

# 钢筋混凝土带翼缘剪力墙破坏机理研究

史嘉梁<sup>1,2</sup>, 王 朋<sup>1</sup>

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 格拉斯哥大学 工程与科学学院, 英国 格拉斯哥 G12 8QQ)

**摘要:** 采用有限元方法对钢筋混凝土(RC)带翼缘剪力墙的全过程受力状态进行了数值模拟, 在验证模型有效性的基础上, 分析了带翼缘剪力墙在地震荷载作用下的受力机理和破坏过程, 并分别就翼缘受压和翼缘受拉方向, 研究了加载过程中钢筋和混凝土的应力应变分布规律, 讨论了翼缘中存在的剪力滞后现象, 结果表明: 当剪力墙达到极限状态时, 试件两侧受力纵筋均能达到屈服, 翼缘内混凝土只受拉开裂, 受压始终未达到峰值压应力, 表明翼缘具有良好的受压性能. 翼缘截面内的受拉钢筋和受压混凝土应变均呈非线性分布, 翼缘截面存在明显的剪力滞后现象, 并且剪滞效应随着加载过程不断加剧.

**关键词:** 带翼缘剪力墙; 受力机理; 数值模拟; 应力应变分布; 剪力滞后

中图分类号: TU375

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2017)06-0860-08

## Study on failure mechanism of reinforced concrete shear walls with flange

SHI Jialiang<sup>1,2</sup>, WANG Peng<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;

2. College of Science and Engineering, University of Glasgow, Glasgow G12 8QQ, The United Kingdom)

**Abstract:** The stress state in whole loading process of reinforced concrete (RC) shear walls with flange was simulated using the finite element method. Based on the verified model, the stress mechanism and failure process of flanged shear walls under earthquake loading were analyzed. The stress and strain distribution of reinforced bar and concrete during loading were studied for the flange in compression and tension respectively, the shear lag effect in flange was discussed as well. The results indicate that the longitudinal reinforcement on both sides of the specimen can reach the yield when shear walls reach the limit state. The concrete in the flange only cracks in tension, but never reaches the peak stress under compression, which indicates that the flange has good compressive properties. The strain of the tension bar and the compressive concrete is nonlinearly distributed along the flange cross section so the shear lag effect is obvious in the flange, and the shear lag effect aggravates with the loading process.

**Key words:** shear walls with flange; stress mechanism; numerical simulation; stress and strain distribution; shear lag effect

钢筋混凝土(RC)剪力墙在高层建筑结构中被广泛应用, 其较高的平面内刚度可用于抵抗水平荷载, 控制结构侧移. 在实际设计中, 由于业主或者建筑师对于特定空间的需要, 矩形截面剪力墙通常被组合在一起形成 T 形或 L 形截面带翼缘剪力墙, 其中作为翼缘的墙肢会对其相邻腹板的强度、刚度及延性产生较大影响, 同时该类构件的破坏形态和抗震性能也有别于普通矩形截面剪力墙<sup>[1]</sup>. 因此, 研究带翼缘剪力墙在地震荷载作用下的破坏过程和受力机理对指导工程设计具有重要意义.

国内外对带翼缘剪力墙的试验研究相对较少, 国外 Oesterle<sup>[2]</sup>、Goodsir<sup>[3]</sup>、Sittipunt<sup>[4]</sup>、Thom-

sen<sup>[5]</sup>和 Palermo<sup>[6]</sup>分别对不同截面形式的带翼缘剪力墙进行了循环加载试验, 国内白邵良<sup>[7]</sup>、李青宁<sup>[8]</sup>和史庆轩<sup>[9-10]</sup>等也完成了一定数量的抗震试验研究, 得到了该类构件在不同受力状态下的承载力和变形性能. 但上述试验研究限于目前测量手段很难准确测量带翼缘剪力墙在加载过程中的应力与应变, 进而无法揭示带翼缘剪力墙的破坏机理.

本文采用有限元方法对 RC 带翼缘剪力墙的破坏机理进行研究, 分析带翼缘剪力墙的受力机理和破坏过程以及钢筋和混凝土的应力应变分布规律, 并讨论翼缘中的剪力滞后现象, 为该类构件的抗震设计提供基础资料.

收稿日期: 2017-05-10

修改稿日期: 2017-11-10

基金项目: 国家自然科学基金(51608434; 51478382); 陕西省自然科学基金基础研究计划(2016JQ5082); 陕西省高校科协青年人才托举计划(20160219)

第一作者: 史嘉梁(1992-), 男, 硕士, 主要从事土木工程相关的研究. E-mail: jialiangshi602@gmail.com

## 1 模型验证

### 1.1 有限元模型的建立

#### (1) 试验概况

采用有限元软件 ABAQUS 对文献[9]中的 RC 带翼缘剪力墙试件 TW-1 和 LW-1 进行拟静力模拟加载, 图 1、图 2 分别为试件的几何尺寸和截面配筋。试件剪跨比为 2.4, 轴压比为 0.1, 混凝土强度等级为 C35, 轴心抗压强度为 30.68 MPa, 纵筋采用 HRB400 级钢筋, 屈服强度为 478 MPa。

