

圆底球形组合肋壳连续化分析方法

常玉珍, 程迪焱, 冯 婷, 矫璐超, 龙彦鹏, 牛泽林

(西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要:圆底球形组合肋壳由 U 型截面组合肋和上部钢筋混凝土薄壳共同组成, 能克服普通钢筋混凝土薄壳施工中支模拆模的复杂工序, 整个结构具有施工简便、工程成本低廉、受力优越等特点。本文基于连续化理论, 将组合肋壳中组合肋部分处理成正交各向异性薄壳, 与上面钢筋混凝土薄壳构成具有协同工作的双层壳, 按照弹性小挠度薄壳理论, 建立组合肋壳位移法基本方程式, 引入应力函数, 推导出混合法基本方程式, 并分别给出上层钢筋混凝土薄壳和下层组合肋网薄膜刚度矩阵、弯曲刚度矩阵以及考虑组合肋与钢筋混凝土薄壳间偏心的耦合矩阵具体表达式。最后, 以 40 m 跨圆底球形正交组合肋壳为例, 将理论分析与有限单元法结果进行比较。研究表明: 连续化分析能宏观地了解结构的力学性能, 可用于组合肋壳结构的初步设计, 为组合壳体类结构理论研究提供参考。

关键词:拟壳法; 连续化分析; 圆底球形; 组合肋壳; 薄壳理论; 无矩理论

中图分类号: TU375.4

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2017)05-0659-06

The continuous analysis of spherical composite ribbed shell with round bottom

CHANG Yuzhen, CHENG Diyan, FENG Ting, JIAO Luchao, LONG Yanpeng, NIU Zelin

(School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China)

Abstract: The spherical composite ribbed shell with round bottom consists of U-shaped composite ribs and smooth RC shell. It can refrain from the complex processing of form work, and has the advantages of simple construction and superior mechanical performance. Based on the continuous theory, composite ribs are processed as an orthotropic RC shell. With the collaborative work between the equivalent orthotropic shell and the smooth shell, the whole structure is equated as a double-layer thin shell working interactively. Based on the elastic small deflection thin shell theory, the equations are derived from the displacement method, and through introducing the stress function, the governing differential equations from mixed method are found. The expressions of pellicle stiffness and shear stiffness for composite ribs and RC shell are put forward respectively. Considering an eccentricity between composite ribs and RC shell, a coupling matrix is given too. Finally, 40 m composite ribbed shell is studied, and the theoretical solutions are compared with finite element method results. It shows that continuous analysis method has certain precision, which can reveal the mechanical properties in macroscopic scope, and also can be used for preliminary design of RC composite ribbed shell to provide references for other similar composite shells in future.

Key words: Quasi shell method; continuous analysis; spherical with round bottom; composite ribbed shell; shell theory; non moment theory

上世纪中期, 钢筋混凝土薄壳结构因受力合理, 重量轻, 结构形式新颖等优点, 受到世界各国建筑师青睐, 各国学者都对此新型结构开展大量研究^[1-4]。由于薄壳结构浇筑施工程序繁琐、结构造价成本高昂, 以及后来建筑钢材的大量使用等原因, 钢筋混凝土薄壳结构发展缓慢。本文提出的钢筋混凝土组合肋壳充分利用钢材和混凝土的材

料性能, 通过 U 型钢截面及其内浇筑的混凝土形成组合肋, 以组合肋为模板浇筑钢筋混凝土薄壳, 形成由组合肋网及上部钢筋混凝土薄壳协同工作的新型组合壳体结构形式(见图 1 和图 2), 可解决早期钢筋混凝土薄壳结构中存在的施工、成本问题, 同时组合肋网的存在一定程度上提高薄壳的承载力, 具有良好的推广应用价值^[5]。

收稿日期: 2016-10-19

修改稿日期: 2017-8-22

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(51308443); 陕西省教育厅专项科研项目(15JK1384, 16JK1443), 住房和城乡建设部科学技术计划项目(2016-K4-021)

第一作者: 常玉珍(1979—), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向: 大跨度空间结构性能研究与设计。E-mail: changyz@xauat.edu.cn

