

# 磁记忆效应的 Jiles-Atherton 理论模型全过程推导

苏三庆, 刘馨为, 王威, 左付亮, 邓瑞泽, 秦彦龙

(西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

**摘要:** 金属磁记忆检测方法是一种能够对铁磁材料进行早期无损检测的新技术, 其检测的是在外应力和地磁场的共同作用下铁磁构件产生的自发漏磁场。而磁机械效应则是指在恒定的外磁场环境中, 磁化强度与外应力之间的变化关系。两者从本质上来说是相似的。因此, 磁记忆效应的物理本质就是弱磁场(地磁场)下的磁机械效应。针对磁机械效应经典的 Jiles-Atherton 理论模型, 进行了系统、全面、完整的理论公式推导, 分析了不同变量之间的物理关系和数学关系, 并指出 Jiles-Atherton 理论模型存在的不足, 并探讨了基于该模型进行的优化改进研究, 改进的模型很好地解释了拉压应力作用下的非对称磁化行为。

**关键词:** Jiles-Atherton 理论模型; 铁磁材料; 无损检测; 磁记忆效应; 拉压应力

中图分类号: TU391

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2024)01-0001-06

## Whole process derivation of Jiles-Atherton model for magnetic memory effect

SU Sanqing, LIU Xinwei, WANG Wei, ZUO Fuliang, DENG Ruize, QIN Yanlong

(School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China))

**Abstract:** The metal magnetic memory testing method is a new technique for early nondestructive testing of ferromagnetic materials, and it can be adopted to detect the spontaneous leakage magnetic field of ferromagnetic members under the combined action of external stress and geomagnetic field. The magneto-mechanical effect refers to the changing relationship between magnetization and stress in a constant external magnetic field, and the two are essentially similar. Therefore, the physical essence of the magnetic memory effect is the magneto-mechanical effect under a weak magnetic field (geomagnetic field). Aiming at the classical Jiles-Atherton model of magneto-mechanical effect, a systematic, comprehensive, and complete formula derivation is carried out to analyze the physical and mathematical relations between its internal different variables, and the shortcomings of the Jiles-Atherton model are pointed out. Finally, the improvement research based on theoretical model is discussed, and the improved model well explains the asymmetric magnetization behavior under tensile and compressive stress.

**Key words:** Jiles-Atherton model; ferromagnetic materials; nondestructive testing; magnetic memory effect; tensile and compressive stress

金属磁记忆检测技术, 又称自发漏磁检测技术, 是一种能够对铁磁性材料应力集中或缺陷部位进行无损检测的新技术, 其利用材料周围产生的自发漏磁场分布来评估内部损伤程度<sup>[1-5]</sup>。实质上, 金属磁记忆检测技术研究的是地磁场弱磁激励下铁磁构件承受机械应力或产生应变时, 内部磁畴组织变化从而引起的表面自发漏磁场强度的变化, 该方法的本质是恒定弱磁场下的磁机械效应。

磁机械效应分两种类型: 一是研究在恒定外

应力作用下磁化强度与外加磁场之间的关系; 二是研究在恒定外磁场作用下磁化强度与外加应力的关系。显然, 磁记忆效应属于恒定弱磁场下的磁机械效应。基于接近原理, 材料磁化将不可逆地趋向理想的无滞后磁化状态。1984 年, 美国学者 Jiles 和 Atherton 提出了 Jiles-Atherton 理论模型<sup>[6]</sup>, 简称 J-A 模型, 被誉为经典的磁机械效应理论模型, 是研究磁记忆效应的重要理论基础。然而, 从现有的文献资料可以发现, 虽然关于 Jiles-Atherton 模型的相关叙述较多, 但没有系统地对

这一经典理论模型进行详细全过程推导。因此，本文拟对经典的 Jiles-Atherton 理论模型进行系统性的论述和完整的理论公式推导，研究了各变量之间内在物理关系，并分析了 Jiles-Atherton 理论模型的不足，探讨了 Jiles-Atherton 理论模型的优化改进。

## 1 Jiles-Atherton 理论模型的数学建模

Jiles-Atherton 理论模型的建立可以分为 3 个部分：(1)有效场的建模；(2)无磁滞磁化强度的建模；(3)磁化强度的建模。

### 1.1 有效场的建模

Jiles<sup>[7]</sup>指出，以磁致伸缩系数  $\lambda$  为媒介，外应力对材料磁化的影响等效于应力引起的附加应力场  $H_\sigma$  作用于磁畴结构。通过沿着可逆的无滞后磁化曲线的系统能量  $A$ ，即可确定附加应力场  $H_\sigma$ 。

