

# 一种粘弹塑性界面土模型的损伤函数引入研究

曾祥勇<sup>1, 2, 3</sup>, 郝 泳<sup>1, 2</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆大学 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045;

3. 重庆房地产职业学院 房地产建设工程系, 重庆 401331)

**摘要:** 针对各向同性粘弹塑性界面模型不能模拟粘土不排水蠕变三轴试验中的土样开裂后变形的问题, 通过试算研究, 提出了一个损伤函数. 将该函数与 Kaliakin 和 Dafalias 所提出的各向同性粘弹塑性界面模型中过载函数相乘的方式, 将该损伤函数引入到了模型之中, 由此形成了一个各向同性的粘弹塑性损伤界面新模型. 根据该模型和对应的损伤参数, 对加拿大温哥华市附近的 Haney 粘土试验进行了模拟验证. 数值模拟结果表明, 对于不同粘土土样的高偏应力加载等级, 采用合适参数值的损伤函数对于模拟三轴不排水蠕变试验中的蠕变开裂及破坏变形令人满意, 表明该损伤函数的引入有效可行, 具有良好的理论及应用价值.

**关键词:** 岩土力学; 损伤函数; 时间关联分析; 蠕变开裂模拟; 各向同性粘弹塑性界面土模型

**中图分类号:** TU94<sup>+</sup>2; TG115.28

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-7930(2018)06-0783-05

## Research of an introduction of a damage function into an isotropic elastoplastic-viscoplastic damage bounding surface soil model

ZENG Xiangyong<sup>1, 2, 3</sup>, HAO Yong<sup>1, 2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China;

2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, China;

3. Real Estate Construction Engineering Department, Chongqing Real Estate College, Chongqing 401331, China)

**Abstract:** Point to the problem that isotropic elastoplastic-viscoplastic damage bounding surface model which put forward by Kaliakin and Dafalias cannot simulate the undrained creep rupture deformation of cohesive soil triaxial test, according to trial computation research, a damage function is put forward. By the multiplication of the damage function with overstress function, damage simulation is feasible by the model, thus form an isotropic elastoplastic-viscoplastic damage bounding surface new model. By the new model and corresponding damage parameters, simulation verification of Canada Vancouver city nearby Haney clay undrained creep tri-axial tests is carried out. Simulation results show that the new model can simulate creep rupture and failure deformation well in high load level with proper parameters. It is also show the effectiveness and feasibility of the application of damage function, and the damage function not only has theoretical value, but also has practical value.

**Key words:** soil and rock mechanics; damage function; time-dependent analysis; creep rupture simulation; isotropic elastoplastic-viscoplastic bounding surface cohesive soil model

粘土的蠕变(流变)力学特性分析对于保障相关工程的长久安全非常重要. 多年来, 国内外很多学者在粘土的蠕变特性分析课题上做了很多研究工作<sup>[1-4]</sup>. Vyalov (1986)出版了《土力学中的流变基础理论》一书<sup>[5]</sup>, 对粘土的蠕变及损伤机理进行很多讨论, 尤其在试验方面. Sekiguchi

(1984)<sup>[6]</sup>, Matsui and Abe (1988)<sup>[7]</sup>分别提出了一种用于粘土不排水蠕变变形模拟的时间关联模型, 但他们的模型不是界面模型. 而界面模型为现代土力学数值分析中的主流模型, 广泛适用各种类型的粘土, 所以这是他们的不足之处.

Kaliakin 和 Dafalias (1990)提出了一个粘弹塑

性界面模型<sup>[8-10]</sup>, 该模型在应力加载水平较低及土样没有开裂时, 对粘土蠕变三轴试验的模拟有明显效果. 但是当应力水平较高, 土样因蠕变导致开裂时, 该模型就很难准确计算模拟出此刻的变形值.

基于界面模型概念, Mosleh A. Al-Sharmarni 和 Stein Sture<sup>[11]</sup> 在各向异性粘土界面模型理论中发展了一个损伤公式.

