

Hoek-Brown 强度准则的非圆形隧道塑性区半径预测

朱艳峰¹, 张雪松¹, 王和平²

(1. 广州番禺职业技术学院 建筑工程学院, 广东 广州 511483; 2. 广东工业大学 土木与交通工程学院, 广东 广州 51006)

摘要: 应用 Hoek-Brown 强度准则判断围岩塑性区具有很多优势, 但应用起来繁琐, 因此提出将 Hoek-Brown 强度准则的应变软化模型应用于隧道塑性区分析中, 推导得到非圆形隧道的塑性区半径表达式. 以重庆兴隆隧道为依托, 采取四种不同的等代圆方法计算塑性区半径, 并与现场声波探测结果得到的松动圈半径进行对比, 发现采用 Hoek-Brown 应变软化模型分析围岩塑性区时计算得到结果与现场实测结果最为接近, 验证了运用考虑应变软化的 Hoek-Brown 强度准则计算围岩塑性区半径的方法是可行的.

关键词: Hoek-Brown 强度准则; 等代圆; 应变软化模型; 声波探测; 围岩稳定性

中图分类号: O346

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2020)02-0200-07

Application of Hoek-Brown strength criterion in stability analysis of non-circular tunnel

ZHU Yanfeng¹, ZHANG Xuesong¹, WANG Heping²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guangzhou Panyu Polytechnic, Guangzhou 511483, China;

2. Faculty of Civil and Transportation Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 51006, China)

Abstract: Applying Hoek-Brown strength criterion to judge the plastic zone of surrounding rock has many advantages, but it is cumbersome to apply. Therefore, the strain softening model of Hoek-Brown strength criterion is applied to the analysis of tunnel plastic zone, and an expression the radius of plastic zone of non-circular tunnel is derived. Based on the Chongqing Xinglong Tunnel, four different equal-circle methods were used to calculate the radius of the plastic zone, and compared with the radius of the loose circle obtained by the on-site acoustic wave detection. It was found that the Hoek-Brown strain softening model was used to analyze the plastic zone of the surrounding rock. The obtained results are the closest to the field test results. It is feasible to calculate the radius of the plastic zone of the surrounding rock by using the Hoek-Brown strength criterion considering strain softening.

Key words: Hoek-Brown strength criterion; equivalent circle method; strain-softening model; ultrasonic testing; stability of surrounding rock

在弹塑性力学的理论中, 对围岩弹塑性的分析计算通常采用圆形断面进行简化; 但是在实际工程中, 许多隧道的形状都是非圆形, 因此对于非标准圆形断面形状的隧道的弹塑性就变得十分必要. 朱大勇等人基于复变函数提出了非圆形巷道的粘弹性解析解^[1]; 蔡晓鸿等人根据复变函数保角变换提出了二向不等围压和内压作用下椭圆形洞室的围岩应力计算方法^[2]; 非圆形隧道的弹塑性解答大多是都是基于复变函数进行计算的, 计算规则复杂, 不易应用. 同时在分析隧道周边围岩的稳定性时, 应用最多的是 Mohr-Coulomb 强度准则, 虽然其在土体计算时吻合较好, 但不能反映

岩体及岩石的非线性破坏特性, 而 Hoek-Brown 则可以描述岩体的非线性变形, 充分考虑岩体裂隙及结构面信息, 压力释放等因素, 在描述岩体的变形方面具有明显的优势. 虽然有部分学者采用 Hoek-Brown 强度准则^[3-6], 但都是基于圆形隧道断面来进行分析计算的, 几乎没有将 Hoek-Brown 准则应用于非圆形断面隧道的弹塑性解答的; 同时绝大部分专家学者在采取岩石的峰后应力-应变的本构关系时也都是基于理想弹塑性模型很少采用应变软化模型来进行分析计算, 而应变软化模型更能代表实际宏观观测的结果^[7-8]. 针对以上问题, 本文提出一种基于 Hoek-Brown 准则采用应变