无滞后磁化曲线的系统能量  $A$  可表示为

$$A = \mu_0 HM + \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 + E_{me}^\sigma - TS \quad (1)$$

式中： $\mu_0$  为真空磁导率，值为  $4\pi \times 10^{-7}$  N/A<sup>2</sup>； $H$  为环境磁场； $M$  为磁化强度； $\alpha$  为磁畴耦合系数； $E_{me}^\sigma$  为磁弹性性能； $T$  为温度； $S$  为熵。

铁磁构件在外应力和磁场作用下的有效场  $H_{eff}$  为系统能量  $A$  对磁化强度  $M$  的一阶导数，即

$$H_{eff} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dA}{dM} = H + \alpha M + \frac{1}{\mu_0} \frac{dE_{me}^\sigma}{dM} \quad (2)$$

式中： $H + \alpha M$  为外磁场引起的有效场分量； $\frac{1}{\mu_0} \frac{dE_{me}^\sigma}{dM}$  为外应力引起的附加应力场  $H_\sigma$ 。

当施加的外应力  $\sigma$  不是共轴力时，对于各向同性多晶体铁磁材料，外应力作用下的磁弹性性能可表示为

$$E_{me}^\sigma = \sigma_{zz} \cdot \sigma_{z'z'}^{me} \quad (3)$$

式中： $\sigma_{zz}$  为沿  $z$  方向的单轴应力； $\sigma_{z'z'}^{me}$  为沿磁化强度方向( $z'$  方向)的磁致应变。

磁致应变在三维笛卡尔坐标系中可表示为

$$\sigma_{z'z'}^{me} = \sigma_{zz}^{me} \cos^2 \theta + \sigma_{yy}^{me} \sin^2 \theta - \sigma_{yz}^{me} \sin \theta \cos \theta \quad (4)$$

式中： $\theta$  为外应力与磁场强度方向之间的夹角。

对于各向同性多晶体铁磁材料， $\sigma_{yz} = 0$  且  $\sigma_{yy} = -\mu \sigma_{zz}$ 。其中， $\mu$  为材料的泊松比。

因此，式(3)可以转化为

$$E_{me}^\sigma = \sigma [\sigma_{zz}^{me} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)] \quad (5)$$

而应力方向的磁致伸缩系数  $\lambda$  随磁致伸缩应变  $\sigma_{zz}^{me}$  改变，其关系式为

$$\lambda = \frac{2}{3} [\sigma_{zz}^{me} - (\sigma_{zz}^{me})_0] \quad (6)$$

式中： $(\sigma_{zz}^{me})_0$  为退磁状态下的磁致应变。值得注意的是，在磁饱和状态下的磁致应变为零。

将式(6)代入式(5)中可得

$$E_{me}^\sigma = \sigma \left[ \frac{3}{2} \lambda + (\sigma_{zz}^{me})_0 \right] (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \quad (7)$$

则附加应力场  $H_\sigma$  为

$$H_\sigma = \frac{1}{\mu_0} \frac{dE_{me}^\sigma}{dM} = \frac{\sigma}{\mu_0} \left\{ \frac{d}{dM} \left[ \frac{3}{2} \lambda + (\sigma_{zz}^{me})_0 \right] \right\} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) = \frac{3\sigma}{2\mu_0} \frac{d\lambda}{dM} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \quad (8)$$

由此可见，要计算  $H_\sigma$  必须先确定  $\lambda$ 。如果磁致伸缩系数  $\lambda$  可以确定为磁化强度  $M$  和应力  $\sigma$  的函数，就可以通过计算相应的应力场  $H_\sigma$  和有效场  $H_{eff}$ 。理论上，对于铁磁材料的某一特定磁畴结构，可以通过主晶轴方向的磁致伸缩系数  $\lambda_{100}$  和  $\lambda_{111}$  来确定整体的磁致伸缩系数。但在实际应用中，材料的磁畴结构预先并不知道，由于磁致伸缩一定关于  $M=0$  对称，故磁致伸缩系数可以采用简单级数展开为

$$\lambda = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i(\sigma) M^{2i} \quad (9)$$