连续化分析方法是壳体结构理论研究的主要方法, Baker、Constantine 等著作中, 对包含各种荷载形式的不同形状壳体做出了精确数学解答. 对网状扁壳和钢筋混凝土带肋扁壳共同工作的组合结构(简称组合网状扁壳)研究中, 董石麟等提出拟三(双)层壳法, 推导出混合法基本方程式, 然后对各构件进行内力求解^[6]. 詹伟东等采用拟实体壳分析法, 将双层网格扁球壳等代为实体薄壳, 用 Litz 法求得了扁球壳上下临界荷载计算公式^[7]. 王星等根据板锥网壳结构受力特点按照刚度等效原理, 将其连续化为共同作用的三层薄壳, 建立位移法和混合法的基本微分方程并求解计算整体位移及结构内力^[8]. 针对单、双层网格扁壳, 刘人怀等根据连续化理论提出了等效夹层壳法, 应用于双层网格扁球壳、斜放四角锥扁网壳、双层正交正放网格扁壳及双层网格圆底扁球壳等结构分析, 建立双层网壳结构的非线性理论^[9-10]. 纪延安等对正高斯双曲空腹扁网壳采用连续化分析方法, 得到空腹网壳的等代薄膜刚度和弯曲刚度^[12]; 在扁球面网壳发生混沌运动的条件研究中, 邱平等利用拟壳法建立三向网壳非线性动力学基本方程, 得到一类非线性动力系统的自由振动方程准确解^[13].

随着计算机广泛应用及计算方法的迅速发展, 对大跨度空间结构的研究主要是采用离散化方法, 我国学者开展了多种新型网壳结构整体结构及其组成构件结构受力机理的数值研究^[14-19]. 但离散性分析方法在模型构建和计算中结构稳定问题、收敛问题不容易解决, 即便在有限元技术日益成熟的今天, 也很有必要对壳体结构进行理论分析, 从宏观上分析网壳的主要内力特性、确定壳体结构内力分布, 分析壳体结构的极限承载力影响因素等, 这不仅对工程设计有重要指导作用, 也是有限单元法分析各种壳体的对比和补充.

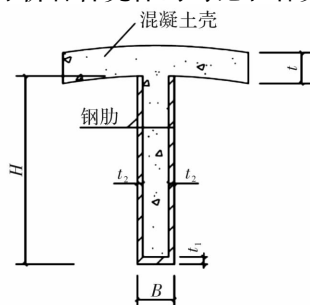


图 1 组合肋与混凝土薄壳剖面

Fig. 1 Connection of composite rib and RC shell

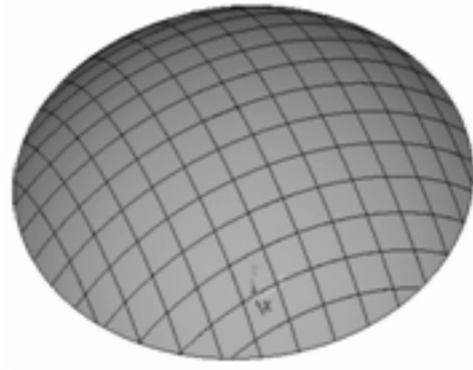


图 2 球面组合肋壳结构示意图

Fig. 2 Sketch of spherical composite ribbed shell

为建立组合肋壳理论分析理论, 基于连续化分析方法, 建立组合肋壳连续化等代薄壳模型, 基于弹性小挠度薄壳理论推导出位移法和混合法基本方程式, 分别给出钢筋混凝土薄壳和组合肋的等效薄膜刚度矩阵、弯曲刚度矩阵及由偏心引起的耦合矩阵. 最后进行算例分析, 并将计算结果与有限单元法结果进行对比.

1 连续化分析方法基本方程式

在组合肋壳连续化处理成光面薄壳过程中, 作如下基本假定:

将组合肋网连续化为一层正交异性薄壳, 该薄壳中面与组合肋截面形心轴重合; 将钢筋混凝土薄壳视为一层薄壳, 它的中面作为整个等代壳体的计算中面; 考虑组合肋网等代薄壳与上部钢筋混凝土薄壳间偏心的影响; 在组合肋等代刚度计算中考虑组合肋的抗扭转刚度影响和层间剪力影响.