收稿日期: 2019-07-28

修改稿日期: 2020-03-25

基金项目: 广东省教育厅科研平台和科研基金项目(2017GKTSCX046); 广东省教育厅科研平台和科研基金项目(2018GkQNCX063)

第一作者: 朱艳峰(1968—), 女, 博士, 副教授, 主要从事材料的力学性能研究. E-mail: 1969789047@qq.com

软化模型来对非圆形隧道断面进行弹塑性分析的简便计算方法,通过将非圆形隧道断面等效成圆形隧道断面,在 MATLAB 中编程来实现 Hoek-Brown 强度准则的应用;对比分析在采用外接圆圆心法,大小半径之和法以及当量半径法进行等代时计算得到的弹塑性解答与现场工程实际的弹塑性解答的吻合程度,得出在工程实际中应用 Hoek-Brown 强度准则计算围岩稳定性时的最佳等代方法。

1 考虑应变软化的 Hoek-Brown 准则的理论模型分析

Hoek-Brown 屈服准则由于其可以很好的反应岩石和岩体的非线性破坏特征以及结构面、应力状态对强度的影响,并且能够解释最大主应力和最小主应力对强度的影响,可延用到破碎岩体和各向异性岩体等情况,是为数不多的非线性准则之一,从而得到了广泛应用,但没有考虑应变软化区域的影响,与实际情况有偏差。本文基于 Hoek-Brown 准则的应变软化模型,推导圆形隧道塑性区半径的表达式,并应用于非圆形隧道。首先将模型简化为圆形断面,隧道初始应力场均匀分布。围岩发生屈服状态时满足 Hoek-Brown 准则:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

式中: σ_1 、 σ_3 为第一和第三主应力, σ_{ci} 为岩块的单轴抗压强度; m_b 、 s 、 a 均为材料参数,可以通过下面公式计算得出

$$\begin{cases} m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \\ s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \\ a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right) \end{cases} \quad (2)$$

其中: GSI 为地质强度指标; D 为扰动参数。应变软化模型的一个主要特点是失效准则和塑性势函数不仅取决于应力张量 σ_{ij} , 而且取决于软化参数 η ; 即失效准则方程里的各个参数不是一个定值,而是随着材料的变形阶段不同而变化的,是关于软化参数 η 的函数。

因此本文将失效准则定义为

$$f(\sigma_r, \sigma_\theta, \eta) = 0 \quad (3)$$

在弹性阶段, 软化参数 $\eta = 0$, 对应于弹性阶段失效准则 $f(\sigma_r, \sigma_\theta, 0) = 0$; 当进入软化阶段以后 ($0 < \eta < \eta^*$), 对应于软化阶段失效准则 $f(\sigma_r, \sigma_\theta,$

$\eta) = 0$; 进入残余阶段后 ($\eta > \eta^*$), 则对应残余阶段失效准则 $f(\sigma_r, \sigma_\theta, \eta^*) = 0$ 。软化参数 η^* 通过实验测定。采用极坐标形式的应变定义软化参数 η 为

$$\eta = \varepsilon_\theta^p - \varepsilon_r^p \quad (4)$$

应变变化材料的本构方程通过塑性增量理论得到, 而塑性增量理论可以通过塑性势函数得到, 定义塑性势函数为

$$g(\sigma_r, \sigma_\theta, \eta) = 0 \quad (5)$$

根据塑性增量理论

$$\varepsilon_r^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_r} \quad (6)$$

$$\varepsilon_\theta^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_\theta} \quad (7)$$

