|G_{ts}|_{\omega=\omega_{gm}}} \quad (11)$$

结构分析参数如下:  $\omega_N \in (0 \sim 20) \text{ Hz}$ ,  $\xi_N = 2\%$ ,  $c_0$  为基准阻尼系数这里取  $1.665 \times 10^3 \text{ Ns/m}$ , 同理, 为表述方便, 令  $p = p_c / (1 + p_c)$ , 即取物

理子结构阻尼与总阻尼的比值作为稳定性评价参数. 计算结果如图5所示, 其中图5(a)、(b)、(c)分别为  $c_p = 0.1c_0$ 、 $c_p = c_0$  及  $c_p = 10c_0$  的稳定性曲线图. 阻尼比  $\xi_N$  取  $2\%$ , 蓝色曲线表示  $c = c_p$ 、黑色曲线族表示  $0.1c_p < c < c_p$ 、红色曲线表示  $c = 0.1c_p$ , 即从原有物理子结构阻尼系数  $c_p$  下到降  $10\%c_p$  的过程中每个阻尼所对应稳定性情况.

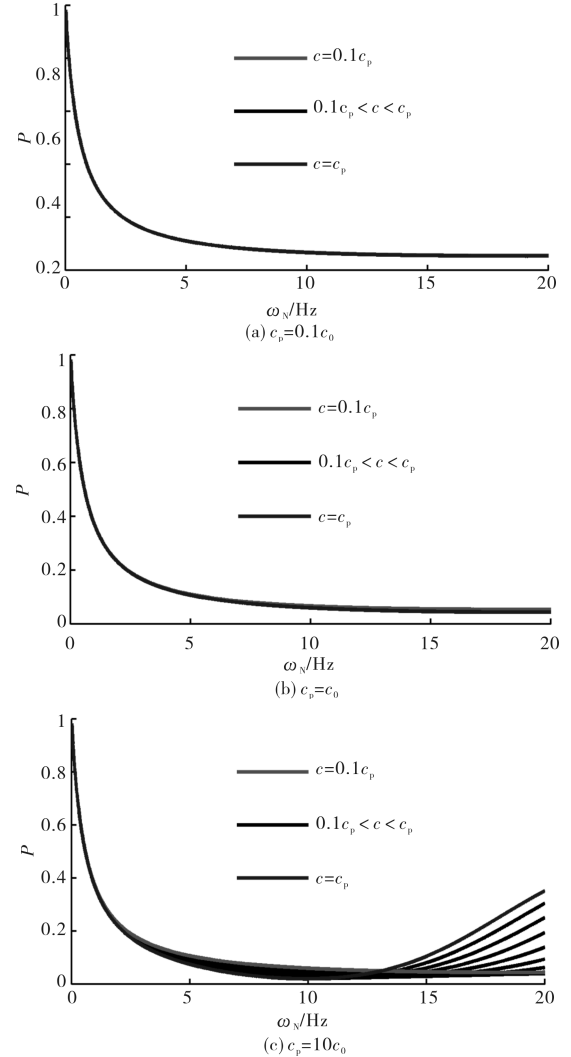


图5 考虑结构非线性后的阻尼器物理子结构稳定性边界

Fig. 5 Stability boundaries of damper RTDS with consideration of nonlinear structure

通过对比图5曲线, 可以得出(1)阻尼器作为物理子结构, 当试件-加载系统相互作用较小时, 随数值子结构频率的增加结构稳定性逐渐降低, 当  $c_p$  较大时结构稳定性呈现先减小后增大的趋势. (2)在试件-加载系统用相互作用较小时如图5(a)、(b)所示, 非线性对于结构稳定性的影响较小, 当相互作用较大时, 非线性影响明显, 表现在  $13 \text{ Hz}$  附近存在拐点, 即小于  $13 \text{ Hz}$  时, 非线性进程越明显稳定性越好, 大于  $13 \text{ Hz}$  时, 随着非线性的增加