1.1 几何方程

利用连续化理论将组合肋壳等效成正交各向异性薄壳后, 根据经典扁壳理论, 薄壳中面上各点沿 x 轴, y 轴和 z 轴的三个位移分别表示为 u 、 v 、 w , 则有几何方程^[4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{w}{R} \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (1)$$

球面壳体应变协调方程:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2)$$

1.2 平衡方程

整个壳体中主要分布有六个广义内力,即薄膜内力 N_x , N_y , N_{xy} , 和弯曲内力矩 M_x , M_y , M_{xy} , 组合肋壳在三向荷载作用下的平衡方程有^[4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + p_x = 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + p_y = 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{N_x}{R} + \frac{N_y}{R} + p_z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式子(2)和(3)为组合肋壳位移法平衡方程式及变形协调方程式。

根据假定中钢筋混凝土薄壳中面为参考面,其变形为 ϵ , 则组合肋截面中心变形为 $\epsilon + e\chi$, 整个结构的物理方程为:

$$N = N^0 + N^1 = B^0 \epsilon + B^1 (\epsilon + e\chi) \quad (4a)$$

$$M = M^0 + M^1 + eN^1 = D^0 \chi + D^1 \chi + eB^1 (\epsilon + e\chi) \quad (4b)$$

其中: N^0 、 N^1 、 M^0 及 M^1 分别为混凝土薄壳层和组合肋网等效薄膜内力和等效弯矩,由式(4a)可以得到:

$$\epsilon = (B^0 + B^1)^{-1} (N - B^1 e\chi) + eB^1 (B^0 + B^1)^{-1} N$$

$$\text{若令: } D = D^0 + D^1 + e^2 B^1 (B^0 + B^1)^{-1},$$

$$T = (B^0 + B^1)^{-1} B^1 e$$

式子(4)可改写成:

$$\begin{cases} N = B\epsilon + T\chi \\ M = T'\epsilon + D\chi \end{cases} \quad (5)$$

其中: B 、 D 和 T 分别为组合肋壳等效抗拉压刚度矩阵、等效抗弯矩阵和考虑组合肋与混凝土壳截面间偏心引起的耦合矩阵。当结构仅承受竖向均布荷载 q 作用,可引入应力函数 F 表示薄膜内力,设其满足下列关系:

$$\begin{cases} N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \\ N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\ N_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (6)$$

参考组合网状扁壳、带肋扁壳拟壳分析法,由式(1)、(2)、(6)及(5)代入式(3)第三式以及式子(2)可以得到用应力函数 F 和位移 w 表示的混合

法平衡方程^[8]:

$$\begin{cases} L_b F + (L_k + \nabla_k^2) w = 0 \\ L_D w + (L_K + \nabla_K^2) F = q \end{cases} \quad (7)$$

其中: L_b , L_K , ∇_K^2 和 L_D 为微分算子,其具体表达式为

$$\begin{cases} L_b = b_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (2b_{12} + b_{33}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + b_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \\ L_K = K_{12} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) + (K_{11} + K_{22} - 2K_{33}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \\ L_D = D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{33}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \\ \nabla_K^2 = \frac{\partial^2}{R \partial x^2} + \frac{\partial^2}{R \partial y^2} \end{cases}$$

2 组合肋壳薄膜刚度抗弯刚度表达式

U型截面组合肋的组成见图1,其中U型钢肋有厚度不同的三块钢板焊接而成,在内部浇筑混凝土,肋板的高度参考混凝土梁截面确定,一般取肋格间距的 $1/10 \sim 1/18$, 钢板板两个侧板和底板的厚度由钢肋平面内、外稳定性计算确定^[22]。在计算薄膜刚度和抗弯刚度时,与文献[6]中材料泊松系数和抗扭系数均考虑为零不同,本文中分别考虑钢材和混凝土的泊松比,同时考虑组合肋抗扭刚度,分别得到组合肋的刚度值。

2.1 钢筋混凝土薄壳部分薄膜刚度 B^0 和薄膜抗弯刚度 D^0 表达式

可直接利用扁壳经典理论刚度计算公式得到具体表达式如下:

$$\begin{cases} B^0 = \begin{bmatrix} B_{11}^0 & B_{12}^0 & B_{13}^0 \\ B_{21}^0 & B_{22}^0 & B_{23}^0 \\ B_{31}^0 & B_{32}^0 & B_{33}^0 \end{bmatrix} \\ D^0 = \begin{bmatrix} D_{11}^0 & D_{12}^0 & D_{13}^0 \\ D_{21}^0 & D_{22}^0 & D_{23}^0 \\ D_{31}^0 & D_{32}^0 & D_{33}^0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$B_{11}^0 = B_{22}^0 = \frac{E_c \cdot t}{1 - \nu^2}, \quad B_{12}^0 = B_{21}^0 = \frac{\nu \cdot E_c \cdot t}{1 - \nu^2},$$

$$B_{33}^0 = G \cdot t, \quad B_{13}^0 = B_{31}^0 = B_{23}^0 = B_{32}^0 = 0$$

$$D_{13}^0 = D_{31}^0 = D_{23}^0 = D_{32}^0, \quad D_{11}^0 = D_{22}^0 = \frac{E_c \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$$D_{12}^0 = D_{21}^0 = \frac{\nu \cdot E_c \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad D_{33}^0 = \frac{G \cdot t^3}{12}$$