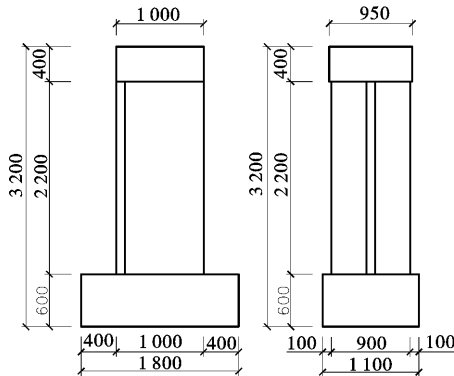


图 1 试件几何尺寸

Fig. 1 Dimension of the specimen

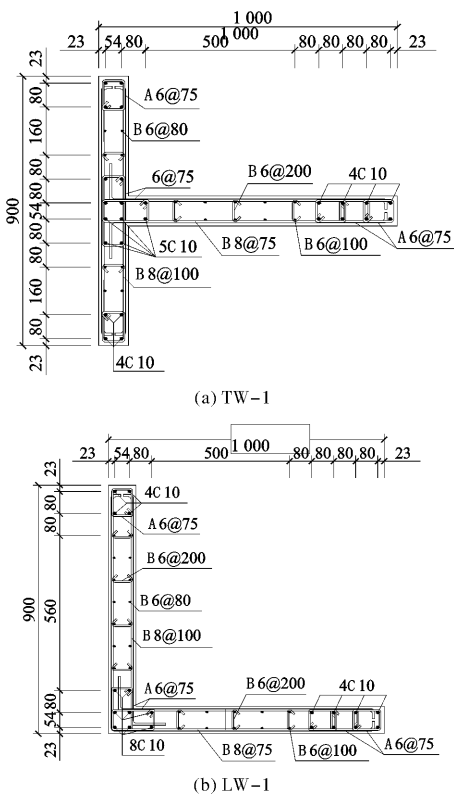


图 2 剪力墙截面尺寸及配筋

Fig. 2 Cross section dimension and reinforcement of shear wall

#### (2) 材料本构关系

采用 ABAQUS/Standard 模块中的塑性损伤模型模拟混凝土的非线性行为, 混凝土受压应力-应变

关系曲线段部分选用 Saenz<sup>[11]</sup> 提出的表达式, 即:

$$\sigma = \frac{E_0 \epsilon}{1 + \left( \beta + \frac{E_0}{E_s} \right) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) + (1 - 2\beta) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 + \beta \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^3} \quad (1)$$

式中:  $\sigma$  为应力;  $\epsilon$  为应变;  $\epsilon_0$  为峰值应力  $\sigma_0$  对应的应变;  $\epsilon_u$  为极限应力  $\sigma_u$  对应的应变;  $E_0$  为原点切线模量;  $E_s$  为峰值应力点割线模量,  $E_s = \sigma_0 / \epsilon_0$ ;  $\beta$  为系数, 计算公式如下:

$$\beta = \frac{E_0 / E_s (\sigma_0 / \sigma_u - 1)}{(\epsilon_u / \epsilon_0 - 1)^2} - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_u} \quad (2)$$

混凝土受压损伤变量为

$$D = 1 - \sqrt{\sigma / (E_0 \epsilon)} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \beta + \frac{E_0}{E_s} - 2 \right) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) + (1 - 2\beta) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 + \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^3}} \quad (3)$$

假设达到受拉峰值应变前混凝土的受拉应力-应变关系为线弹性, 且弹性模量和受压初始切线模量  $E_0$  相同。当混凝土达到受拉峰值应力  $\sigma_{t0}$  后其将进入软化段, 受拉峰值应力  $\sigma_{t0}$  采用沈聚敏等<sup>[12]</sup>提出的公式计算。混凝土受拉软化段曲线由混凝土拉应力  $\sigma_t$  与开裂应变  $\epsilon_{ck}$  的关系确定<sup>[13]</sup>。受拉峰值应力  $\sigma_{t0}$  和开裂应变  $\epsilon_{ck}$  计算公式如下:

$$\epsilon_{ck} = \epsilon_t - \sigma_t / E_0 \quad (4)$$

$$\sigma_{t0} = 0.26 \times (1.5 f_{ck})^{2/3} \quad (5)$$

式中:  $\sigma_t$  和  $\epsilon_t$  分别为混凝土受拉应力-应变关系软化段曲线上任意一点的应力和应变;  $f_{ck}$  为混凝土棱柱体轴心抗压强度标准值。

混凝土在应变超过受拉峰值应变后将发生开裂, 裂缝模型是混凝土材料受拉本构模型的关键。混凝土受拉应力-应变关系软化阶段部分采用直线形式, 软化模量  $E_{ts}$  按下式计算<sup>[14]</sup>:

$$E_{ts} = 0.5 f_t^2 l_c / G_f \quad (6)$$

式中:  $G_f$  为混凝土断裂能, 按欧洲规范建议公式<sup>[15]</sup>计算, 即式(7);  $l_c$  为混凝土单元特征尺寸。

$$G_f = \alpha \left( \frac{f_c'}{10} \right)^{0.7} \times 10^{-3} \quad (\text{N/mm}) \quad (7)$$