计算研究表明, 与不用该损伤公式相比, 采用该损伤公式对模拟蠕变变形能起到一定的改进, 但是这一改进仅局限于中等应力水平情况下, 故该带损伤公式的模型仍有一定缺陷, 即该模型尚不能对各种应力水平下的不排水蠕变反应做出全面正确的模拟, 尤其在应力水平较高, 蠕变开裂变形显著的时候.

本文即借鉴这一思路, 提出一个新的损伤函数, 修正文献<sup>[11]</sup>中损伤公式的不足, 使引入了损伤函数的粘弹塑性界面模型适用于高应力水平下粘土不排水蠕变试验中试样变形的模拟. 最终使得该新模型能够做到在从低到高的各级应力水平下, 对粘土不排水蠕变试验中试样变形进行一个完整的有效模拟.

## 1 各向同性粘弹塑性界面模型和损伤函数的导入

### 1.1 各向同性粘弹塑性界面模型

本文的工作基于文献<sup>[9]</sup>、<sup>[10]</sup>中 Kaliakin 和 Dafalias 所提出的粘弹塑性界面模型(以下简称初始模型). 该初始模型建立于粘弹塑性力学和临界状态土力学理论构架之上的. 模型中, 总应变率由三个部分组成, 分别是弹性应变率、塑性应变率和粘弹塑性应变率. 本文对初始模型所进行的改进仅针对该模型中的过载函数(overstress function), 其公式如下:

$$\varphi = \frac{1}{V} \exp(J/NI) (\Delta\sigma)^n \quad (1)$$

### 1.2 损伤函数及其参数物理意义

Al-Shamrani 和 Sture 的文章<sup>[11]</sup>表明, 其损伤公式引入粘弹塑性界面模型后, 对模拟粘土的蠕变开裂没有明显的改进. 但他们引入损伤公式的做法具有启发意义, 同样我们可以在 Kaliakin 和 Dafalias 模型<sup>[9-10]</sup>中引入一个新的损伤函数, 对其模拟蠕变开裂进行改进.

通过试算, 我们提出了一个损伤函数

$$f(q, t) = \left[ 1 + \left( \frac{q}{q_0 - q} \right) \cdot k_q \right] \cdot \left[ 1 + \frac{1}{t} \cdot \left( \frac{t_f}{t_f - t} \right)^{k_t} \right] \quad (2)$$

公式(2)里面, 只有  $q$  和  $t$  是自变量,  $q$  是偏应力,  $q = \sigma_{11} - \sigma_{33}$ ,  $t$  是时间.

公式(2)里面, 变量  $k_q$ ,  $k_t$ ,  $q_0$  和  $t_f$  都是待定的参数, 其中不同加载等级下的  $k_q$ ,  $k_t$  值可以通过试算确定. 对于  $q_0$  和  $t_f$ , 两者都有明确的物理意义,  $q_0$  是假定的土样完全破坏前的瞬时强度(以偏应力的形式体现), 这一概念源自于 Al-Sharmarni 和 Sture 的文章<sup>[11]</sup>, 所以该强度应该比蠕变试验中土样破坏之前的各级加载值要大. 对于  $t_f$ , 当加载较小时, 土样尚未丧失其稳定性,  $t_f$  值在土样变形失稳的时段附近进行选取, 当时间到达  $t_f$  对应的时刻时, 土样将由于发生过大的蠕变开裂变形而破坏失稳.

### 1.3 模型中损伤函数的引入

将损伤函数引入 Kaliakin 和 Dafalias 模型<sup>[9-10]</sup>时, 采用将其与原模型中的过载函数(overstress function)直接相乘的方式进行.

$$\varphi = \frac{1}{V} \exp(J/NI) (\Delta\sigma)^n \cdot f(q, t) \quad (3)$$

将式(2)代入式(3), 新的过载函数可以写成

$$\varphi = \frac{1}{V} \exp(J/NI) (\Delta\sigma)^n \cdot \left[ 1 + \left( \frac{q}{q_0 - q} \right) \cdot k_q \right] \cdot \left[ 1 + \frac{1}{t} \cdot \left( \frac{t_f}{t_f - t} \right)^{k_t} \right] \quad (4)$$

由上, 对过载函数进行改造后, 我们基于 Kaliakin 和 Dafalias 的初始模型<sup>[9-10]</sup>得到了一个新的粘弹塑损伤界面模型.