稳定呈下降趋势。

由此可知试件-加载系统相互作用越大,非线性对稳定型的影响越大。非线性在低频范围对于结构稳定性有利,在高频范围对结构稳定性不利。

### 3 基于振动台的非线性子结构系统稳定性影响分析

采用如图1(b)所示两自由度结构系统讨论振动台与试件相互作用对振动台子结构试验系统稳定性的影响。将上部自由度作为物理子结构,下部自由度作为数值子结构。 $\omega_N$ 、 $\xi_N$ 、 $\omega_p$ 、 $\xi_p$ ,分别表示数值、物理子结构的频率及阻尼比。其界面约束及物理子结构传递函数分别如式(12)、(13)所示:

$$G_p = \frac{m_p S^2 (c_p S + k_p)}{m_p S^2 c_p S + k_p} \quad (12)$$

$$G_N f = \frac{1}{m_N S^2 + c_N S + k_N} \quad (13)$$

将上述两式带入式(2)、(3)可得线性系统稳定性评价表达式为

$$\arctan(2\xi_p \frac{\omega_{gm}}{\omega_p}) - \arctan(\frac{2\xi_p}{\frac{\omega_p}{\omega_{gm}} - \frac{\omega_{gm}}{\omega_p}}) - \arctan(\frac{2\xi_N}{\frac{\omega_N}{\omega_{gm}} - \frac{\omega_{gm}}{\omega_N}}) + \angle(G_{ts})_{\omega=\omega_{gm}} = -\pi \quad (14)$$

$$P_{mc} = \frac{\sqrt{(\frac{\omega_{gm}}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega_{gm}})^2 + 4\xi_p^2} \sqrt{(\frac{\omega_{gm}}{\omega_N} - \frac{\omega_N}{\omega_{gm}})^2 + 4\xi_N^2}}{\frac{\omega_{gm}}{\omega_N} \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega_{gm}^2} + 4\xi_p^2}} |G_s|_{\omega=\omega_{gm}} \quad (15)$$

采用上述基于线性系统的非线性子结构稳定性评价方法,结构分析参数如下: $\omega_N \in (0 \sim 20)$  Hz,  $\xi_N = 2\%$ ,  $\xi_N = \xi_p$ ,  $m_p = (1/10 \sim 10)m_0$ ,  $m_0$  为基准质量,振动台相关参数及模型参照文献<sup>[11]</sup>。该振动台台面质量 6 000 kg,最大载重 15 000 kg,而  $m_p = (1/10 \sim 10)m_0$ ,因此取  $m_0 = 1\,500$  kg。同上理,为表述方便,另令  $p = p_m/(1 + p_m)$ ,即物理子结构质量与总质量的比值作为稳定性评价参数。计算结果分见图6—图8。图6—图8中纵坐标表示稳定性,横坐标表示物理子结构自振频率初始值。图6—图8中红色曲线表示  $m_p = m_0$ ,黑色曲