E_c 、 G 为分别为混凝土弹性模量和剪切模量, ν 为混凝土材料泊松系数, t 为混凝土薄壳厚度。

2.2 组合肋部分等效薄膜刚度 B^1 、抗弯刚度 D^1 具体表达式

$$\left\{ \begin{array}{l} B^1 = \begin{bmatrix} B_{11}^1 & B_{12}^1 & B_{13}^1 \\ B_{21}^1 & B_{22}^1 & B_{23}^1 \\ B_{31}^1 & B_{32}^1 & B_{33}^1 \end{bmatrix} \\ D^1 = \begin{bmatrix} D_{11}^1 & D_{12}^1 & D_{13}^1 \\ D_{21}^1 & D_{22}^1 & D_{23}^1 \\ D_{31}^1 & D_{32}^1 & D_{33}^1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (9)$$

其中:

$$B_{11}^1 = B_{11c}^1 + B_{11s}^1 = [E_c(B-2t_2)(H-t_1) + E_s(2t_2H+t_1B-2t_1t_2)]$$

$$B_{22}^1 = B_{22c}^1 + B_{22s}^1 = [E_c(B-2t_2)(H-t_1) + E_s(2t_2H+t_1B-2t_1t_2)]/l$$

$$B_{12}^1 = B_{21}^1 = 0, B_{33}^1 = 0, B_{13}^1 = B_{31}^1 = B_{23}^1 = B_{32}^1 = 0,$$

$$D_{11}^1 = D_{11c}^1 + D_{11s}^1 = [E_c(B-2t_2) \cdot (H-t_1)^3 / (1-\nu_c^2) + E_sBH^3 - E_s(B-2t_2)(H-t_1)^3 / (1-\nu_s^2)] / 12l_1$$

$$D_{22}^1 = D_{22c}^1 + D_{22s}^1 = [E_c(B-2t_2) \cdot (H-t_1)^3 / (1-\nu_c^2) + E_sBH^3 - E_s(B-2t_2)(H-t_1)^3 / (1-\nu_s^2)] / 12l_2$$

$$D_{33}^1 = [(G_c - G_s)(B-2t_2) \cdot (H-t_1)^3 + G_sBH^3] / 12l_1 + [(G_c - G_s)(B-2t_2) \cdot (H-t_1)^3 + G_sBH^3] / 12l_2$$

$$D_{12}^1 = D_{12}^1 = 0, D_{13}^1 = D_{31}^1 = D_{23}^1 = D_{32}^1 = 0$$

其中: E_s 、 G_s 分别为钢材的弹性模量和剪切模量。

2.3 组合肋与混凝土薄壳中面间偏心距

根据理论力学计算出组合肋形心位置,由假定中以混凝土薄壳中面位置为参考面,得到沿肋格不同方向组合肋形心到混凝土薄壳中面的偏心距分别为:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 = \frac{BH}{2} \cdot \frac{t+H}{l_1t+BH} \\ e_2 = \frac{GH}{2} \cdot \frac{t+H}{l_2t+BH} \end{array} \right. \quad (10)$$

一般情况下,当肋格沿两个方向分布不等时,有 $e_1 \neq e_2$,但是为了施工简便,通常肋格分布均匀,所以沿两个方向的截面的偏心距均为一个值,约取为 e 。

$$e = \frac{BH}{2} \cdot \frac{t+H}{lt+BH}$$

3 算例

以 40 m 跨度球形组合肋壳为例,结构矢高 $f=8$ m. 混凝土薄壳厚度, $t=800$ mm 混凝土薄壳中配置钢筋网 $\Phi 6 \times 500$ 钢筋网,钢筋混凝土保护层