### 1.4 损伤函数的物理意义

由表述损伤函数的公式(2)及其参数物理意义可知, 损伤函数值恒大于 1.

如果  $q$  值变小的话,  $(q_0 - q)$  将变大, 则损伤函数值会变小, 由式(3)可见, 与此同时过载函数值将会增大.

也就是说, 当  $q$  值较小时, 土样受到的损伤也将较小, 由 Kaliakin 和 Dafalias 模型<sup>[9-10]</sup>理论, 过载函数值对土样的粘塑性应变将会起到直接影响, 这种情况下, 损伤函数将使粘塑性应变增大, 土样的总应变和变形也随之增大.

当  $q$  值较大时, 损伤对土样的影响将是相反的情况. 因此, 本文所提出的初始损伤函数对土样受力的影响与试验的真实反应是一致的.

时间  $t$  同样对初始损伤函数值具有重要影响. 由式(2)可见, 由于  $(t_f - t)$  是分母, 所以当  $t$  接近  $t_f$  时, 初始损伤函数值将会显著变大, 与这个时刻即将发生蠕变开裂的物理现象是相符合的.

当  $q$  值变大时, 初始损伤函数值所体现出的效应与试验情况也是相符合的.

2 引入损伤函数的新模型模拟分析

2.1 模拟中所用的初始损伤函数参数

根据 Al-Shamrani 和 Sture 的文章<sup>[11]</sup> 和 Matsui, T. Abe N. 的文章<sup>[7]</sup>, 数值模拟中原初始各向同性粘弹塑性界面模型中的参数继续沿用原参数值如表 1 所示.

表 1 初始各向同性粘弹塑性损伤界面模型参数 (Haney 粘土)

Tab. 1 Initial isotropic elastoplastic-viscoplastic damage bounding surface model parameters (Haney clay)	
参数	Haney 粘土
$e_0$	0.896
$\lambda$	0.20
$\kappa$	0.031
$M_c$	1.29
$M_e$	0.903
$G/\text{kPa}$	5 884.0
$R$	2.30
$C$	0.0
$V/\text{kPa} \cdot \text{min}$	$2.5 \times 10^7$
$n$	10

对于损伤函数公式(2)中的参数, 结合 2.2 节中所述的其参数物理意义以及 Vaid 和 Campanella 文章<sup>[12]</sup> 中 Haney 粘土的三轴不排水蠕变试验情况, 根据试算, 可以得到如表 2 所示的参数值, 这些参数值对于模拟 Haney 粘土的三轴不排水蠕变试验是合适的, 在不同荷载等级下, 参数值各不相同. 由于 Vaid 和 Campanella 文<sup>[12]</sup> 中应力所用的单位是  $\text{kgf}/\text{cm}^2$ , 故表 2 中我们所用的单位也是  $\text{kgf}/\text{cm}^2$ , 其中  $1 \text{ kgf}/\text{cm}^2 = 98.1 \text{ kPa}$ .

表 2 中, 加载初始阶段, 即荷载较小时, 没有对应的损伤函数参数, 因为这种情况下, 采用 Kaliakin 和 Dafalias 的初始模型<sup>[9-10]</sup> 就能对试验进行准确的模拟, 所以这种情况下无需引入损伤函数.

表 2 模拟 Haney clay 蠕变试验的合适初始损伤函数参数值

Tab. 2 Original damage function parameters for Haney clay creep test simulation in every stress level

应力水平		初始损伤函数参数			
No.	$q/\text{kgf} \cdot \text{cm}^{-2}$	$q_0/\text{kgf} \cdot \text{cm}^{-2}$	$k_q$	$k_t$	$t_f/\text{min}$
1	1.964	—	—	—	—
2	2.342	—	—	—	—
3	2.625	—	—	—	—
4	2.720	3.5	0	5.0	18 000
5	2.783	3.5	0.23	7.3	2 500
6	2.898	3.5	0.2	3.7	580
7	3.003	3.5	0.22	5.5	180
8	3.076 5	3.5	0.2	4.6	110
9	3.15	3.5	0.1	4.5	95
10	3.234	3.5	0.09	4.2	40
11	3.350	3.5	0.06	3.9	16

2.2 引入损伤函数后对 Haney 粘土三轴不排水蠕变试验的模拟

Vaid 和 Campanella<sup>[12]</sup> 针对加拿大温哥华市附近的未扰动正常固结 Haney 粘土开展了一系列三轴不排水蠕变试验.

