

基于表观弹性模量变化规律的类岩石材料 滞回环形态分类及预测研究

刘 杰^{1,2}, 谢晓康^{1,2}, 高素芳³, 杨渝南^{1,2}, 兰 俊^{1,2}, 王 飞^{1,2}

(1. 三峡大学 湖北省地质灾害防治工程技术中心, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡大学 三峡库区地质灾害教育部重点实验室,
湖北 宜昌 443002; 3. 北京市勘察设计院有限公司, 北京 100038)

摘要: 基于 RMT-150C 岩石力学试验系统, 研究循环载荷下砂岩的力学响应, 基于提出的 $E(t) = af(t) + b$ 关系式, 根据加载段表观弹性模量的变化规律, 将非瞬时加载的滞回环形态分为持续增大、持续减小和先增后减三种形态. 指出表观弹性模量的变化是由试样内部微裂隙、微孔洞的压密系数 a_1 和滑移展开数 a_2 两种因素共同作用的结果, 并结合公式中 $a = a_1 + a_2$ 值的正负变化分析三种形态滞回环产生机理. 根据公式中 a 值和 b 值随峰值、加载频率和围压变化存在的规律, 可由两个及以上已知滞回环完成对其它任意滞回环的预测, 并给出了详细的计算公式及流程, 同时对每种不同滞回环的实例进行机理分析. 试验证明, 本预测方法适用于不同峰值(64~112 kN)、不同加载速率(0.2~20 kN/s)与围压(0~20 MPa)条件下三种不同形态滞回环.

关键词: 循环加卸载; 表观弹性模量; 滞回环形态分类; 滞回环预测

中图分类号: TU 443

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2020)04-0485-10

Study on classifications and prediction of rock hysteresis loop based on apparent elastic modulus change law

LIU Jie^{1,2}, XIE Xiaokang^{1,2}, GAO Sufang³, YANG Yunan^{1,2}, LAN Jun^{1,2}, WANG Fei^{1,2}

(1. Engineering Technology Center for Geological Disaster Prevention of Hubei Province, China Three Gorges University, Hubei Yichang 443002, China; 2. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area, Ministry of Education, China Three Gorges University, Hubei Yichang 443002, China; 3. BGI Engineering Consultants Ltd., Beijing 100038, China)

Abstract: Based on the RMT-150C rock mechanics test system, the mechanical response of sandstone samples under cyclic loading was studied. Based on the proposed $E(t) = af(t) + b$ relation, and according to the change law of apparent elastic modulus of the loading section, the hysteretic loop forms under non-instantaneous loading were divided into three forms: continuous increased, continuously decreased, and first increase and then decrease. It is pointed out that the change of the apparent modulus of elasticity is the result of the joint action of the micro-crack inside the sample, the compression density coefficient a_1 of the micro-hole and the slip expansion number a_2 . In combination with the positive and negative change of $a = a_1 + a_2$ value in the formula, the mechanism of the three forms of hysteresis loop is analyzed. According to the change law of A value and B value in the formula with the change of peak value, loading frequency and confining pressure, two or more known hysteresis loops can be used to predict any other hysteresis loops, and the detailed calculation formula and process are given. Meanwhile, the mechanism analysis of each different hysteresis loop is carried out. The test results show that the prediction method is applicable to three types of hysteresis loops with different peak values (64~112 kN), loading rates (0.2~20 kN/s) and confining pressures (0~20 MPa).