式中:  $\alpha = 1.25 d_{\max} + 10$ ,  $d_{\max}$  为粗骨料最大粒径;  $f_c'$  为混凝土抗压强度。

钢筋采用双折线模型来进行模拟, 并取强化段弹性模量为初始弹性模量的 1%。

#### (3) 单元类型及边界约束条件

采用分离式微观模型建模, 混凝土采用三维实体 8 节点减缩积分单元-C3D8R, 钢筋以及箍筋均选用三维线性桁架 (Truss) 单元-T3D2。混凝土网格单元尺寸为 50 mm。加载板、基础梁与剪力墙之间均采用 tie 连接, 基础梁底部采用 Encastre 固定, 约束其 6 个自由度。采用与试验相同加载模式进行加载, 直至试件承载力下降到峰值荷载的

85%为止.

### 1.2 模拟与试验结果对比

图 3 为模拟与试验荷载-位移曲线. 由图可知: 模拟与试验骨架曲线基本吻合, 承载力差值在 10% 以内, 表明承载力与试验结果吻合较好. 不足的是, 模拟所得滞回曲线捏拢并不明显. 其原因是: 有限元软件 ABAQUS 中假定钢筋和混凝土之间变形协调, 即不会发生粘结滑移. 但总体来看, 本文所建立的有限元模型能较好的模拟剪力墙构件的受力性能.

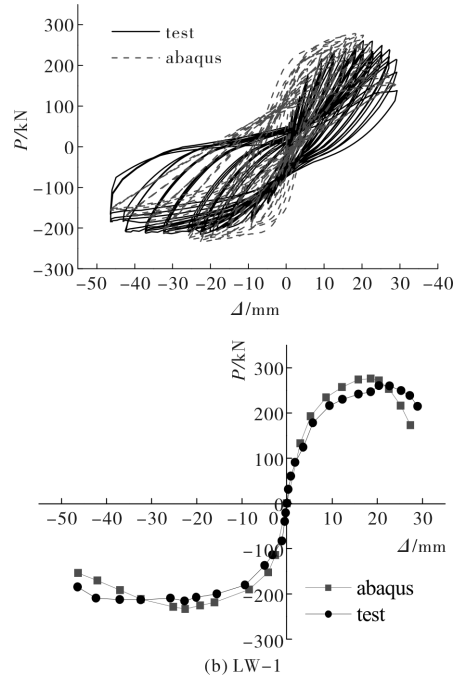
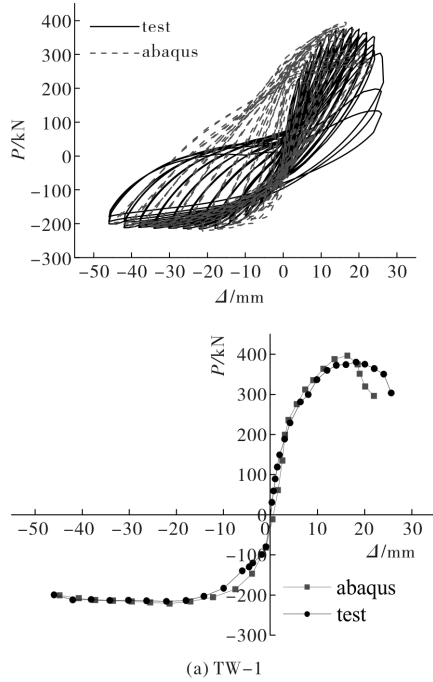


图 3 模拟与试验荷载-位移曲线

Fig. 3 Load-displacement curve of simulation and test results

图 4 为模拟与试验破坏形态对比, 由图 4(b) 可知, 试件底部拉应变较大, 这与试验中试件底部出现的水平裂缝相一致. 由图 4(c) 可知, 腹板底部单元沿高度方向被拉长, 中间位置单元发生错动, 说明剪力墙发生弯剪变形. 因此, 模拟结果能够较好反映试件的实际受力情况.

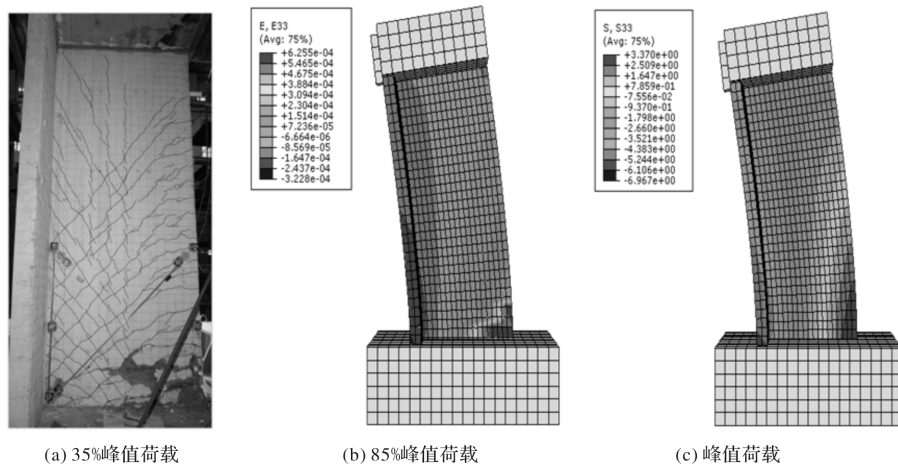


图 4 破坏形态

Fig. 4 Failure patterns of specimen

## 2 翼缘受压方向损伤演化过程

由于翼缘的存在其不同受力方向(翼缘受压与翼缘受拉)的受力机理和破坏过程存在显著差异, 因此, 本文对带翼缘剪力墙在翼缘受压和翼缘受拉两种情况分别进行分析. 同时由于试验中各试件的破