试验开始之前, 先对试样进行各向同性的固结处理, 围压压力值为  $5.25 \text{ kgf}/\text{cm}^2$  ( $515 \text{ kPa}$ ), 固结时间为  $36 \text{ h}$ .

然后, 对试样施加对应的偏应力, 偏应力采用一次加载的方式施加. 一共进行了 11 个三轴不排水蠕变试验, 对应施加的偏应力值从  $1.964 \text{ kgf}/\text{cm}^2$  ( $192.7 \text{ kPa}$ ) 至  $3.350 \text{ kgf}/\text{cm}^2$  ( $328.6 \text{ kPa}$ ).

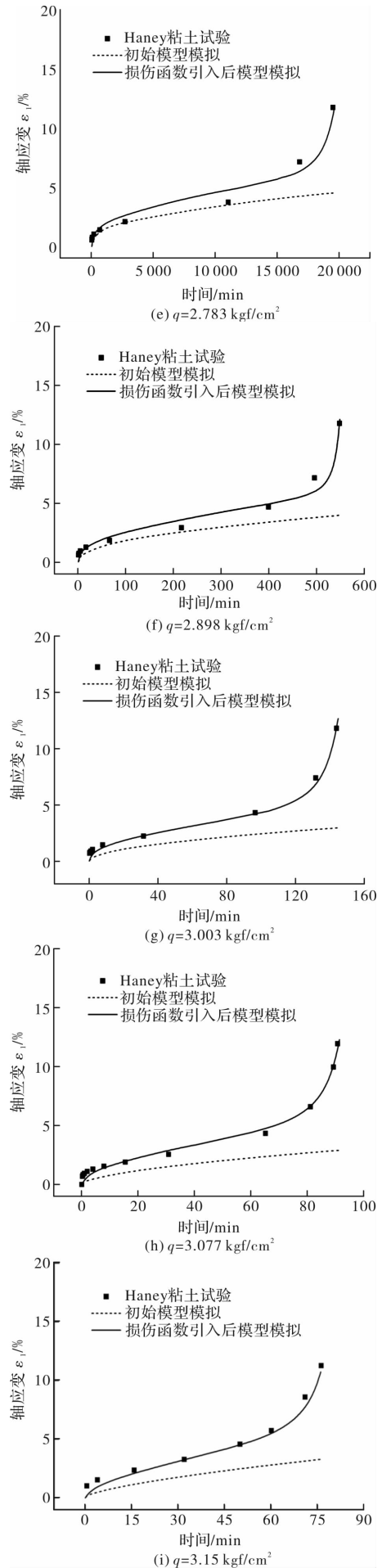
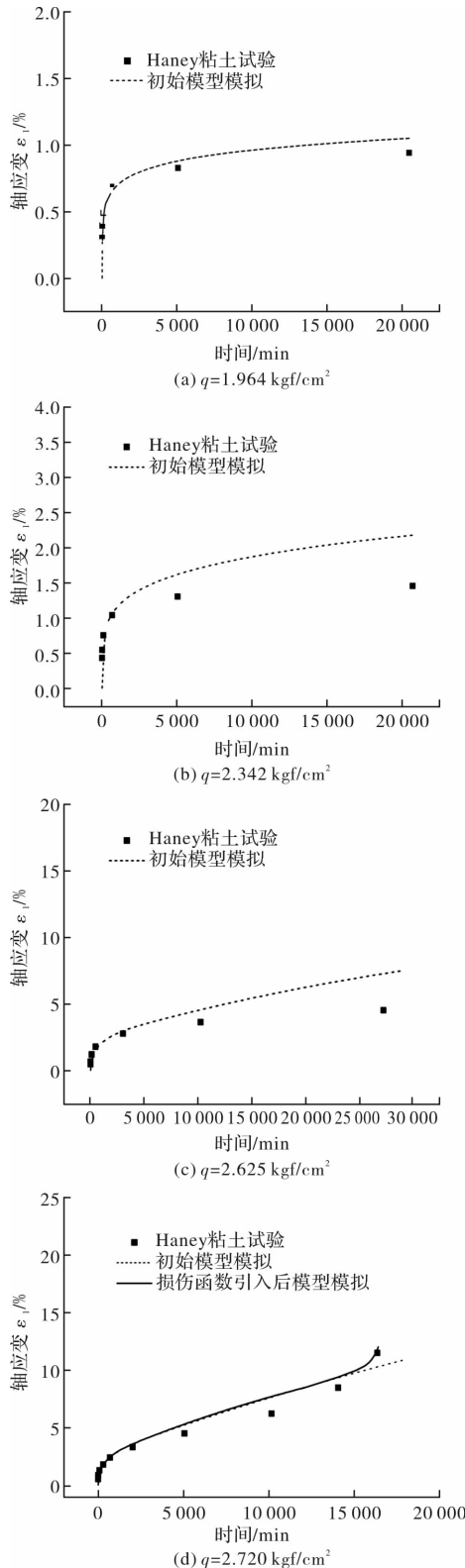
有 3 个试验土样的轴向应形随着时间的发展, 逐渐趋于稳定. 其余 8 个试验中, 土样的轴向变形随着时间的发展, 后期土样由于蠕变开裂破坏, 均产生了不可收敛的变形, 其破坏所对应的时间从  $16 \text{ min}$  到  $18\,000 \text{ min}$  不等.