式中： $\gamma_i(\sigma)$  是与材料相关的系数。对于一般的铁磁性材料，磁致伸缩系数只需取到  $i=2$  即可，则有

$$\lambda = [\gamma_1(0) + \gamma'_1(0)\sigma]M^2 + [\gamma_2(0) + \gamma'_2(0)\sigma]M^4 \quad (10)$$

式(9)中： $\gamma_i(\sigma)$  可以 Taylor 级数展开，则有

$$\gamma_i(\sigma) = \gamma_i(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma^n}{n!} \gamma_i^n(0) \quad (11)$$

式中： $\gamma_i^n(0)$  是  $\sigma=0$  时  $\gamma_i$  的第  $n$  阶导数。

根据 kuruzar 和 Callity<sup>[8]</sup> 的试验数据，对于铁磁性材料，取  $n=1$ ，则有

$$\lambda = [\gamma_1(0) + \gamma'_1(0)\sigma]M^2 + [\gamma_2(0) + \gamma'_2(0)\sigma]M^4 \quad (12)$$

将式(12)代入式(8)中，则有

$$H_\sigma = \frac{3\sigma}{\mu_0} [\gamma_1(0) + \gamma'_1(0)\sigma]M + 2[\gamma_2(0) + \gamma'_2(0)\sigma]M^3 \quad (13)$$

将式(13)代入式(2)中，则有

$$H_{eff} = H + \alpha M + H_\sigma = H + \alpha M + \frac{3\sigma}{\mu_0} [\gamma_1(0) + \gamma'_1(0)\sigma]M + 2[\gamma_2(0) + \gamma'_2(0)\sigma]M^3 \quad (14)$$

式中:  $\gamma_1(0) = 7 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{A}^2$ ;  $\gamma'_1(0) = -1 \times 10^{-25} (\text{m}^2 \cdot \text{Pa})/\text{A}^2$ ;  $\gamma_2(0) = -3.3 \times 10^{-30} \text{ m}^2/\text{A}^2$ ;  $\gamma'_2(0) = 2.1 \times 10^{-38} (\text{m}^4 \cdot \text{Pa})/\text{A}^4$ .

将这些系数代入式(13)中, 计算当磁化强度  $M$  为恒定值时, 地磁场下 ( $H=40 \text{ A/m}$ ) 附加应力场  $H_\sigma$  随外应力  $\sigma$  的变化如图 1 所示.

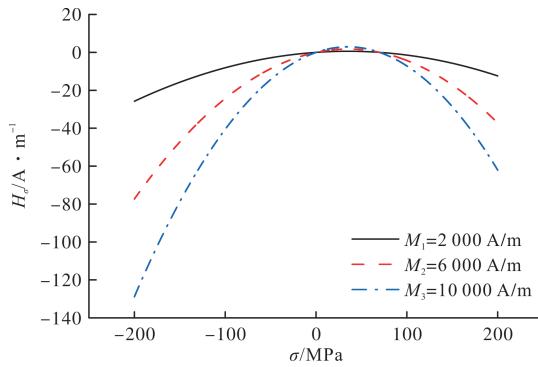


图 1 地磁场环境下附加应力场  $H_\sigma$  随应力  $\sigma$  的变化

Fig. 1 The variation of the additional stress field  $H_\sigma$  with stress  $\sigma$  in geomagnetic field

## 1.2 无磁滞磁化强度的建模

根据接近原理: 对于各向同性铁磁材料, 当材料的磁化状态在初始磁化曲线和主磁滞回线上时, 循环拉压应力将会使磁化状态不可逆地趋近于无磁滞磁化曲线. Jiles-Atherton 模型利用改进的 Langevin 等式来模拟各向同性铁磁材料的无磁滞磁化曲线.

查阅文献 [9-10] 发现, 学者们在使用改进的 Langevin 等式时, 却出现了两种不同的表达方式. 铁磁材料的无磁滞磁化曲线方程为

$$M_{\text{an}} = M_s \left\{ \coth \left[ \frac{H + \alpha M + H_\sigma(\sigma, M)}{\alpha} \right] - \frac{\alpha}{H + \alpha M + H_\sigma(\sigma, M)} \right\} \quad (15)$$

式中:  $M_s$  为饱和磁化强度;  $\alpha$  为无磁滞磁化曲线形状参数;  $H_\sigma(\sigma, M)$  表示  $H_\sigma$  是关于  $\sigma$  和  $M$  的函数.