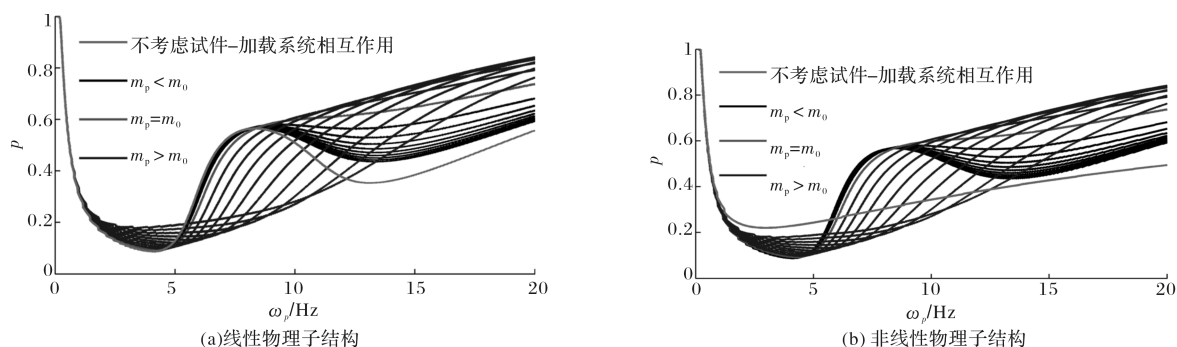


图6 子结构试验系统稳定性边界:  $\omega_p = 0.5\omega_N$

Fig. 6 Stability boundaries of RTDS:  $\omega_p = 0.5\omega_N$

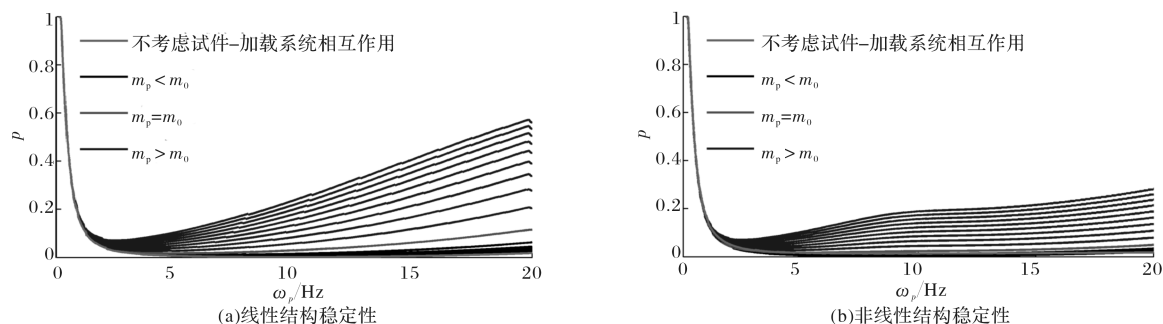
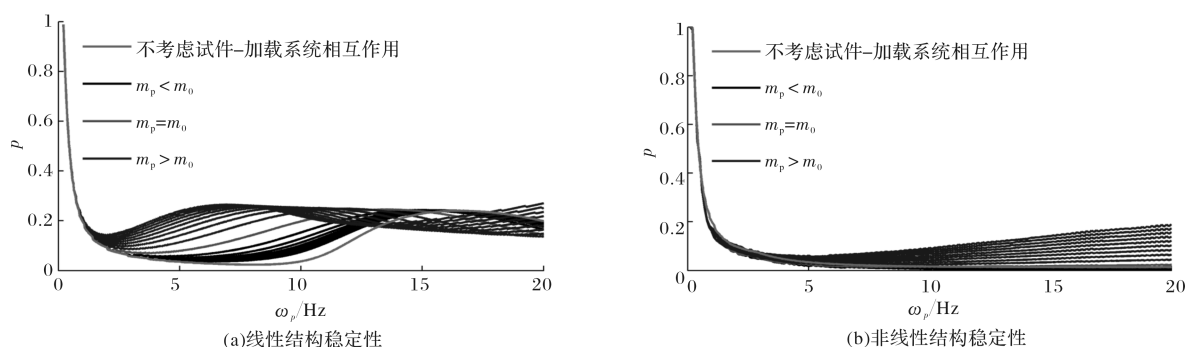


图7 子结构试验系统稳定性边界:  $\omega_p = \omega_N$

Fig. 7 Stability boundaries of RTDS:  $\omega_p = \omega_N$

图8 子结构试验系统稳定性边界:  $\omega_p = 2\omega_N$ Fig. 8 Stability boundaries of RTDS:  $\omega_p = 2\omega_N$ 

线族表示  $m_p < m_0$ , 蓝色曲线族表示  $m_p > m_0$ , 绿色曲线表示不考虑试件-加载系统相互作用的影响.

图6(a)、7(a)及8(a)分别为当  $\omega_p = 0.5\omega_N$ ,  $\omega_p = \omega_N$  和  $\omega_p = 2\omega_N$  时物理与数值子结构均处于线性阶段时试验系统的稳定性情况. 图6(b), 7(b)及8(b)表示, 假设数值子结构处于线性阶段, 保持初始频率不变; 研究物理子结构从线性至非线性全过程结构的稳定性. 选取物理子结构初始自振频率为 0.1~20 Hz, 每一结构都从该初始频率开始试验, 直至频率降为原有结构的 10% 时停止试验. 每一个初始频率从线性到非线性过程中都存在一个稳定性最低值  $k_c$ , 将各个  $k_c$  连线便是图中一条曲线代表的含义. 可以通过每一个结构的初始自振频率, 找到该结构从线性到非线性过程中的稳定性最低点, 以此研究结构试验的可行性及数值与物理子结构的划分.