根据表 1 和表 2 中的参数, 引入初始损伤函数后, 采用 Kaliakin 和 Dafalias 模型<sup>[9-10]</sup> 对 Haney 粘土不排水蠕变试验的模拟结果如图 1(a)~(k) 所示.

图 1(a) 中, 由于原 Kaliakin 和 Dafalias 初始模型就能对该加载等级下的 Haney 粘土试验进行良好的模拟, 所以无需引入损伤函数进行模拟.

同样的, 图 1(b)、(c) 中, 对于  $q = 2.342$  和  $2.625 \text{ kgf}/\text{cm}^2$  的情况, 由于土样加载较小, 采用

原 Kaliakin 和 Dafalias 模型<sup>[9-10]</sup>就能对试验进行良好的模拟。而在图 1(d)~(k)中,对于 2.720 ~ 3.350 kgf/cm<sup>2</sup>的情况,由于土样加载较大,随着时间的发展,土样均产生了蠕变开裂变形,采用原 Kaliakin 和 Dafalias 模型已不能对此时的试验情况进行良好的模拟,而引入了损伤函数的模型则能良好的修正原模型在这方面的不足,能够做到对蠕变开裂后的不可收敛变形进行较为准确的模拟。



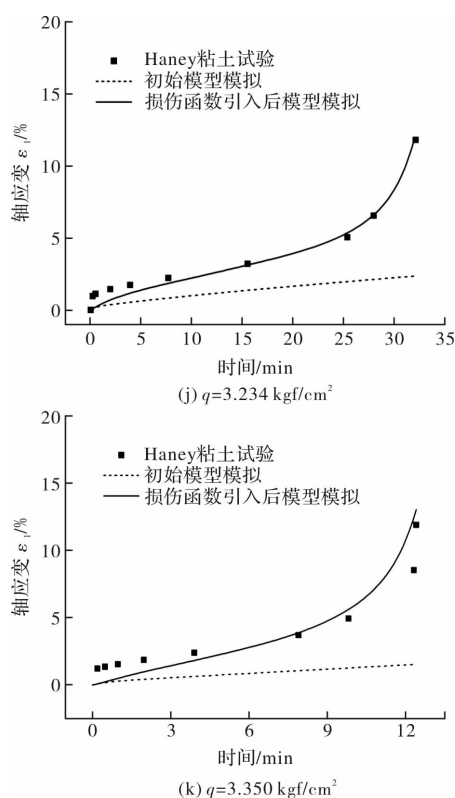


图1 基于原 Kaliakin 和 Dafalias 模型引入损伤函数后对 Haney 粘土不排水蠕变试验的模拟结果

Fig. 1 Simulation of Haney clay undrained creep tests by damage function included model based on Kaliakin and Dafalias (1990a, b) model