20 mm,组合肋截面尺寸 $B \times H \times t_1 \times t_2 = 200$ mm $\times 400$ mm $\times 10$ mm $\times 8$ mm,混凝土与钢材材料特性见表 1. 参考拱形结构主要承受压力和短程线网壳结构设计思想,将整个球壳沿最大弧长将结构进行划分,肋格平面间距控制在 3~4 m,可直接利用组合肋中 U 型钢板肋部分作组合肋及钢筋混凝土薄壳混凝土浇筑时的模板和支架,本例沿 x 和 y 方向均划分成 14 份,组合肋壳几何模型及组合肋平面布置如图 2 和图 3 所示. 考虑组合肋壳承受竖直向下均布荷载作用,设计荷载取为 2.6 kN/m²[5],利用连续化分析方法确定组合肋壳跨中内力和变形,以及组合肋中轴力的变化规律,并与有限单元法结果进行比较。

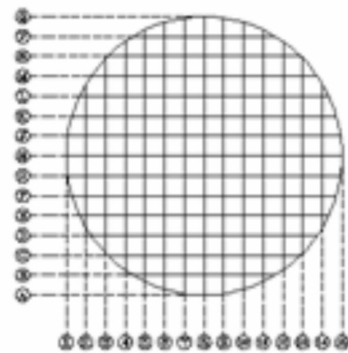


图 3 组合肋分布平面图

Fig. 3 Distribution of composite ribs

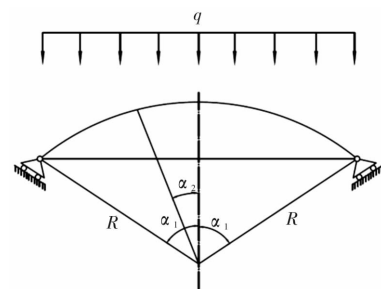


图 4 组合肋壳连续化理论计算简图

Fig. 4 calculation diagram of continuous shell theory

表 1 材料特性

Tab. 1 Mechanical properties

材料	弹性模量 E / $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$	泊松比 μ	密度 ρ / $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	剪切模量 G / $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$
C30 混凝土	3.0E4	0.2	2 500	1.2E4
HRP235	2.06E5	0.3	7 800	7.9E4

其中理论计算中主要参数 $R=29$ m, $e=62$ mm, $c=0.76\sqrt{t_A R \sqrt{t_1/t_A}}=2.25$ m. 按照连续化理论,将组合肋壳等效成正交各向异性混凝

土薄壳, 根据受拉压等效折算出薄壳等代厚度 t_A , 由 $E_c t_A = E_c t + E_c A_c + E_s A_s$, 可得 $t_A = 0.102 \text{ m}$ 由整个等效薄壳薄膜抗弯刚度计算式, 计算得到抗弯意义上等效厚度 $t_l = 0.21 \text{ mm}$.

根据球壳无矩理论及边界效应法, 参考文献中内力计算公式^[23]:

$$N_1 = -\frac{qR}{1 + \cos\alpha_2}, N_2 = -qR\left(\cos\alpha_2 - \frac{1}{1 + \cos\alpha_2}\right),$$
$$w = -\frac{qR^2}{Et}\cos\alpha - \frac{1+m}{1+\cos\alpha} - \frac{(q+m)qR^2}{Et}\cos\alpha\ln\frac{1+\cos\alpha}{1+\cos\alpha''} + \frac{1}{1+\cos\alpha''} - \frac{1}{1+\cos\alpha}$$

可得到连续化等厚度混凝土薄壳跨中挠度、内力, 根据组合肋与钢筋混凝土壳面刚度分配得到组合肋和钢筋混凝土薄壳的内力, 并将其与有限单元法得到的结果进行比较.

表 2 算例参数与结果对比

Tab. 2 Calculation parameters and Comparison results

参数、挠度、 内力	拟壳法		有限单元法	
	组合 肋壳	无肋 混凝 土薄 壳	组合 肋壳	无肋 混凝 土壳面
混凝土薄壳厚度 t/mm	80	80	80	80
薄膜拉压意义上等 效厚度 t_A/mm	102	80	/	80
抗弯意义上等效厚 度 t_l/mm	210	80	/	80
跨中挠度 w/mm	0.48	1.3	0.475	1.48
连续化薄壳跨中 $N_x = N_y/\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$	37.7	37.7	/	39.8
混凝土薄壳跨中 $N_x^0 = N_y^0/\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$	29.57	/	28.97	/
跨中肋轴力 $N^1/\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$	18.96	/	20.68	/