坏过程相似, 故本文仅以试件 TW-1 为例分析 T 形剪力墙中钢筋及混凝土的应力应变分布情况.

### 2.1 破坏过程分析

#### (1) 腹板混凝土

不同加载阶段下腹板混凝土最大主应力分布如图 5 所示. 由图可知, 加载初期, 腹板自由端底

部拉应力最大,随荷载增大此处最先出现裂缝.继续增大荷载,裂缝开始斜向发展,且沿腹板高度方向产生新的斜裂缝,继续增大荷载,腹板中出现大量新裂缝.当加载至峰值荷载的85%以后,腹板中最大拉应力小于混凝土抗拉强度,墙体中已基本不会再出现新裂缝,此时,裂缝贯通整个腹板,延伸至翼缘.

## (2)翼缘混凝土

不同加载阶段下翼缘混凝土正应力分布如图6所示.由图可知,在整个加载过程中,翼缘截面正应力分布不均匀,其中间位置正应力大于两侧,存在明显的剪力滞后现象.试件屈服前,剪力滞后效应不断加剧,而试件屈服后,由于试件所受剪力变化不大,剪滞效应不再加剧.

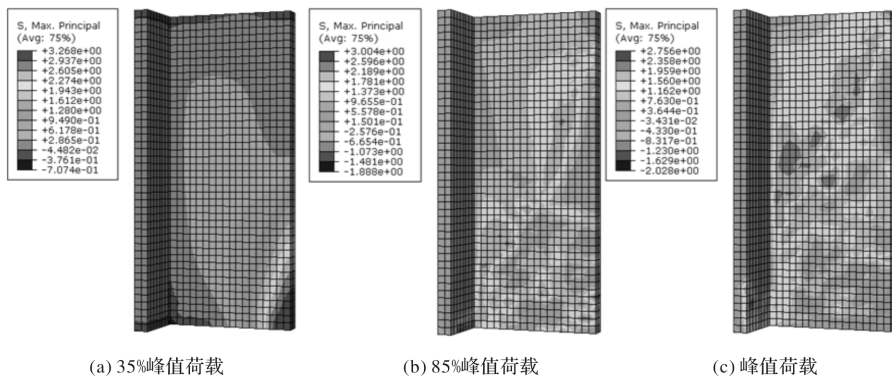


图5 腹板混凝土主应力云图

Fig. 5 Principal stress contours of web concrete

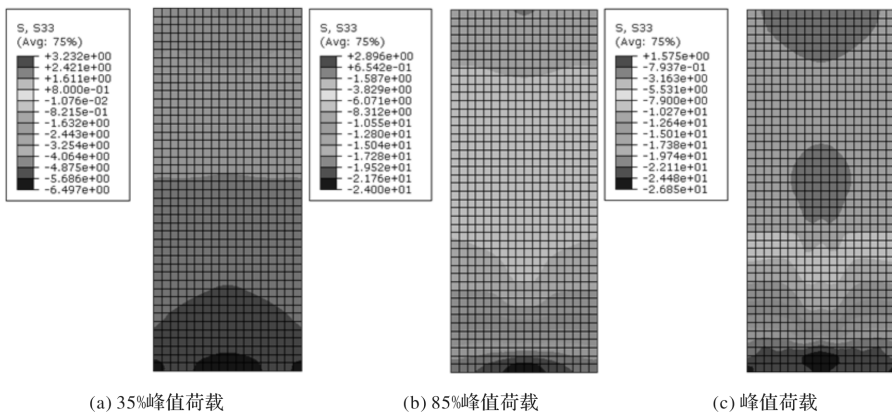


图6 翼缘混凝土主应力云图

Fig. 6 Principal stress contours of flange concrete

## 2.2 应力分析

下述曲线中的弹性阶段1、弹性阶段2和弹性阶段3分别对应于35%峰值荷载、50%峰值荷载和60%峰值荷载,屈服点对应85%峰值荷载.

### (1)腹板纵筋

不同加载阶段下腹板纵筋应力分布如图7(a)所示.图中横轴以翼缘外侧为原点,以钢筋与原点的相对距离来标定钢筋位置.由图可知,加载初期,钢筋应力沿截面基本呈线性变化;加载至峰值荷载时,腹板自由端约束区内纵筋全部受拉屈服,腹板中竖向分布钢筋亦全部受拉屈服;加载至极限荷载时,翼缘内侧纵筋受拉屈服,与此同时翼缘外侧纵筋受压屈服.