式中: $\dot{\lambda}$ 是一个未知的塑性乘数, 式(6)~(7)是塑性阶段的本构方程, 称为流动法则。目前在进行围岩弹塑性分析时认为岩体体积保持不变, 而岩体在变形时体积会增大, 产生扩容, 对于岩体的扩容的考虑主要通过采用相关联流动法则和将扩容通过剪胀角来体现的^[9], 因此本文采用相关联流动法则建立采用 Hoek-Brown 准则应变软化模型的塑性势函数:

$$\begin{aligned} g(\sigma_r, \sigma_\theta, \eta) &= f(\sigma_r, \sigma_\theta, \eta) \\ &= \sigma_\theta - \sigma_r - \sigma_{ci}(\eta) \left(m(\eta) \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}(\eta)} + s(\eta) \right)^{a(\eta)} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

其中: σ_θ 为环向应力; σ_r 为径向应力; σ_{ci} 为岩石单轴抗压强度; m 为量纲为一的材料常数, 用来反应岩石材料的软硬程度; s 反应岩体的破碎程度, 参数 a 用来调整失效包络曲线。在本文的所将建立的模型中, 需要获取的参数为弹性阶段的弹性模量 E 和泊松比 ν ; 软化阶段参数, 包括损伤模量 M 和剪胀角 ϕ 和残余阶段参数 η^* 。定义峰值参数 $\sigma_{cp}, s_p, a_p, m_p$, 残余参数 $\sigma_{cr}, s_r, a_r, m_r$, 其中损伤模量 M 根据岩体质量和侧限应力水平求得, 计算得到:

$$M = -\omega \cdot E \quad (9)$$

其中, ω 取决于峰值地质强度指标 GSI^{peak} 和侧限水平应力, 可有以下式计算得到

$$\begin{aligned} \text{当 } \frac{\sigma_3}{\sqrt{s_p \sigma_{ci}}} \geq 0.1 \text{ 时,} \\ \omega = [0.0046 e^{0.0768 GSI^{peak}}] \left(\frac{\sigma_3}{\sqrt{s_p \sigma_{ci}}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{当 } \frac{\sigma_3}{\sqrt{s_p \sigma_{ci}}} < 0.1 \text{ 时,} \\ \bar{\omega} = [0.0046 e^{0.078 GSI^{peak}}] \left(\frac{\sigma_3}{2 \sqrt{s_p \sigma_{ci}}} + 0.05 \right)^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

代和变换可求得塑性区半径 R_p 的表达式为

$$R_p = \frac{b}{\prod_{i=1}^n \frac{2\sigma_{ci}(\eta_{i-1}) \left(\frac{\sigma_{r(i)}}{\sigma_{ci}(\eta_{i-1})} + s(\eta_{i-1}) \right) + \Delta\sigma_r^{a(\eta)}}{2\sigma_{ci}(\eta_{i-1}) \left(m(\eta_{i-1}) \frac{\sigma_{r(i)}}{\sigma_{ci}(\eta_{i-1})} + s(\eta_{i-1}) \right) - \Delta\sigma_r^{a(\eta)}}} \quad (22)$$

对于平面应变问题, 对几何方程进行迭代消去位移变量得到

$$\frac{d\epsilon_\theta}{d\rho} + \frac{\epsilon_\theta - \epsilon_r}{\rho} = 0 \quad (23)$$

应变由弹性应变和塑性应变两部分组成, 将其表示为

$$\epsilon_\theta = \epsilon_\theta^p + \epsilon_\theta^e, \epsilon_r = \epsilon_r^p + \epsilon_r^e \quad (24)$$

将其 24 带入到 23 中得到

$$\frac{d\epsilon_\theta^p}{d\rho} + \frac{\epsilon_\theta^p - \epsilon_r^p}{\rho} = -\frac{d\epsilon_\theta^e}{d\rho} - \frac{\epsilon_\theta^e}{\rho} - \frac{\epsilon_r^e - \epsilon_r^p}{\rho} \quad (25)$$

经过推导计算可得第 i 个圆环与第 $i-1$ 个微元之间的应力表达和应变表达, 表达式如下:

应力场的表达式为

$$\begin{cases} \sigma_{r(i)} = \sigma_{r(i-1)} + \Delta\sigma_r \\ \sigma_{\theta(i)} = \sigma_{\theta(i-1)} + H(\sigma_{r(i)}, \eta_{(i-1)}) \end{cases} \quad (26)$$

$$\Delta\sigma_r = \frac{p_i - \sigma_R}{n} = \sigma_{r(i)} - \sigma_{r(i-1)} \quad (27)$$

$$H(\sigma_{r(i)}, \eta_{(i-1)}) = \sigma_{ci}(\eta) \left(m(\eta) \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}(\eta)} + s(\eta) \right)^{a(\eta)} \quad (28)$$

应变场的表达式为

$$\begin{cases} \epsilon_{r(i)} = \epsilon_{r(i)} + \Delta\epsilon_{r(i)} + \Delta\epsilon_{r(i)}^p \\ \epsilon_{\theta(i)} = \epsilon_{\theta(i)} + \Delta\epsilon_{\theta(i)} + \Delta\epsilon_{\theta(i)}^p \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \Delta\epsilon_{\theta(i)}^p = -\frac{\Delta\epsilon_{\theta(i)}^e}{\Delta\rho_{(i)}} - \frac{1+\nu}{E} \frac{H(\sigma_{r(i)}, \eta_{(i-1)})}{\rho_{(i)}} - \frac{1}{\rho_{(i)}} (\epsilon_{\theta(i-1)}^p - \epsilon_{r(i-1)}^p) \\ \Delta\epsilon_{r(i)}^p = -k_{(i-1)} \Delta\epsilon_{\theta(i)}^p \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \Delta\epsilon_{\theta(i)}^e = \frac{1+\nu}{E} [-\nu\Delta\sigma_{r(i)} + (1-\nu)\Delta\sigma_{\theta(i)}] \\ \Delta\epsilon_{r(i)}^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\Delta\sigma_{r(i)} - \nu\Delta\sigma_{\theta(i)}] \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{r(i)} = \sigma_{r(i)} - \sigma_{r(i-1)} \\ \Delta\sigma_{\theta(i)} = \sigma_{\theta(i)} - \sigma_{\theta(i-1)} \end{cases} \quad (32)$$

$$k(\sigma_r, \eta) = \frac{1 + m(\eta) \cdot a(\eta) \cdot \left[m(\eta) \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}(\eta)} + s(\eta) \right]^{a(\eta)-1}}{1 + m(\eta) \cdot a(\eta) \cdot \left[m(\eta) \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}(\eta)} + s(\eta) \right]^{a(\eta)-1}} \quad (33)$$

$\Delta\epsilon_{\theta(i)}^p$ 、 $\Delta\epsilon_{r(i)}^p$ 、 $\Delta\epsilon_{\theta(i)}^e$ 、 $\Delta\epsilon_{r(i)}^e$ 分别为塑性应变增量和弹性应变增量, E 为弹性模量, ν 为泊松比, $\Delta\rho$ 为相邻两个微元的半径差。

经过 n 次迭代循环, 即可求出弹塑性区域内的应力场和应变场, 同时位移场也可由下列方程迭代求得:

$$u = \epsilon_\theta \cdot \rho \quad (34)$$

将上述表达式在, MATLAB 环境下编程求解即可得到具体的应力应变及位移。

3 改进 Hoek-Brown 模型在非圆形断面隧道中的应用

非圆形断面的弹塑性解答一般是通过等价圆的方式来实现的, 目前常用的方法是几何等代法, 也就是将非圆形断面的计算半径等代为圆形断面的应力计算半径, 并带入到圆形隧道的弹塑性解答的表达式中, 从而得到非圆形隧道围岩塑性区的表达式。几何等代法又包括外接圆等代法、取大小半径和的一半等代、取高度和跨度之和的四分之一等代, 以及当量等代法。本文选取当量半径等代、取高度跨度之和的四分之一等代、朱合华^[1]等人采用方法及外接圆等代法将实际工程项目进行等代计算其塑性区半径, 并与实际工程数据进行对比分析。