而已有文献 [11-12] 给出的无磁滞磁化曲线表达式为

$$M_{\text{an}} = M_s \left\{ \coth \left[ \frac{H + \alpha M_{\text{an}} + H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})}{\alpha} \right] - \frac{\alpha}{H + \alpha M_{\text{an}} + H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})} \right\} \quad (16)$$

式中,  $H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})$  表示  $H_\sigma$  是关于  $\sigma$  和  $M_{\text{an}}$  的函数.

为判断无磁滞磁化强度  $M_{\text{an}}$  的哪一种表达式更为合理, 需要利用 Langevin 等式性质. Langevin 等式为  $L(x) = \coth x - 1/x$ , 当  $x \rightarrow \infty$  时,  $L(x) = 1$ ; 当  $x \rightarrow 0$  时,  $L(x) = 0$ . 同时, 当外磁场为零时, 仅在外应力  $\sigma$  作用下, 铁磁材料不会被磁化.

因此, 当  $H=0$  时,  $M_{\text{an}}=0$ ,  $H_\sigma=0$ . 若使  $(H + \alpha M_{\text{an}} + H_\sigma)/\alpha \rightarrow 0$ , 而  $\alpha$  又不能为零, 则必有  $M=0$ , 这与  $H=0$  时  $M=M_r$  (剩磁) 相悖. 因此式(15)不满足 Langevin 等式的基本性质. 再根据已有文献<sup>[13]</sup>可知, 当  $H$  足够大,  $M_{\text{an}}$  将趋近于  $M_s$ , 即,  $\coth \left[ \frac{H + \alpha M_{\text{an}} + H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})}{\alpha} \right] - \frac{\alpha}{H + \alpha M_{\text{an}} + H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})} \rightarrow 1$ , 显然, 式(16)是模拟各向同性铁磁材料无磁滞磁化曲线的正确公式. 故  $H_\sigma(\sigma, M_{\text{an}})$  的表达式为

$$H_\sigma = \frac{3\sigma}{\mu_0} \{ [\gamma_1(0) + \gamma'_1(0)\sigma] M_{\text{an}} + 2[\gamma_2(0) + \gamma'_2(0)\sigma] M_{\text{an}}^3 \} \quad (17)$$

根据式(16)和(17), 当外应力  $\sigma=0$  时, 可得到不同外加磁场对应的无磁滞磁化强度  $M_{\text{an}}$ , 如图 2 所示, 其中参数  $M_s=1.7 \times 10^6 \text{ A/m}$ ,  $\alpha=0.001$ ,  $a=1000$ .

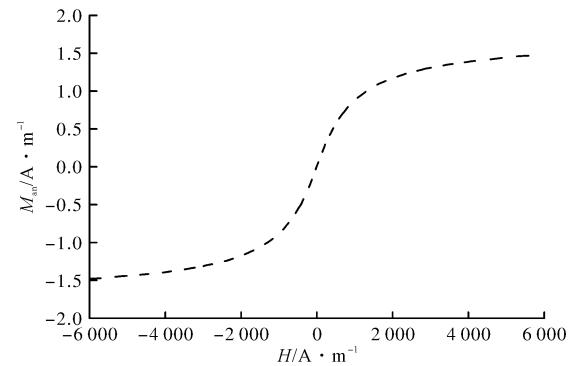


图 2 无磁滞磁化强度  $M_{\text{an}}$  随外磁场  $H$  的变化

Fig. 2 Variation of anhysteretic magnetization  $M_{\text{an}}$  with external magnetic field  $H$

## 1.3 磁化强度的建模

实验结果表明<sup>[14]</sup>, 铁磁性材料的磁化强度不仅与外磁场和外应力有关, 还与磁化历史有关. Jiles<sup>[7]</sup>指出方向的改变与应力无关, 而与单位体积的弹性性能有关. 铁磁材料单位体积的磁弹性性能可表示为

$$W = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (18)$$

式中,  $E$  为材料弹性模量.