### (2)翼缘混凝土

不同加载阶段下翼缘混凝土最大主应力分布如图7(b)所示.图中横轴原点取翼缘中间位置.由图可知,加载初期,翼缘截面受压均匀,中间位置应力稍大于两侧.加载至极限荷载时,翼缘中混凝土最大主应力为28.29 MPa,仍然小于混凝土的峰值压应力,表明在整个加载过程中,翼缘具有良好的受压性能,并且在最终状态下受压能力仍有一定的富余.

### (3)翼缘外侧纵筋

不同加载阶段下翼缘外侧纵筋应力分布如图8所示.由图可知,水平荷载较小时,翼缘中钢筋压应力分布较为均匀,中间位置钢筋应力稍大于

两侧;加载至峰值荷载的85%时,中间位置钢筋应力明显大于两侧;加载至峰值荷载时,中间位置纵筋以及两侧竖向分布钢筋皆发生屈服;到达极限荷载时,两端约束区纵筋也受压屈服。

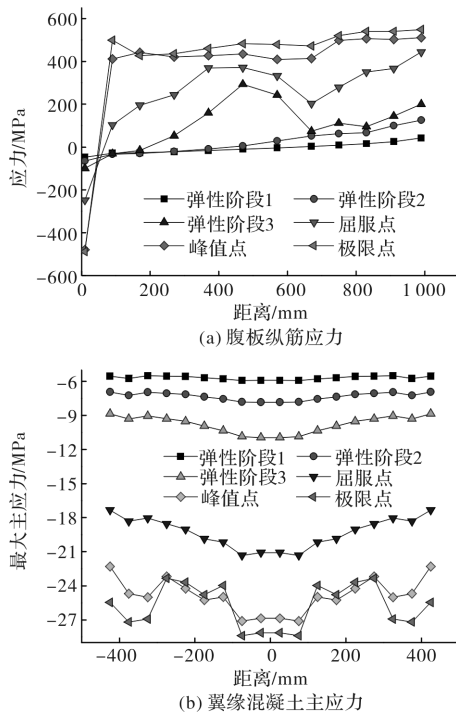


图7 腹板纵筋及翼缘混凝土的应力

Fig. 7 Stress of web reinforcement and flange concrete

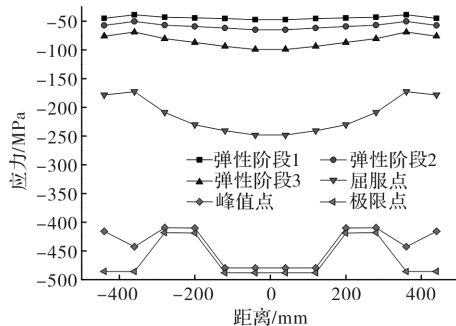


图8 翼缘外侧纵筋主应力

Fig. 8 Principal stress of reinforcement outside in flange

### 2.3 应变分析

#### (1) 腹板纵筋

不同加载阶段下腹板纵筋应变分布如图9(a)所示。由图可知,屈服荷载之前,纵筋应变分布基本呈线性变化,符合平截面假定。整个加载过程中,中和轴位置随着水平荷载的增大不断向翼缘一侧移动,峰值荷载时,中和轴位于翼缘内,受压区高度约为60 mm。

#### (2) 翼缘混凝土

由于基础梁对剪力墙底部约束较强,使得梁墙交界面存在应力集中,影响分析的准确性,故选取距离墙底100 mm处截面正应变作为研究对象。模拟中将墙体沿厚度方向划分为2个单元,正

应变取两个单元的平均值,提取不同加载阶段下翼缘截面正应变值,如图9(b)所示。由图可知,试件处于弹性阶段时,正应变分布较为均匀,翼缘与腹板相交处正应变最大,距离翼缘中心位置越远,正应变越小,翼缘中存在剪力滞后现象。在试件屈服前,随着荷载的增大,应变分布越不均匀,剪滞效应加剧,但试件屈服后剪滞效应趋于稳定。

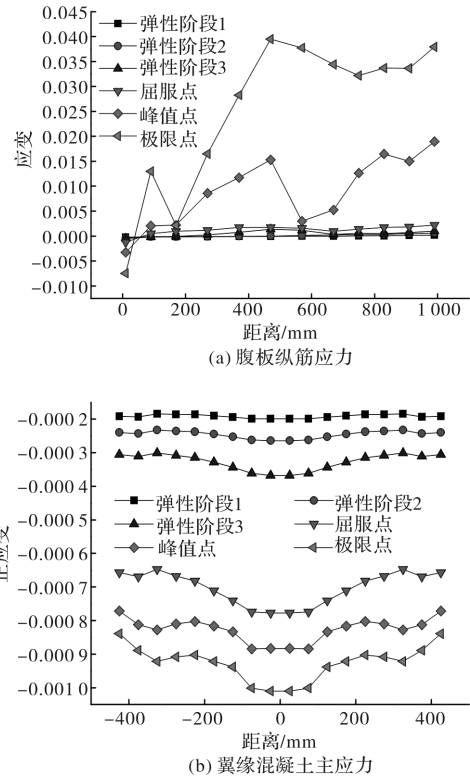


图9 腹板纵筋及翼缘混凝土的应变

Fig. 9 Strain of web reinforcement and flange concrete

#### (3) 翼缘外侧纵筋

不同加载阶段下翼缘外侧纵筋应变分布如图10所示。由图可知,加载至峰值荷载的60%以前,翼缘所有纵筋应变很小且基本保持一致。屈服荷载时,翼缘中间位置应变增长较快,其应变大于两侧。随着荷载的不断增大,这种差距越来越明显,同样存在剪力滞后效应。