由图6(b)可以看出: (1) 非线性结构在 5~10 Hz 之间时试件-加载系统相互作用越小稳定性越好, 低频和低频阶段, 相互作用均对结构稳定性有利. (2) 当不考虑相互作用时, 低频范围对非线性结构有利, 高频范围非线性结构的稳定性低于考虑相互作用的试验结果. 通过对比图6(a)、(b)可以发现: (1) 当考虑试件-加载系统相互作用时, 曲线差异很小. 这说明物理子结构与数值子结构初始频率比较小时, 线性与非线性并非结构稳定性的关键影响因素. (2) 当不考虑试件-加载系统相互作用时, 非线性结构曲线趋势与考虑相互作用时变化趋势差异较大, 而线性结构趋势变化较小, 说明考虑相互作用对非线性结构影响较大. 由图7(b)、8(b)可以看出: 随着物理子结构初始自振频率的增加, 稳定性先减小后增加. 非线性结构试件-加载系统相互作用越大, 稳定性越高.

通过对比图6—图8可以发现: 随着物理子结构与数值子结构初始频率比的增大, 非线性结构稳定性逐渐降低, 且线性与非线性稳定性变化趋于明显, 在中高频范围非线性结构稳定性明显小于线性结构. 且不考虑试件-加载系统相互作用均对稳定性不利.

## 4 结论

(1) 通过建立作动器与试件耦合动力模型, 分别讨论了弹簧及阻尼器作为物理子结构的非线性情况对子结构试验系统稳定性的影响, 分析结果表明: 非线性实时动力子结构试验系统中, 初始频率较低的结构进入非线性后稳定性有所增强, 初始频率较高的结构进入非线性后稳定性有所降低. 因此, 对于初始频率较低的结构, 可以通过初始稳定性判定; 对于初始频率较高的结构, 需要考虑非线性的影响.

(2) 通过线性与非线性结构考虑与不考虑试件-加载系统相互作用对比, 基于振动台模型的子结构系统稳定性影响分析发现: 物理与数值子结构频率比是影响子结构试验系统稳定性的主要因素, 该比值越小非线性对稳定性的影响越小, 该比值较大时非线性会降低试验系统稳定性.

(3) 分析结果将有助于对实时动力子结构试验对于可行性的把握, 及结构试验全过程的稳定性变化情况的预测.

## 参考文献 References

- [1] HORIUCHI T, INOUE M, KONNO T, et al. Real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1999, 28(10): 1121-1141.
- [2] VERMA M, RAJASANKAR J. Improved model for real-