此时, 无磁滞磁化状态的接近原理可表述为: 磁化强度的变化和磁性能的比值与磁化强度到无磁滞磁化的距离成正比. 接近原理与三个因素有关: (1) 磁化强度到无磁滞磁化的距离; (2) 该距离与应力的敏感程度如何; (3) 无磁滞磁化是如何随着应力改变的. 材料的磁化包括由畴壁弯曲引起的可逆部分  $M_{\text{rev}}$  和由畴壁位移引起的不可逆部分  $M_{\text{irr}}$ , 如图 3 所示<sup>[15]</sup>.

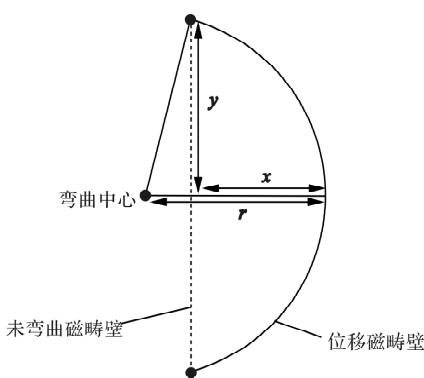


图 3 两个钉扎点间磁畴壁的弯曲

Fig. 3 Bending of the magnetic domain wall between two pinning points

磁化强度与可逆磁化强度  $M_{\text{rev}}$  和不可逆磁化强度  $M_{\text{irr}}$  之间的关系为

$$M = M_{\text{rev}} + M_{\text{irr}} \quad (19)$$

根据已有文献<sup>[16]</sup>,  $M_{\text{rev}}$  与  $M_{\text{irr}}$  及  $M_{\text{an}}$  之间的关系可表示为

$$M_{\text{rev}} = c(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) \quad (20)$$

式中,  $c$  为初始磁化率与初始无滞后磁化率的比值。

将式(20)等式两边分别对弹性能  $W$  微分, 则有

$$\frac{dM_{\text{rev}}}{dW} = c\left(\frac{dM_{\text{an}}}{dW} - \frac{dM_{\text{irr}}}{dW}\right) \quad (21)$$

假设不可逆磁化强度服从接近原理, 则有

$$\frac{dM_{\text{irr}}}{dW} = \frac{1}{\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) \quad (22)$$

式中,  $\xi$  为与单位体积能量有关的系数, 其值为 2 000。

将式(19)等式两边同时对弹性能  $W$  微分, 并联立式(21)、(22), 则有

$$\frac{dM}{dW} = c\left[\frac{dM_{\text{an}}}{dW} - \frac{dM_{\text{irr}}}{dW}\right] + \frac{1}{\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) \quad (23)$$

对式(18)等式两边同时微分, 则有

$$dW = \left(\frac{\sigma}{E}\right)d\sigma \quad (24)$$

将式(24)代入式(23)中, 则有

$$\frac{dM}{d\sigma} = c\left[\frac{d(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}})}{d\sigma}\right] + \frac{\sigma}{E\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) \quad (25)$$

此时就得到了恒定外磁场下铁磁材料的磁化强度  $M$  与应力  $\sigma$  的微分方程。

将式(22)代入式(25)则有

$$\frac{dM}{d\sigma} = \frac{\sigma(1-c)}{E\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) + c\frac{dM_{\text{an}}}{d\sigma} \quad (26)$$

联立式(19)和(20)可得

$$M_{\text{irr}} = \frac{M - cM_{\text{an}}}{1 - c} \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)可得

$$\begin{aligned} \frac{dM}{d\sigma} &= \frac{(1-c)\sigma}{E\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) + c\frac{dM_{\text{an}}}{d\sigma} = \\ &= \frac{\sigma}{E\xi}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}} - M_{\text{rev}}) + c\frac{dM_{\text{an}}}{d\sigma} \\ &= \frac{\sigma}{E\xi}(M_{\text{an}} - M) + c\frac{dM_{\text{an}}}{d\sigma} \end{aligned} \quad (28)$$

上式就是 Jiles-Atherton 理论模型的磁化强度  $M$  与应力  $\sigma$  的力磁耦合方程。由此可见, 磁化强度  $M$  的变化不仅与应力  $\sigma$  有关, 而且还与磁化强度到无滞后磁化强度的距离( $M - M_{\text{an}}$ )有关, 即与材料的初始磁化状态有关。