Key words: cyclic loading and unloading; apparent elastic modulus; classification of hysteresis loops; prediction of hysteresis loops

类岩石材料力学发展的趋势是如何比较正确地、健全地认识岩石的力学属性和变形性状, 以

收稿日期: 2019-06-26

修改稿日期: 2020-07-09

基金项目: 湖北长江三峡滑坡国家野外科学观测研究站开放基金资助项目(2018KTL08); 长江科学院开放研究基金资助项目(CK-WV2016377/KY); 三峡大学硕士学位论文培优基金资助项目(2020SSPY021)

第一作者: 刘杰(1979—), 男, 博士, 教授, 博导, 主要从事岩土边坡工程及卸荷岩体力学研究. E-mail: liujiea@126.com

通讯作者: 高素芳(1994—), 女, 硕士, 主要从事环境岩土工程勘察. E-mail: gaosusu@126.com

及如何比较正确地把握住岩石在各种载荷作用和各种因素影响下的动静态力学响应。而类岩石的滞后行为就是其非线性响应中的一种常见现象。比如,由类岩石缺陷(裂隙、微结构和颗粒接触面等)引起的在应力-应变关系测量中偏离胡克定律的非线性弹性滞后行为就是普遍存在的;应力与轴向应变或径向应变之间存在着滞后,轴向应变与横向应变之间也存在滞后^[1]。

针对此,国内外学者进行了大量研究。1994年,McCall K R 等^[2]将由不同成分组成的非均匀材料模型的宏观弹性性质与许多细观的滞回弹性单元联系起来,基于滞后细观特性弹性单元的假设,讨论了准静态应力-应变状态方程。1998年,Tutuncu A N 等^[3-4]在 4 种饱和液体饱和的 Berea 砂岩中观测到应力-轴向应变曲线较大的滞回圈,并探讨了在沉积的颗粒状岩石中衰减的机制。席道瑛等^[5]研究发现椭圆取向与动态弹性模量有关,这种滞后称之为动滞后,是滞弹性体衰减的特征,且衰减依赖于滞后程度的大小。尤明庆等^[6]提出弹性阶段的平均变形模量可以表示材料的变形性质,与应力状态和加载历史无关。陈运平等^[7-9]指出加载阶段应变的相位可能超前、并行或落后于应力的相位,在卸载阶段应变总是落后于应力的相位。席道瑛^[10]通过实验得知,在加卸载阶段弹性模量随应变变化趋势各不相同,导致瞬时弹性模量与应变成不对称蝴蝶结形。许江、王鸿等^[11-14]分析了不同加载速率、不同载荷水平和不同水饱和度下细砂岩加卸载曲线的二次拟合参数,滞回环的面积及周长的变化规律。刘建锋等^[15]针对泥质粉砂岩进行单轴多级循环加卸载试验,结果表明,动应变相位始终滞后于动应力相位,滞回环在荷载反转处并非椭圆形而是尖叶状。陈运平和王思敬^[16]同时指出,当应变振幅超过临界值(约为 10^{-6})时,由于微塑性的存在,滞回环将产生畸变,不是标准的椭圆形。邓华锋等^[17]研究发现:应力-应变滞回圈的形态与加卸载的频率和幅值有关,频率越大则越饱满,幅值越大则越长。

从国内外的研究可以看到,对于滞回环形状存在一定的争议,研究学者大多集中于对滞回曲线形状、面积等整体特征的研究,鲜有对滞回环曲线分类并对其变化机理进行研究,从毫秒级应力变形断面对滞回环形成机理规律进行系统深入分析的文献鲜见。

针对此,提出表观弹性模量 $E(t) = af(t) + b$

的概念,表观弹性模量与切线模量定义相同,由于加卸载中 $E(t)$ 的变化在应力速率和应变速率不同步区域并不能真实反映岩样的切线模量变化特征,因此可通过分析滞回环形态所反应的表观弹性模量的变化,将滞回环形态进行分类,并对滞回环形态的产生机理进行分析。

1 循环加卸载下表观弹性模量分析

1.1 表观弹性模量

1.1.1 表观弹性模量的定义

基于 RMT-150C 岩石力学试验系统(如图 1 所示),进行循环加卸载试验,该体统进行单轴、三轴、拉伸和剪切等试验,可采用位移控制、行程控制和荷载控制三种控制方式。根据该系统进行相关试验以后所测得的原始数据我们定义相邻两测点间连线的斜率作为表观弹性模量 $E(t)$,即