3.1 工程概况

兴隆隧道进洞位于重庆市渝北区木耳镇良桥村, 出洞位于重庆市渝北区木耳镇金岗村农业开发园区内, 为双向四车道高速公路隧道, 左线隧道全长 2 553 m, 主洞为三心圆曲墙结构, 净高 7.05 m, 净宽 10.66 m, 内净空面积 64.28 m²。工程区出露岩性为侏罗系中流上沙溪组砂岩, 隧道断面示意图如图 2 所示。本次计算断面所处位置为 IV 级围岩, 主要为中风化砂岩, 岩体较完整, 岩体完整性系数 $K_v = 0.62$, 风化系数 $K_f = 0.7$, 岩体弹性模量为 5 882.8 MPa, 泊松比 0.17, 原岩应力 22.03 MPa, 软化系数临界值 $\eta^* = 8 \times 10^{-3}$, 开挖后采用系统锚杆支护并挂设钢筋网, 产生的支护压力经等效计算^[10], 取 $p_i = 4.8$ MPa, $\sigma_{cp} = 29.6$ MPa, $\sigma_{cr} = 23.3$ MPa 围岩基本质量指标修正值 $[BQ] = 318$, 根据文献^[11]查表计算可得 $GSI^{peak} = 52$, $m_i = 22$, $D = 0.23$ 根据 Hoek-Brown 强度准则计算得到峰值参数及残余参数如下, $m_p = 3.17$, $m_r = 1.41$, $s_p = 3.10 \times 10^{-3}$, $a_p = 0.6$, $s_r = 1.6 \times 10^{-3}$, $a_r = 0.505$ 。

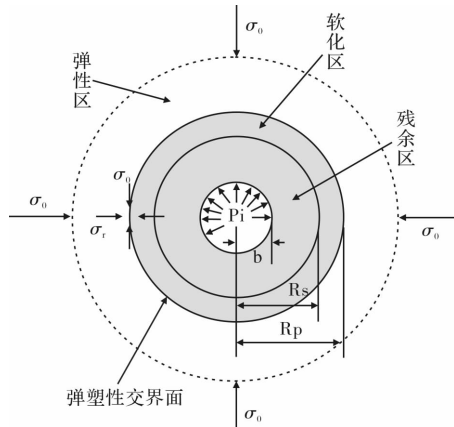


图 3 兴隆隧道断面示意图

Fig. 3 Section diagram of Xinglong tunnel

3.2 等代圆半径计算

采用当量半径计算时当量半径 r_0 的计算公式为^[12]

$$r_0 = k / \sqrt{s/\pi} \quad (35)$$

其中: k 为隧道断面形状修正系数, s 为面积.

朱合华等人所采用的方法计算公式为^[9]

$$r_0 = \left[\left(\frac{B}{2} \right)^2 + h^2 \right] / 2h \quad (36)$$

其中: B 为隧道的跨度, h 为隧道高度.

采用不同方法计算得等代圆半径^[13-14]见表 1.

表 1 不同方法的等代圆半径

Tab. 1 Equal generation circle radii of different methods

方法	半径/m
外接圆圆心法	5.45
当量半径法	4.794
高度和跨度的四分之一算法	4.428
朱合华等人计算方法	5.539 8

3.3 计算结果验证分析

将上述四种方法所得的半径及工程参数输入 MATLAB 自编程序中计算得到围岩塑性区半径结果见表 2.