### 3 结论

(1) 本文通过借鉴 Al-Shamrani 和 Sture 的文章思路,提出了一种新的损伤函数,该函数形式比 Al-Shamrani 和 Sture 文章的损伤公式形式复杂,计算模拟结果表明,本文所提出的损伤函数对改善粘弹塑性界面模型模拟土样蠕变开裂大变形具有明显的作用。对比 Al-Shamrani 和 Sture 文章及本文的计算模拟结果图(仅比较小及中等偏应力下的计算结果)可以看出,Al-Shamrani 和 Sture 文中的时间与轴应变关系曲线采用的是对数坐标,而本文直接采用的是自然数坐标,显然本文计算所得出的精度更高。

(2) 对于更进一步的粘土时间关联力学分析,比如各向异性、地震和非稳定加载作用等情况下的粘土蠕变模拟研究,本文所开展的损伤函数相关研究也具有应用参考价值。

(3) 除了粘土材料,本文所提出的损伤函数公式及应用方式也将对其它材料的损伤或蠕变开裂变形模拟具有应用参考价值。

### 参考文献 References

- [1] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.  
SUN Jun. Creep of Geotechnical Material and Its Application in Engineering[M]. Beijing: China Building Industry Press, 1999.
- [2] 姚仰平, 张丙印, 朱俊高. 土的基本特性、本构关系及数值模拟研究综述[J]. 土木工程学报, 2012, 45(3): 127-150.  
YAO Yangping, ZHANG Bingyin, ZHU Jungao. Behaviors, constitutive models and numerical simulation of soils[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(3): 127-150.
- [3] CHING Hung. Enhanced anisotropic bounding surface model; Implementation and simulation of excavation in soft cohesive soils[D]. New York: Columbia University, 2012.
- [4] JIANG J H, LING H I, KALIAKIN V N. An associative and non-associative anisotropic bounding surface model for clay[J]. Journal of Applied Mechanics, 2012, 79(3): 1-10.
- [5] VYALOV S S. Rheological fundamentals of soil mechanics (Translated from Russian by O. K. Sapunov) [M]. New York: Elsevier Science Publishing Company Inc, 1986.
- [6] SEKIGUCHI H. Theory of undrained creep rupture of normally consolidation clay based on elasto-viscoplasticity[J]. Soils and foundations, 1984, 24(1): 129-147.
- [7] MATSUI T, ABE N. Verification of elasto-viscoplastic model of normally consolidated clays in undrained creep[A]. Matsui T. Proc 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics [C]// Innsbruck: Publ Rotterdam; A A Balkema, 1988; 453-459.
- [8] KALIAKIN V N. Bounding surface elastoplasticity-viscoplasticity for clays[D]. Davis: University of California at Davis, 1985.
- [9] KALIAKIN V N, DAFALIAS Y F. Theoretical aspects of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils[J]. Soils and foundations, 1990, 30(3), 11-24.
- [10] KALIAKIN V N, DAFALIAS Y F. Verification of the Elastoplastic-viscoplastic Bounding Surface Model for Cohesive Soils[J]. Soils and foundations, 1990, 30(3), 25-36.
- [11] AL-SHARMARNI M A, STURE S. A Time-dependent bounding surface model for anisotropic cohesive soils[J]. Soils and foundations, 1998, 38(1): 61-76.
- [12] VAID Y P, CAMPANELLA R G. Time-dependent behaviour of an undisturbed clay[J]. ASCE, Geotechnical Division, 1977, 103(GT7): 693-709.

(编辑 吴海西)