4 结论

为深入掌握组合肋壳结构的力学性能, 建立完善的组合肋壳研究理论, 本文利用连续化方法对复杂结构进行等效处理, 从宏观上, 利用经典壳体计算公式简便地计算出特定荷载下连续化等效壳体的薄膜内力和薄膜弯矩, 初步确定结构最大位移, 通过刚度比反算出原结构内力. 本文利用连续化分析方法, 对组合肋壳结构的内力及变形

进行分析, 最后与有限单元方法计算结果进行比较, 得到以下结论:

(1) 根据物理关系等效原则将组合肋壳结构等代为光滑混凝土薄壳, 考虑材料的泊松比和组合肋的抗扭刚度, 给出了 U 型截面组合肋连续化抗拉压刚度、抗弯刚度. 以上层混凝土薄壳中面为参考面, 考虑组合肋与钢筋混凝土薄壳之间的偏心, 推导了偏心引起的耦合矩阵.

(2) 从弹性力学基本原理出发, 推导了位移法和混合法表示的等效薄壳的微分方程, 利用无矩理论和边界效应法求出薄壳结构薄膜内力, 根据两层薄壳刚度比分别求得钢筋混凝土薄壳、组合肋内力. 从而宏观了解组合肋壳结构的力学性能, 对于特定边界和荷载工况可直接利用壳体理论得到解析解.

(3) 由均布竖向荷载下 40m 跨圆底球面组合肋壳理论和有限单元法计算结果对比发现, 组合肋不仅在施工过程中可作为浇筑混凝土薄板, 在荷载作用下也可以承担一部分荷载, 就本算例而言其承载力约为组合肋壳总承载力的 21.4%.

参考文献 References

[1] 董石麟, 邢栋, 赵阳. 现代大跨空间结构在中国的应用与发展[J]. 空间结构, 2012, 18(1): 3-16.
DONG Shiling, XING Dong, ZHAO Yang. Application and development of modern longspan space structures in China [J]. Spatial Structures, 2012, 18(1): 3-16.

[2] 曹资, 张毅刚, 薛素铎, 等. 20 年来中国空间结构分析进展及应用[J]. 建筑结构, 2014, 44(7): 27-32.
CAO Zi, ZHANG Yigang, XUE Suduo, et. Progress and application of analysis methods about spatial structures during 20 years passed in China [J]. Building Structure, 2014, 44(7): 27-32.

[3] MEDWADOESKI, S. J. Concrete thin shell roofs at the turn of the millennium. Current and Emerging Technologies of Shell and Spatial Structures [C]// Proceedings of IASS Symposium. Madrid, Spain: IASS, 1988.

[4] 符拉索夫. 壳体的一般理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1964.
VLASOV. General theory of shells [M]. Beijing: Higher Education Press, 1964.

[5] 常玉珍. 新型空间结构钢筋混凝土组合肋壳性能研究 [M]. 西安: 西安地图出版社, 2013.
CHANG Yuzheng. Study on the performance of new type Steel-Concrete Composite Ribbed Shell [M]. Xi'an: Xi'an Cartographic Publishing House, 2013.

[6] 董石麟, 周岱. 带肋扁壳的拟双层壳分析法[J]. 空间结构, 1996, (02): 2-11.