表 2 不同方法下塑性区范围

Tab. 2 Plastic zone range under different methods

计算半径	塑性区半径	塑性区范围
5.54	7.074	1.534
5.45	6.959	1.509
4.794	6.121	1.327
4.428	5.654	1.226

根据现场声波探测得到现场声波示意图见图 4, 从图 4 种可以看出围岩松动圈半径为从孔口至孔深 1.7 m 处. 在 0~1.7 m 声波波速随着孔深的增加而增大, 随后在固定值上下波动, 变化幅度减小, 并逐渐趋于平缓, 此时认定围岩处于未扰动状态下^[15].

根据声波探测我们可以得到隧道围岩的松动圈范围, 但还不能得到塑性区半径, 因此通过公式 (37), (38) 将松动圈半径转化为塑性区半径.

$$R = \left(\frac{1}{1+3\alpha} \right) \frac{1-3\alpha R_p}{6\alpha} \quad (37)$$

$$\alpha = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} \sqrt{3}} \quad (38)$$

其中: φ 为内摩擦角, R_p 为隧道塑性区半径, R 为隧道松动圈半径. 通过计算可得围岩塑性区半径为 1.401 m, 与外接圆圆心法计算得到的计算结果偏差 7.7%, 与当量半径法计算结果偏差 5.3%, 与高度和跨度的四分之一算法偏差 12.49%, 与朱合华等人的计算结果相差 9.5%, 由此可见, 当隧道为多心圆时选择当量半径法等效计算时得到的塑性区半径与现场实测塑性区半径差距最小, 由此可见, 在采用 Hoek-Brown 强度准则计算塑性区半径时, 选取当量半径法将多心圆隧道等效成圆形隧道塑性解答时准确率最高, 外接圆圆心法次之, 朱合华等人及高度与跨度的四分之一法较差.

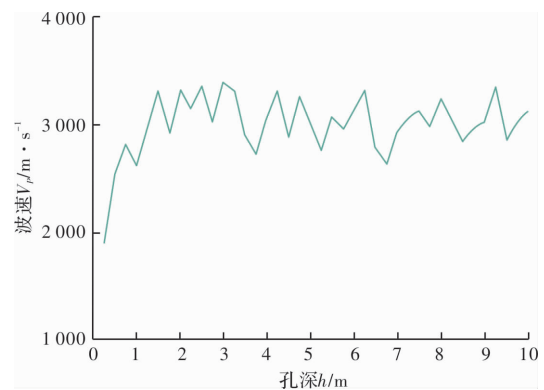


图 4 监测断面波速与孔深关系图

Fig. 4 Relationship between wave velocity in monitoring section and hole depth

由于修正后的模型考虑了岩石材料应变软化, 且应变软化对于围岩稳定性有着重要影响, 因此根据自编程序计算得到不同计算方法下隧道围岩的残余区半径及径向位移, 来分析围岩软化区域的大小, 计算结果见表 3, 将表中数据绘制成图, 从图 5 中可以看出在选取不同的方法计算时得到的软化区域的范围差距较大, 软化区域范围竟相差 20.23%之多, 本文采用应变软化模型可以很

好的反应材料参数随变形阶段不同而发生变化, 而软化特性对于描绘岩体塑性变形具有重大影响, 因此不可忽略, 选取合适的等代圆计算方法对于分析围岩的应力应变及位移有很大的影响。

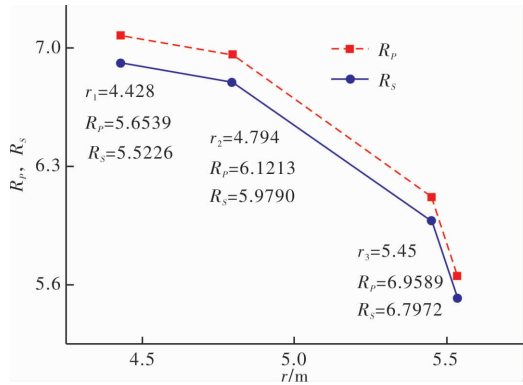


图 5 不同方法下软化区域变化示意图

Fig. 5 Schematic diagram of softening zone changes under different methods

表 3 软化范围计算表

Tab. 3 Calculation of softening zone range

计算方法	塑性区半径	残余半径	软化区域范围
5.54	7.074	6.909 4	0.164 6
5.45	6.958 9	6.797 2	0.161 7
4.794	6.121 3	5.979 0	0.142 3
4.428	5.653 9	5.522 6	0.131 3