- time substructuring testing system [J]. Engineering Structures, 2012 (41): 258-269.
- [3] CHAE Y, RICLES J M, SAUSE R. Large-scale real-time hybrid simulation of a three-story steel frame building with magneto-rheological dampers [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2014, 43(13): 1915-1933.
- [4] NAKASHIMA M, KATO H, TAKAOKA E. Development of real-time pseudo dynamic testing [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1992, 21(1): 79-92.
- [5] 王倩颖, 吴斌, 欧进萍. 考虑作动器时滞及其补偿的实时子结构实验稳定性分析[J]. 工程力学, 2007, 24(2): 9-14.
- WANG Qian ying, WU Bin, OU Jin ping. Stability analysis of real-time substructure testing considering actuator delay and compensation [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(2): 9-14.
- [6] AHMADIZADEH M, MOSQUEDA G, REINHORN A M. Compensation of actuator delay and dynamics for real-time hybrid structural simulation[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 2008, 37(1): 21-42.
- [7] CHEN C, RICLES J M. Tracking error-based servo hydraulic actuator adaptive compensation for real-time hybrid simulation[J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(4): 432-440.
- [8] LAMARCHE C P, TREMBLAY R, LEGER P, et al. Comparison between real-time dynamic substructuring and shake table testing techniques for nonlinear seismic applications [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 2010; 39(12): 1299-1320.
- [9] 许国山, 吴斌. 采用等效力控制方法的非线性结构实时子结构试验[J]. 振动工程学报, 2010, 23(3): 237-242.
- XU Guo shan, WU Bin. Real-time substructure testing of nonlinear structures with equivalent force control method [J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(3): 237-242.
- [10] 王菲, 姜南. 土-结构三维动力分析的线性-非线性混合子结构法[J]. 工程力学, 2012, 29(1): 155-160.
- WANG Fei, JIANG Nan. 3d dynamic analysis of soil-structure interaction system based on mixed linear-nonlinear substructure method [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(1): 155-160.
- [11] 郭珺, 唐贞云, 陈适才等. 试件-加载系统相互作用对实时子结构试验系统稳定性影响[J]. 工程力学, 2016, 33(11): 59-67.
- GUO Jun, TANG Zhen yun, CHEN Shi cai. The influence of specimen-transfer-system interaction on the stability of real-time substructuring system [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(11): 59-67.
- [12] RICHARD C, ROBERT H. Modern Control Systems. 11th ed. [M]. Englewood Cliffs, N J: Prentice-Hall, 2008; 356-465-586-59.

(编辑 沈波)

(上接第 219 页)

- [7] 魏秉亮, 范立民, 杨宏科. 浅埋近水平煤层采动地面变形规律研究[J]. 中国煤田地质, 1999, 11(3): 44-47.
- WEI Bing liang, FAN Limin, YANG HONGke. On the surface deformation of coal mining in shallow coal seam[J]. Coal Geology of China, 1999, 11(3): 44-47.
- [8] 侯忠杰. 浅埋煤层关键层研究[J]. 煤炭学报, 1999, 24(4): 359-363.
- HOU Zhongjie. Study on key stratum in shallow seam [J]. Journal of China Coal Society, 1999, 24(4): 359-363.
- [9] 侯忠杰. 组合关键层理论的应用研究及其参数确定[J]. 煤炭学报, 2001, 26(6): 611-615.
- HOU Zhongjie. Study on application of combinatorial key stratum theory and parameters determining [J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(6): 611-615.
- [10] 侯忠杰. 地表厚松散层浅埋煤层组合关键层的稳定性分析[J]. 煤炭学报, 2000, 25(2): 127-131.
- HOU Zhongjie. Analysis of combinatorial key strata stability in shallow coal seam with thick loose bed [J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(2): 127-131.
- [11] 赵宏珠. 浅埋采动煤层工作面矿压规律研究[J]. 矿山压力与顶板管理, 1996(2): 23-27.
- ZHAO Hongzhu. Study on strata behavior regularity in the face of superficial coal mine [J]. Ground Pressure and Strata Control, 1996(2): 23-27.
- [12] 许家林, 钱鸣高. 覆岩关键层位置的判别方法[J]. 中国矿业大学学报, 2000, 29(5): 463-467.
- XU Jialin, QIAN Minggao. Distinguishing method of position of overlying key stratum[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2000, 29(5): 463-467.
- [13] 来兴平, 吴学明, 高喜才, 等. 基于 MTS-AE 单轴压缩下的煤岩损伤特征[J]. 西安科技大学学报, 2008, 28(2): 375-377.
- LAI Xingpin, WU Xueming, GAO Xicai, et al. Characteristics analysis of coal-rock damage based on MTS-AE uniaxial compression[J]. Journal of Xi'an University of Science & Technology, 2008, 28(2): 375-377.
- [14] 黄庆享. 厚砂土层在顶板关键层上的载荷传递因子研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(6): 672-676.
- HUANG Qingxiang. Studies on load transmitting factor of thick sandy soil layer on key roof stratum in shallow seam mining [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(6): 672-676.

(编辑 沈波)