- DONG Shiling, ZHOU Dai. Double-layer shell analogy method for ribbed flat shells[J], Spatial Structures, 1996, 2(2):1-10.
- [7] 董石麟, 詹伟东. 单双层球面扁网壳连续化方法非线性稳定理论临界荷载的确定[J]. 工程力学, 2004, (3):6-14, 65.
- DONG Shiling, ZHAN Weidong. Non-linear stability critical loads of single-layer and double-layer reticulated spherical shallow shells based on continuum analogy method[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(3):6-14, 65.
- [8] 王星, 董石麟. 板锥网壳结构的拟三层壳分析法[J]. 建筑结构学报, 2001, (6):43-48.
- WANG Xing, DONG Shiling. Three-layer Shell Method for Plate-cone Reticulated Shell [J]. Journal of Building Structure. 2001, 22(6):43-48.
- [9] 卢迎华, 刘人怀, 王璠. 双层网格开顶扁球壳的非线性稳定性分析[J]. 应用数学和力学, 2013, 34(6):564-575.
- LU Yinghui, LIU Renhui, WANG Pan. Nonlinear Stability of a double-deck reticulated truncated circular shallow spherical shell[J], Applied Mathematics and Mechanics. 2013, 6(15):564-575.
- [10] 肖潭, 刘人怀. 斜放四角锥扁网壳的非线性弯曲理论[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(7):666-672.
- XIAO Tan, LIU Renhui. Nonlinear bending theory of diagonal square pyramid reticulated shallow shells[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, 22(7):665-672.
- [11] 郑志刚. 球面薄壳和单层球面网壳的稳定承载力研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2012.
- ZHENG Zhigang. Investigation of buckling load of thin spherical shells and single-layer reticulated spherical shells[J]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [12] 纪延安, 黄勇, 刘静. 正高斯双曲空腹扁网壳连续化模型的等效刚度[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2008, 37(3):104-109.
- JI Yanan, HUANG Yong, LIU Jing. Continuous analysis of positive gauss hyperboloid vierendeel latticed flat shell[J], Journal of Guizhou University of Technology, 2008, 37(3):104-109.
- [13] 邱平, 韩明君, 王钢, 等. 扁球面网壳的混沌运动研究[J]. 力学与实践, 2006, 28(5):39-42.
- QIU Ping, HAN Mingjun, WANG Gang, et al. The study on chaotic motion of the shallow reticulated spherical shells[J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28(5):39-42.
- [14] KUNDU C. K., SINHA P. K. . Post buckling analysis of laminated composite shells [J], Composite structures 2005(10):1-9.
- [15] Ha-Wong Song, Sang-Hyo Shim. Failure analysis of reinforced concrete shell structures using layered shell element with pressure node[J], Journal of structural engineering. 2002, 128(5):655-664.
- [16] 支旭东, 范峰, 乔达. 超大跨网壳结构在强震作用下的复杂效应影响研究[J]. 建筑结构学报, 2016, 37(9):91-98.
- ZHI Xudong, FAN Feng, QIAO Da. Research on complexity effect of super-large span reticulated dome under severe earthquakes, Journal of Building Structure[J]. 2016, 37(9):91-98
- [17] 齐念. DEM/FEM 耦合计算方法研究及其在网壳倒塌破坏模拟中的应用[D]. 广州: 东南大学, 2016.
- QI Nian. DEM/FEM Coupled method and its application in collapse simulation of reticulated shells [D]. Guangzhou: Southeast University, 2016.
- [18] 喻莹, 谭长波, 金林, 等. 基于有限质点法的单层球面网壳强震作用下连续倒塌破坏研究[J]. 工程力学, 2016, 33(5):134-141.
- YU Ying, Tan Changbo, JIN Lin, et al. Research on seismic progressive collapse of single-layer reticulated dome using the finite particle method[J], Engineering Mechanics, 2016, 33(5):134-144.
- [19] 赵宪忠, 闫仲, 陈以一. 空间网格结构连续性倒塌试验研究[J]. 建筑结构报, 2016, 37(6):1-8.
- ZHAO Xiandong, YAN Sheng, Chen Yiyi. Progressive collapse test of a space frame structure[J]. Journal of Building Structure. 2016, 37(6):1-8.
- [20] 贺拥军, 钟欣, 周绪红. 单层倒悬链型叉筒网壳静力与稳定性研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(3):41-47.
- HE Yongjun, ZHONG Xin, ZHOU Xuhong. Research on static properties and stability of single-layer intersected inverted catenary cylindrical reticulated shell [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences). 2016, 43(3):41-47.
- [21] 董石麟, 白光波, 郑晓清. 六杆四面体单元组成的新型球面网壳及其静力性能[J]. 空间结构, 2014, 20(4):14-28.
- DONG Shiling, BAI Guangbo, ZHENG Xiaoqing. A novel spherical lattice shell composed of six-bar tetrahedral units and its static characteristics[J]. Spatial Structures, 2014, 20(4):14-28.
- [22] 常玉珍, 李晓莉. U型截面平面内外稳定性计算[J]. 武汉大学学报, 2010, 32(9):301-304.
- CHANG Yuzheng, LI Xiaoli. Calculation of in-plane and outer stability of U type section [J]. Journal of Wuhan University. 2010, 32(9):301-304.
- [23] 徐芝纶. 弹性力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- XU Zhilun. Elasticity[M]. Beijing: Higher Education Press, 1992.

(编辑 沈 波)