## 2 Jiles-Atherton 理论模型的不足

力磁耦合问题是磁记忆检测的核心问题, 但铁磁材料本质上存在磁滞非线性<sup>[17]</sup>。目前, 研究铁磁材料磁化现象的力磁耦合模型较多<sup>[18-19]</sup>。Jiles-Atherton 理论模型作为众多磁机械效应模型之一, 因其基于一阶微分方程, 具有物理意义明确, 模型参数较少以及稳定方便的优点受到了广泛的关注, 是较为完善的力磁效应模型。但是 Jiles-Atherton 理论模型在一些方面也存在局限性和不足<sup>[2]</sup>, 主要表现在以下 3 个方面:

(1) 相比于其他无损检测, 金属磁记忆检测的主要优势在于可对铁磁构件未产生宏观裂纹前的早期损伤进行诊断, 塑性变形正是其关注的核心问题。而该模型仅适用于弹性变形阶段, 无法对塑性变形引起的磁场变化进行分析;

(2) 铁磁材料在实际应用中的不同领域不可能仅受单向应力作用, 多数处于复杂应力作用。而该模型仅适用于单轴应力状态, 无法对复杂应力作用下引起的磁场变化进行分析;

(3) 铁磁材料在弹性载荷下会出现 3 种实验现象: 反转现象, 接近现象和非对称现象。Jiles-Atherton 理论模型能够成功地解释磁记忆检测实验中出现的反转和接近现象, 但是从名义上无法定量解释拉压应力下的非对称磁化行为。

## 3 Jiles-Atherton 理论模型的优化改进研究

针对上文提出的 J-A 理论模型的不足, 相关学者在此基础上进行了相应的优化改进研究。

(1) 针对 J-A 理论模型仅适用于弹性变形阶段, 不适用于塑性变形阶段的问题, 为了研究塑性变形对磁特性的影响, Wang 等<sup>[20]</sup> 在 J-A 模型的基础上, 考虑磁畴运动和位错钉扎对磁特性的影响, 认为在地磁场环境下塑性变形对磁特性的影响比强磁场环境下更为显著。冷建成<sup>[21]</sup> 基于 J-A 磁机械理论模型, 考虑了塑性变形阶段内部磁畴位错

对磁化的影响, 建立了铁磁材料磁化强度与塑性应变的理论模型, 并通过进行退磁后的光滑板件静载拉伸作用下的磁记忆检测试验, 验证了改进模型的正确性。李建伟<sup>[22]</sup>从考虑塑性变形对有效场和模型参数产生影响出发, 进行了塑性变形下磁化模型的建立, 并通过不同材质钢板件的拉伸试验对改进的模型进行验证, 发现模拟结果和试验结果具有较好的吻合性, 进一步验证了改进模型的正确性。时朋朋<sup>[23]</sup>基于热力学关系和不可逆磁化强度的接近原理, 提出了一种弹塑性力磁耦合本构模型, 数值模拟结果表明, 提出的非线性弹塑性力磁耦合本构模型能够准确描述铁磁材料的应力磁化行为。对比试验数据, 提出的本构模型能够准确定量描述外部磁场、弹性载荷以及塑性变形多因素共同作用下铁磁工件表面的磁记忆信号。

(2)针对 J-A 理论模型仅适用于单向应力状态, 不适用于复杂应力状态的问题, 国内外相关学者也做了大量的研究工作。俄罗斯学者 Kuleev<sup>[24]</sup>通过研究铁磁管在弹性和塑性弯曲作用下产生的磁化分布, 建立了应力磁化增量和应力函数之间的表达关系。Leng 等<sup>[25]</sup>基于 J-A 模型的接近原理, 对循环加载试验中出现的磁记忆信号逐渐趋于稳定给出了定性的解释, 并且分析了初始磁化状态对磁记忆信号的影响。Xu 等<sup>[26]</sup>在 J-A 理论模型的基础上分析了圆棒铁磁体的弯曲试验现象。笔者<sup>[27]</sup>进行了 Q235B 热轧工字型钢梁四点受弯下的磁记忆检测试验研究, 引入等效应力  $\sigma_{eq}$  对 J-A 模型进行修正, 修正后的模型能够很好地定性解释钢梁翼缘处的磁记忆信号梯度曲线变化情况, 能够较好地定量解释腹板处的磁记忆信号梯度曲线变化情况。