$$\Delta\sigma/\Delta\epsilon = E(t) \quad (1)$$

式中: $\Delta\sigma$ 为该段的应力差值; $\Delta\epsilon$ 为该段的应变差值; t 为该连线的起点时刻。



图 1 RMT-150C 岩石力学试验系统

Fig. 1 RMT-150C Rock mechanics test system

根据前期试验得到峰值为 96 kN 下砂岩(如图 2 所示)在不同波形与 0.1 Hz 加载频率下,表观弹性模量随时间的变化关系图。

分析图 2 得出:砂岩表观弹性模量在加载过程中逐渐增大,卸载过程中逐渐减小,这种规律在不同波形和频率下都有相同表现,且其应力应变图与之形状大致相同。可见,表观弹性模量与荷载或位移的变化存在一定的联系,结合作者前期研究提出式(2)~(3),即

$$E(t) = af(t) + b \quad (2)$$

$$a = dE(t)/df(t) \quad (3)$$

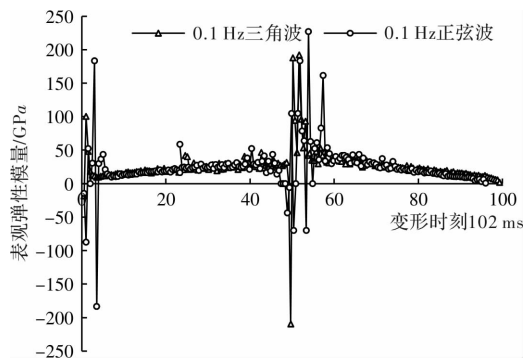


图2 砂岩加载 0.1 Hz 频率不同波形下 $E(t)$ 随时间变化关系

Fig. 2 Relationship between $E(t)$ and time variation of loads 0.1 Hz frequency

式中: a 表征加载力峰值增大时岩样被压密的程度, a 值为正值时抗变形能力强, 反之则弱, 从而表观弹性模量反映了砂岩的抗变形能力; 拟合系数 b 表示 $f(t) = 0$ 时岩样轴向抵抗变形的能力, 即轴向此时的切线模量。

1.2 滞回环形态分类及形态分析

1.2.1 分类标准

滞回环卸载段表观弹性模量均减小, 不能作为形态区分的依据。除瞬时加载条件外(如图3方波加载条件下砂岩滞回环), 根据加载段表观弹性模量变化趋势, 将滞回环形态分为Ⅰ型: 持续增大、Ⅱ型: 持续减小和Ⅲ型: 先增后减三种形态, 由此提出用表观弹性模量变化对滞回环形态分类的方法。

1.2.2 不同形态的形成机理

单轴循环加载过程中, 表观弹性模量的变化来源于试样内部裂隙和孔洞的压密和滑移两种作用: 循环加载过程中, 试样内部的微裂隙和微孔洞逐渐压密, 试样的抗变形能力增强; 循环加载的过程中, 试样内部的裂隙开展滑移错动, 试样

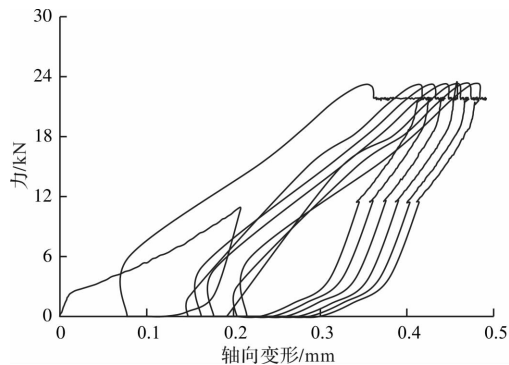
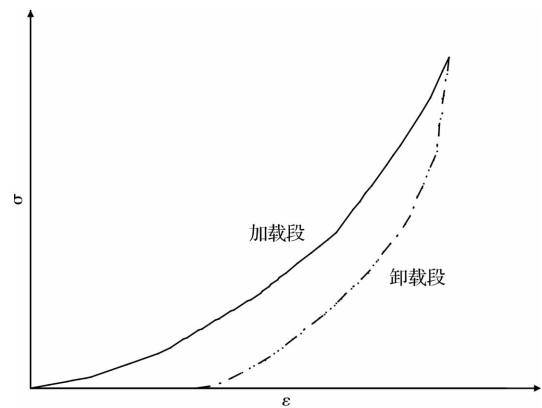
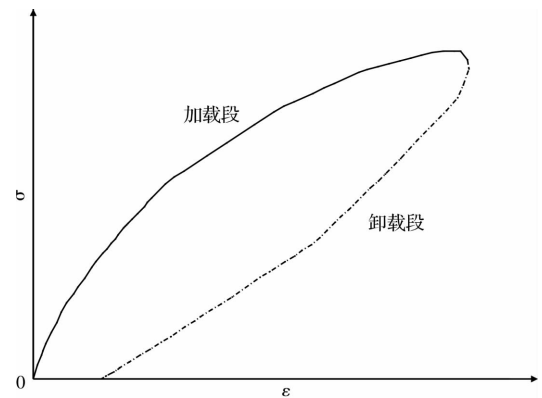