计算得到的径向位移变化图见图 6, 从图 6 可以看出, 不同等代方法下, 径向位移计算结果在前期差别较大, 在后期都逐渐趋于 0, 外接圆半径法计算得到的位移最大, 应用这种方法进行设计会偏于保守, 当量半径法计算得到的位移变化图居中, 可以达到比较好的计算精度和工程要求。

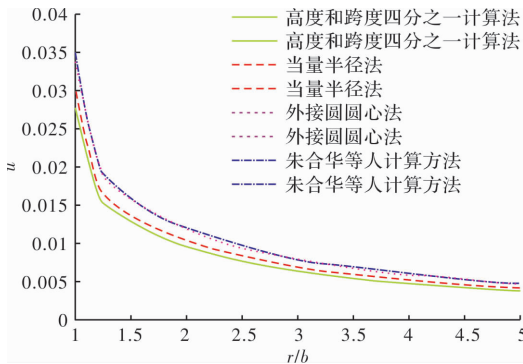


图 6 不同方法径向位移变化图

Fig. 6 Radial displacement variation of different methods

4 结论

(1) 本文采用考虑应变软化特性的 Hoek-Brown 强度准则, 在相关关联流动法则下推导得出了圆形隧道应力场、应变场及塑性区半径的表达式, 实现 Hoek-Brown 在实际工程中的简便应用, 充分考虑了因塑性而引起的岩体的扩容、岩体的结构面信息及扰动情况, 使计算结果更加接近围岩的实际变形。

(2) 以重庆兴隆隧道为依托结合现场声波测试结果得到围岩松动圈范围, 并通过公式等效计算围岩塑性区范围, 通过 MATLAB 自编程分析在选取不同等代圆计算方法下计算得到的塑性区半径及塑性区范围发现, 当隧道形状为多心圆时, 应用 Hoek-Brown 准则分析其塑性区范围时, 选取当量半径法分析得到的结果与现场实测结果相差最为接近, 误差在 5.3% 左右。

(3) 通过计算在不同等代方法下隧道围岩的位移及软化区域发现, 采用外接圆法计算的得到的位移最大, 采用高度和跨度的四分之一的等效方法计算得到的位移最小, 而采取当量半径法计算得到的位移居中, 同时发现计算半径选取的越大计算得到的软化区域范围越小, 半径越小, 岩体的软化特性越明显。

参考文献 References

[1] 朱大勇, 钱七虎, 周早生, 等. 复杂形状洞室围岩应力弹性解析分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999(4): 34-36.
ZHU Dayong, QIAN Qihu, ZHOU Zaosheng, et al. Analytical analysis of stress elasticity of surrounding rock of complex shape cave [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999 (4): 34-36.

[2] 蔡晓鸿, 蔡勇斌, 蔡勇平, 等. 二向不等围压和内压作用下椭圆形洞室的计算[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 4(3): 444-459.
CAI Xiaohong, CAI Yongbin, CAI Yongping, et al. Calculation of elliptical cavern under two-way unequal confining pressure and internal pressure [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 444-459.

[3] 孙闯, 张向东, 刘家顺. 基于 Hoek-Brown 强度准则的应变软化模型在隧道工程中的应用[J]. 岩土力学, 2013(34): 2954-2960.
SUN Chuang, ZHANG Xiangdong, LIU Jiashun. Application of strain softening model based on Hoek-Brown strength criterion in tunnel engineering [J].