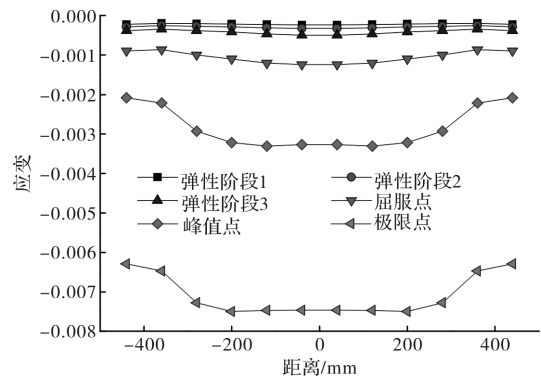


图10 翼缘外侧纵筋正应变

Fig. 10 Positive strain of reinforcement outside in flange

### 3 翼缘受拉方向损伤演化过程

#### 3.1 破坏过程分析

##### (1) 腹板混凝土

不同加载阶段下腹板混凝土最大主应力分布如图 11 所示. 由图可知, 加载初期, 腹板自由端底部压应力最大, 翼缘与腹板相交处拉应力较大, 且拉应力随荷载的增大而增大. 当翼缘厚度方向最大主应力超过 3.22 MPa 时, 表明沿厚度方向形成贯通翼缘的裂缝, 并逐渐向腹板延伸. 到峰值荷载 75% 时, 腹板与翼缘相交处下部斜裂缝延伸至墙体底部. 随着荷载继续增大, 腹板下部斜裂缝沿高度方向发展, 接近峰值荷载时, 腹板自由端底部混凝土达到峰值应力. 与翼缘受压方向相

比, 翼缘受拉时腹板中产生的裂缝斜率更大, 并且沿高度方向越向上斜裂缝越陡.

##### (2) 翼缘混凝土

不同加载阶段下翼缘混凝土最大主应力分布如图 12 所示. 由图可知, 加载至 50% 峰值荷载时, 翼缘底部混凝土最大拉应力为 3.27 MPa, 超过混凝土的抗拉强度, 试件底部开裂, 裂缝基本呈水平方向. 与翼缘受压方向相比, 翼缘受拉时裂缝出现时间更晚. 随着位移的增大, 翼缘上部产生新的裂缝, 下部先出现裂缝处混凝土逐步退出工作. 加载至 75% 峰值荷载时, 翼缘中混凝土最大拉应力逐渐减小, 混凝土拉应力进入下降段, 表明墙体中已基本不会再有新的裂缝产生.