(3)针对 J-A 理论模型无法解释拉压应力下的非对称磁化现象, 学者们从不同的角度出发, 通过改进 J-A 模型来尝试解释实验中出现的这种现象。Li 等<sup>[28]</sup>对 J-A 模型进行改进, 改进后的模型能够较好地描述铁磁材料拉压应力下的非对称磁化行为。此外, Lo<sup>[29]</sup>和 Włodarski<sup>[30]</sup>研究了钉扎系数  $k$  与拉压应力之间的关系, 实验结果表明钉扎系数与应力呈线性相关, 认为钉扎系数是导致铁磁材料出现非对称磁化现象的重要因素。这对理论模型的建立是有利的。李建伟<sup>[22]</sup>在现有的 J-A 模型的基础上综合考虑应力退磁项, 钉扎系数, 磁畴耦合系数以及饱和磁滞伸缩系数, 提出改进的 J-A 理论模型, 该模型能够很好地解释拉压应力作用下的非对称磁化行为。

## 4 结论

对磁记忆效应经典的 Jiles-Atherton 理论模型

进行了系统性完整且详细的理论公式全过程推导, 并指出 Jiles-Atherton 理论模型存在的问题, 并探讨了基于 Jiles-Atherton 模型进行的优化改进研究。基于上述分析, 得出以下 3 点结论:

(1)金属磁记忆检测的物理机制仍比较模糊。而理论又是指导实践的重要手段。近年来, 关于磁记忆机理的研究众说纷纭, 但只能对某一实验现象进行解释, 并没有取得实质性的进展, 没有形成系统完善的理论体系;

(2)Jiles-Atherton 理论模型作为经典的力磁效应模型, 因其具有模型参数少, 物理意义明确, 使用方便等优点得到广泛关注, 但仅适用于弹性阶段下的单轴应力状态, 无法解释复杂应力状态下和塑性变形下铁磁材料的磁场变化。因此, 磁记忆检测的理论研究仍旧有很长的路要走;

(3)基于 Jiles-Atherton 理论模型研究不同材料、不同应力状态、不同受力阶段以及弹塑性临界点的力磁量化关系, 将是金属磁记忆检测理论研究的重要方向。

## 参考文献 References

- [1] 王威, 易术春, 苏三庆, 等. 金属磁记忆无损检测的研究现状和关键问题[J]. 中国公路学报, 2019, 32(9): 1-21.  
WANG Wei, YI Shuchun, SU Sanqing, et al. Research status and critical problems of metal magnetic memory testing[J]. China J. Highw. Transp., 2019, 32(9): 1-21.
- [2] 苏三庆, 刘馨为, 王威, 等. 金属磁记忆检测技术研究新进展与关键问题[J]. 工程科学学报, 2020, 42(12): 1557-1572.  
SU Sanqing, LIU Xinwei, WANG Wei, et al. Progress and key problems in the research on metal magnetic memory testing technology[J]. Chinese Journal of Engineering, 2020, 42(12): 1557-1572.
- [3] 周建庭, 张森华, 张洪. 磁测法在桥梁隐蔽病害检测中的研究进展[J]. 土木工程学报, 2021, 54(11): 1-10.  
ZHOU Jianting, ZHANG Senhua, ZHANG Hong. Research progress of magnetic-based methods in hidden bridge disease detection[J], China Civil Engineering Journal, 2021, 54(11): 1-10.
- [4] LIU Xinwei, SU Sanqing, WANG Wei, et al. Quantitative evaluation of corrosion defects on structural steel plates via metal magnetic memory method [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 2023, 34(5-6): 169-185.
- [5] LIU Xinwei, SU Sanqing, WANG Wei, et al. Quantitative method for evaluating corrosion defects and residual bearing capacity of bridge structural steel via MMM technique[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2024, 590: 171639.