- Rock and Soil Mechanics, 2013(34): 2954-2960.
- [4] 李守龙, 李宗利, 黄高峰. Hoek-Brown 强度准则在隧道岩体稳定分析中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2014, 31(5): 43-46.
LI Shoulong, LI Zongli, HUANG Gaofeng. Application of Hoek-Brown strength criterion in rock mass stability analysis of tunnels [J]. Bulletin of the Yangtze River Academy of Sciences, 2014, 31 (5): 43-46.
- [5] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Determination of residual strength parameters of jointed rock masses using the GSI system[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(2): 247-265.
- [6] SØRENSEN E S, CLAUSEN J, DAMKILDE L. Finite element implementation of the Hoek-Brown material model with general strain softening behavior[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2015, 78: 163-174.
- [7] 刘冬桥, 王焯, 张晓云. 岩石应变软化特性和损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(10): 2901-2908.
LIU Dongqiao, WANG Yan, ZHANG Xiaoyun. Research on rock strain softening characteristics and damage constitutive model [J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(10): 2901-2908.
- [8] 韩建新. 基于应变软化模型的岩土峰后变形特性和隧道结构稳定性研究[D]. 济南: 山东大学, 2012.
Han Jianxin. Post-peak deformation characteristics and tunnel of rock and soil based on strain softening model-Study on the Stability of Tunnel Structure [D]. Jinan: Shandong University, 2012.
- [9] 黄锋, 朱合华, 李秋实, 等. 隧道围岩松动圈的现场测试与理论分析[J]. 岩土力学, 2016, 37(S1): 145-150.
HUANG Feng, ZHU Hehua, LI Qiushi, et al. Field test and theoretical analysis of the loose zone of the surrounding rock of the tunnel [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37 (51): 145-150.
- [10] 申艳军, 徐光黎, 张璐, 等. 基于 Hoek-Brown 准则的开挖扰动引起围岩变形特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(7): 1355-1362.
SHEN Yanjun, XU Guangli, ZHANG Lu, et al. Research on deformation characteristics of surrounding rock caused by excavation disturbance based on Hoek-Brown rule [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29 (7): 1355-1362.
- [11] 王可意, 徐东强. 量化 GSI 在估计岩体力学参数中的应用研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2016, 13(11): 2168-2173.
WANG Keyi, XU Dongqiang. Application of quantitative GSI in estimating mechanical parameters of rock mass [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2016, 13 (11): 2168-2173.
- [12] 苏永华, 张盼凤, 肖旺. 剪胀围岩隧道开挖影响曲线的等价圆近似法[J]. 岩土工程学报, 2015, 37 (S1): 31-35.
SU Yonghua, ZHANG Panfeng, XIAO Wang. Equivalent circle approximation method for influence curve of excavation of dilatant surrounding rock tunnel [J] Geotechnical Engineering Journal, 2015, 37 (81): 31-35.
- [13] 纪维伟, 楼晓明, 陈鹏辉. 非圆形断面围岩应力计算的几何等代法[J]. 现代矿业, 2013(11): 25-33.
Ji Weiwei, Lou Xiaoming, Chen Penghui. Geometric equivalent method for stress calculation of non-circular section surrounding rock [J]. Modern Mining, 2013 (11): 25-33.
- [14] 纪维伟, 楼晓明, 陈鹏辉. 非圆形断面围岩应力的工程计算及分析[J]. 地下空间与工程学报, 2016, 12(4): 880-889.
JI Weiwei, LOU Xiaoming, CHEN Penghui. Engineering calculation and analysis of stress of non-circular section surrounding rock [J] Journal of Underground Space and Engineering, 2016, 12 (4): 880-889.
- [15] 程立. 声波测试在某引水隧洞围岩松弛测试中的应用[J]. 勘察科学技术, 2015(1): 59-61.
CHENG Li. Application of acoustic wave test in surrounding rock relaxation test of a water diversion tunnel [J]. Science and Technology of Investigation and Surveying, 2015(1): 59-61.

(编辑 桂智刚)