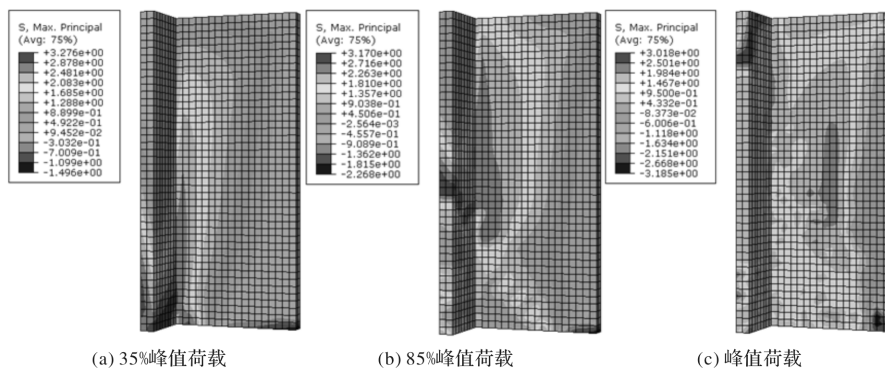


图 11 腹板混凝土主应力云图

Fig. 11 Principal stress contours of web concrete

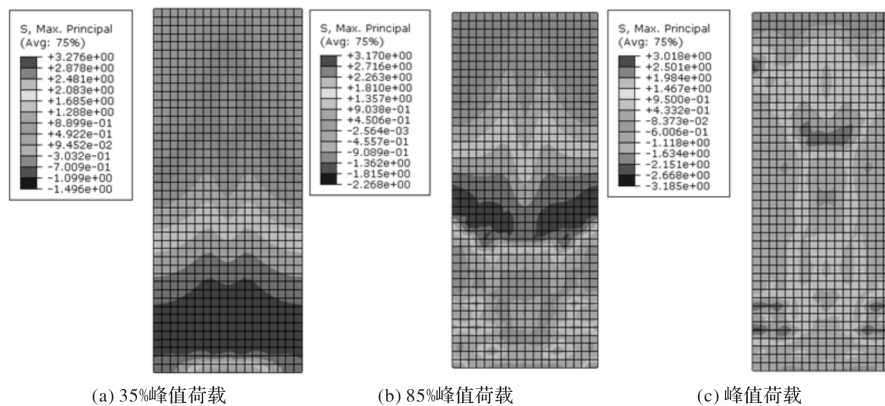


图 12 翼缘混凝土主应力云图

Fig. 12 Principal stress contours of flange concrete

#### 3.2 应力分析

##### (1) 腹板纵筋

不同加载阶段下腹板纵筋应力变化分布如图 13(a) 所示. 由图可知, 加载初期, 钢筋应力沿截面长度方向基本呈线性分布. 加载至屈服荷载时, 翼缘外侧纵筋拉应力达到 477.8 MPa, 发生屈服.

峰值荷载时, 腹板自由端最外侧两排纵筋受压屈服, 翼缘内两排纵筋受拉屈服. 整个加载过程中, 腹板竖向分布钢筋全部未达到屈服.

##### (2) 翼缘外侧纵筋

不同加载阶段下翼缘外侧纵筋应力分布如图 13(b) 所示. 由图可知, 加载初期, 翼缘中间位置钢筋应力最大, 越靠近两端, 应力越小. 随着加

载位移的增大,翼缘中部钢筋应力增大较快.加载至屈服荷载时,翼缘最中间两根纵筋受拉屈服.峰值荷载时,翼缘中部全部纵筋及其相邻的竖向分布钢筋受拉屈服.加载至极限荷载时,已屈服钢筋应力变化较小,翼缘外侧钢筋全部受拉屈服.

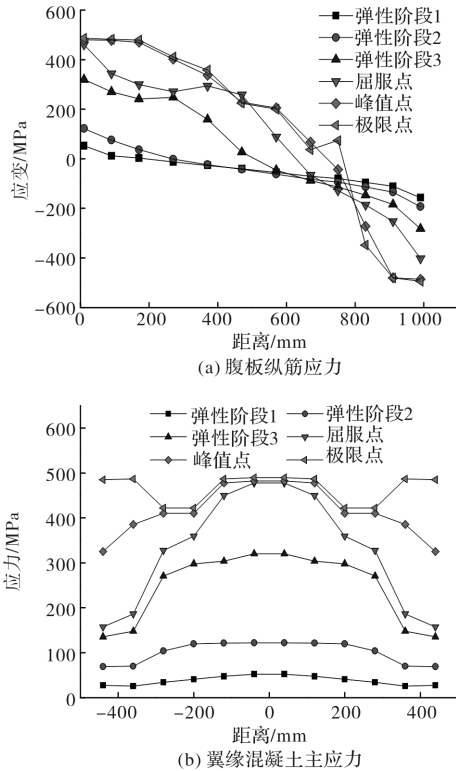


图13 腹板纵筋及翼缘外侧纵筋应力

Fig. 13 Stress of reinforcement in web and flange

### 3.3 应变分析

#### (1) 腹板纵筋

不同加载阶段下腹板纵筋应变分布如图14(a)所示.由图可知,试件屈服前,纵筋应变沿截面长度方向基本呈线性分布,符合平截面假定.加载至峰值荷载时,腹板自由端最外侧纵筋压应变急剧增大.加载过程中,受压区高度不断减小,峰值荷载时,受压区高度约为280 mm.

#### (2) 翼缘外侧纵筋

不同加载阶段下翼缘外侧纵筋应变分布如图14(b)所示.由图可知,加载初期,翼缘内钢筋应变分布相对均匀,中间位置处纵筋应变最大.随加载位移的增大,中间位置处钢筋应变与两侧钢筋应变间的差距越来越大,剪滞效应不断加剧.可见,在带翼缘混凝土承载力计算中,除了需要考虑受压翼缘时剪滞效应对混凝土应变分布的影响,同时也要考虑翼缘受拉时剪滞效应对钢筋应变分布的影响.

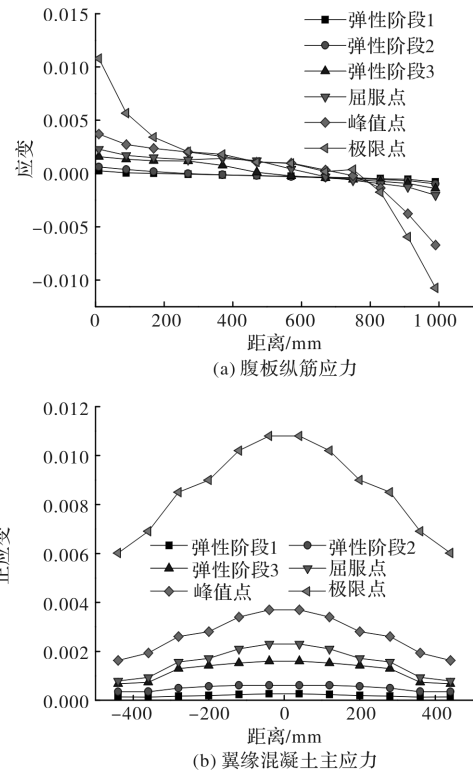


图14 腹板纵筋及翼缘外侧纵筋应变

Fig. 14 Strain of reinforcement in web and flange

## 4 结论

通过对T形截面带翼缘剪力墙受力机理数值模拟分析,得出了以下主要结论:

(1) 对于翼缘受压方向,在试件达到峰值承载力时,腹板自由端约束区内全部纵筋及其相邻的竖向分布钢筋受拉屈服;翼缘外侧中间位置处全部纵筋以及相邻的竖向分布钢筋受压屈服.而当试件达到极限状态时,翼缘外侧全部钢筋受压屈服,翼缘内侧纵筋受拉屈服.整个加载过程中,翼缘混凝土始终未达到峰值压应力,表明翼缘具有良好的受压性能.

(2) 对于翼缘受拉方向,当加载至峰值承载力时,腹板自由端最外侧两排纵筋受压屈服,腹板约束端最外侧两排纵筋受拉屈服;翼缘中部全部纵筋及其相邻的竖向分布钢筋受拉屈服.当加载至极限状态时,翼缘外侧钢筋全部受拉屈服.整个加载过程中,腹板竖向分布钢筋均未达到屈服.

(3) T形墙翼缘截面存在明显的剪力滞后现象,对于翼缘受压截面,中间位置处混凝土应变大于两侧;对于翼缘受拉截面,中间位置处钢筋应变最大,越靠近两侧应变越小,且加载位移越大,应变分布越不均匀,即剪滞效应加剧.

## 参考文献 References

- [1] 史庆轩,王斌,王朋,等. 双轴加载下 RC 带翼缘剪力墙抗震性能对比分析[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2013, 41(4): 712-716.  
SHI Qingxuan, WANG Bin, WANG Peng, et al. Comparison and analysis for seismic performance of RC shear wall with flanges under biaxial loading[J]. Journal of Fuzhou University( Natural Science Edition), 2013, 41(4): 712-716.
- [2] OESTERLE R G, ARISTIZABAL-Ochoa J D. Earthquake resistant structural walls-tests of isolated walls(2) [R]. Portland, Portland Cement Association, 1979.
- [3] GOODSIR W J. The design of coupled fram-wall structures for seismic actions [R]. New Zealand, University ofCauterbury, 1979.
- [4] SITTIPUNT C, WOOD S L. Influence of web reinforcement on the cyclic response of structural walls [J]. ACI Structural Journal, 1995, 92 (6): 1-12.
- [5] THOMSEN J H IV, WALLACE, J W. Displacement-based design of slender reinforced concrete structural walls-experimental verification [J]. Journal of Structure Engineering, 2004, 130: 618-630.
- [6] PALERMO D, VECCHIO F J. Behavior of three-dimensional reinforced concrete structural walls [J]. ACI Structural Journal, 2001, 99 (1): 81-89
- [7] 傅剑平,汪锦林,白邵良. 工字形、T形钢筋混凝土剪力墙抗震抗剪试验[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, 30 (3): 21-26.  
FU Jianping, WANG Jinlin, BAI Shaoliang. The seismic shear capacity of I-shaped and T-shaped reinforced concrete structural walls [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, 30(3): 21-26.
- [8] ZHANG P L, LI Q N. Cyclic loading test of T-shaped mid rise shear wall [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2013, 22(10): 759-769.
- [9] 史庆轩,王斌,何伟锋,等. 带翼缘钢筋混凝土剪力墙抗震性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2017, 38(1): 106-115.  
SHI Qingxuan, WANG Bin, HE Weifeng, et al. Experimental research on seismic behavior of reinforced concrete shear walls with flange[J]. Journal of Building Structures, 2017, 38(1): 106-115.
- [10] SHI Q X, WANG B. Simplified calculation of effective flange width for shear walls with flange[J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2016, 25(12): 558-577.
- [11] SANEZ L P. Discussion of equation for the stress-strain curve of concrete by desayi and krishnan[J]. ACI Structural Journal, 1964, 61(9): 1229-1235.
- [12] 沈聚敏,王传志,江见鲸. 钢筋混凝土有限元与板壳极限分析[M]. 北京:清华大学出版社, 1993.  
SHEN Jumin, WANG Chuanzhi, JIANG Jianjing. Finite element and plate-shell limit analysis of reinforced concrete [J]. Beijing: Tsinghua University Press, 1993.
- [13] 聂建国,王宇航. ABAQUS 中混凝土本构模型用于模拟结构静力行为的比较研究[J]. 工程力学, 2013, 30 (4): 59-67,82.  
NIE Jianguo, WANG Yuhang. Comparison study of constitutive model of concrete in ABAQUS for static analysis of structures [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 59-67,82.
- [14] 王宇航. 曲线梁桥钢管混凝土桥墩的扭转效应研究[D]. 北京:清华大学,2013.  
WANG Yuhang. Study on torsion effect in concrete filled steel tube piers of curved girder briges[D]. Beijing: Tsinghua University, 2013.
- [15] Model Code 90, CEB-FIP[S]. Lausanne: Mai, 1993.

(编辑 吴海西)