图3 强风化砂岩 22 kN 峰值循环载荷下滞回环图

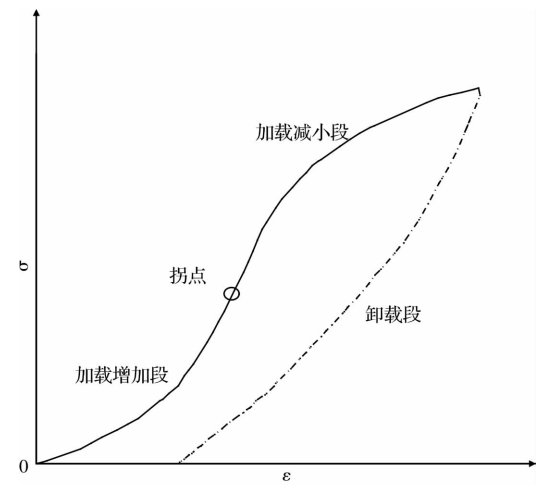
Fig. 3 Hysteresis loop diagram of strongly weathered sandstone under 22 kN peak cyclic load



(a) I型: 切线模量持续增大



(b) II型: 切线模量持续减小



(c) III型: 切线模量先增后减

图4 三种滞回环形态

Fig. 4 Three hysteresis loops

抗变形能力减弱。

由 $E(t) = af(t) + b$ 知, 若 $a > 0$, 则 $E(t)$ 持续增加, 若 $a < 0$, 则 $E(t)$ 持续减小。而实际加载过程中 $E(t)$ 的变化由试样内部裂隙和孔洞的压密和滑移两种作用共同产生, 即 $a = a_1 + a_2$, 其中试样内部裂隙孔洞的压密作用下 $a_1 > 0$, 试样内部微裂隙的滑移错动作用下 $a_2 < 0$, 可分为下面三种情况;

①当 $|a_1| > |a_2|$, 即压密作用较滑移错动作用更明显时, $a = a_1 + a_2 > 0$, 表现为表观弹性模

量持续增大,如图4(a)所示;②当 $|a_1| < |a_2|$, $a = a_1 + a_2 < 0$,表现为表观弹性模量持续减小,如图4(b)所示;③若加载过程中,试样内部微裂隙和孔洞逐渐压密,抗变形能力增强,则 $a = a_1 + a_2 > 0$,加载至一定程度时,内部微裂隙和孔洞滑移错动,试样抗变形能力变弱,则 $a = a_1 + a_2 < 0$,表观弹性模量先增后减,如图4(c)所示。

1.2.3 几种不同形态的实例

(1) I型:表观弹性模量持续增大(如图5所示)