- [6] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 1984, 17(6): 1265-1281.
- [7] JILES D C. Theory of the magnetomechanical effect [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 1995, 28 (8): 1537-1546.
- [8] KURUZAR M E, CALLITY B D. The magnetostriction of iron under tensile and compressive stress[J]. International Journal of Magnetism, 1971, 1(4): 323-325.
- [9] JILES D C, THOELKE J B, DEVINE M K. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1992, 28(1): 27-35.
- [10] LI Jianwei, XU Minqiang, LENG Jiancheng. Modeling plastic deformation effect on magnetization in ferromagnetic materials[J]. Journal of Applied Physics, 2012, 111(6): 063918.
- [11] JILES D C. Frequency dependence of hysteresis curves in conducting magnetic materials[J]. Journal of Applied Physics, 1994, 76(10): 5849-5855.
- [12] SABLICK M J, YONAMINE T, LANDGRAF F J G. Modeling plastic deformation effects in steel on hysteresis loops with the same maximum flux density[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40 (5): 3219-3226.
- [13] SULIGA M, BOROWIK L, CHWASTEK K. Estimation of the level of residual stress in wires with a magnetic method[J]. Archives of Metallurgy and Materials, 2015, 60(1): 409-413.
- [14] CRAIK D J, WOOD M J. Magnetization changes induced by stress in constant applied field[J]. Journal of Physics D: Applied physics, 1970, 3(7): 1009-1016.
- [15] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis [J]. Journal of Magnetization and Magnetics, 1986, 61(1): 48-60.
- [16] JILES D L, THOELKE J B, DEVINE M K. Numerical determination of theoretical parameters for modeling bulk magnetic hysteresis properties using the theory of ferromagnetic hysteresis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1992, 28(1): 27-35.
- [17] SHI Pengpeng, JIN Ke, ZHENG Xiaojing. A magnetomechanical model for the magnetic memory method [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 124-125: 229-241.
- [18] 苏三庆, 王威. 建筑钢结构磁记忆无损检测[M]. 北京: 科学出版社, 2019.  
SU Sanqing, WANG Wei. Magnetic memory non-destructive testing of building steel structures[M]. Beijing: Science Press, 2019.
- [19] 苏三庆, 秦彦龙, 王威, 等. 基于磁记忆的 Q235b 受弯钢梁力磁效应数值模拟[J]. 材料科学与工艺, 2020, 28(5): 11-21.  
SU Sanqing, QIN Yanlong, WANG Wei, et al. Numerical simulation of stress-magnetization effect for bending states of Q235b steel beam based on magnetic memory[J]. Materials Science and Technology, 2020, 28(5): 11-21.
- [20] WANG Zhengdao, DENG Bo, YAO Kai. Physical model of plastic deformation on magnetization in ferromagnetic materials[J]. Journal of Applied Physics, 2011, 109(8): 083928.
- [21] 冷建成. 基于磁记忆技术的铁磁性材料早期损伤诊断方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.  
LENG Jiancheng. Research on early damage diagnosis method of ferromagnetic materials based on magnetic memory testing technique[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [22] 李建伟. 弱磁场下铁磁材料磁机械效应的理论和实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.  
LI Jianwei. Studies on the magnetomechanical theory and experiment of ferromagnetic materials under weak magnetic field[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [23] 时朋朋. 微磁检测应力和塑性区的磁弹塑耦合理论[J]. 力学学报, 2021, 53(12): 3341-3353.  
SHI Pengpeng. Theoretical model of magneto-elasto-plastic coupling for micro-magnetic non-destructive testing method with stress concentration and plastic zone[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(12): 3341-3353.
- [24] KULEEV V G. Magnetization distribution over long ferromagnetic steel pipes in a weak external magnetic field under elastic and plastic bending[J]. Russian Journal of Nondestructive Testing, 2002, 38(6): 452-464.
- [25] LENG Jiancheng, XU Minqiang, XU Mingxiu, et al. Magnetic field variation induced by cyclic bending stress[J]. NDT & E International, 2009, 42 (5): 410-414.
- [26] XU Mingxiu, XU Minqiang, LI Jianwei, et al. Discussion on using Jiles-Atherton theory for characterizing magnetic memory effect[J]. Journal of Applied Physics, 2012, 112(9): 55-62.
- [27] SU Sanqing, YI Shuchun, WANG Wei, et al. Bending experimental study of structural steel beam on magnetic field gradient based on modified Jiles-Atherton model[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2017, 55(3): 409-421.
- [28] LI Jianwei, XU Minqiang. Modified Jiles-Atherton-Sablik model for asymmetry in magnetomechanical effect under tensile and compressive stress[J]. Journal of Applied Physics, 2011, 110(6): 063918.
- [29] LO C C H, LEE S J, LI L, et al. Modeling stress effects on magnetic hysteresis and Barkhausen emission using a hysteretic-stochastic model[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 38(5): 2418-2420.
- [30] WLODARSKI Z. The Jiles-Atherton model with variable pinning parameter[J]. IEEE transactions on magnetics, 2003, 39(4): 1990-1992.