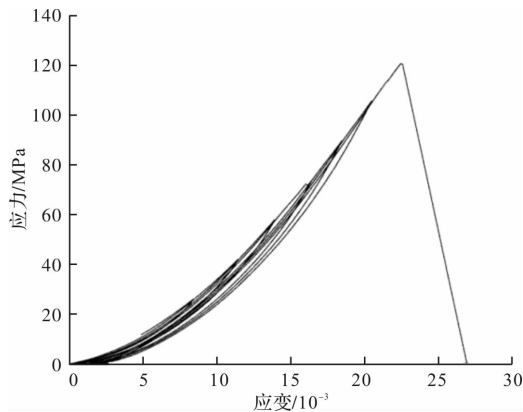


图5 I型:花岗岩试件循环加卸载下试件的应力-应变图^[18]

Fig. 5 Type I: Stress-strain diagram of specimen under cyclic loading and unloading of granite specimen^[18]

图5为花岗岩标准试样用SANS电液伺服材料试验机进行单轴压缩试验。由于花岗岩本身抗压强度大,受荷载作用下微观结构的缺陷引起的材料或结构的劣化作用较小,而微裂隙和微孔洞被不断压密的作用更显著,符合上述情况①。

(2) II型:表观弹性模量持续减小(如图6所示)

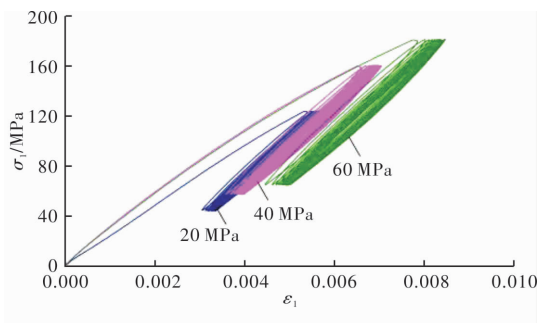


图6 II型:三峡库区重庆段砂岩^[19]

Fig. 6 Type II: Chongqing section sandstone of the three gorges reservoir area^[19]

砂岩在单轴循环加卸载过程中,试样内部同时存在微裂隙和微孔洞逐渐压密以及裂隙开展滑移错动两种作用,然而试样内部不断有微裂隙发

生错动滑移,其作用强于微裂隙和孔洞的压密,因此表现为滞回环中表观弹性模量逐渐减小。符合上述情况②。

(3) III型:表观弹性模量先增后减(如图7所示)

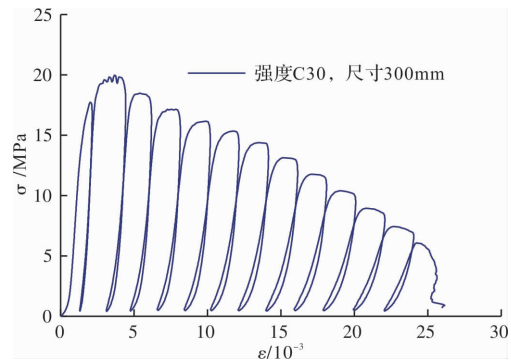


图7 III型:C30混凝土循环加卸载应力应变曲线

Fig. 7 Type III: Stress-strain curve of C30 concrete cyclic loading and unloading

图7是基于三峡大学和长春朝阳试验仪器有限公司联合研制的10 MN微机控制电液伺服大型多功能动静力三轴仪,型号TAZW-10000的试验机进行混凝土循环加卸载试验。根据上述试验曲线可明显看出峰后段表观弹性模量先增后减的趋势,可将加载段分为持续增加段和持续减小段两部分,在持续增加段,试样内部的微裂隙和孔洞的压密作用强于微裂隙和孔洞的滑移错动作用,表现为抗变形能力增强,持续加载到一定程度,试样内部的微裂隙和孔洞的压密作用逐渐减弱,而滑移错动作用逐渐增强,试样抗变形能力由强转弱,符合上述情况③。

2 三种滞回环形态曲线预测研究

2.1 预测流程及预测公式

2.1.1 预测流程

针对岩石在不同情况下(不同峰值强度、不同加载速率及不同围压)循环加卸载在一定范围内应力应变曲线的预测,具体步骤如图8所示。

图8中, $E(t)$ 为表观弹性模量, $f(t)$ 为即时轴向荷载, $l(t)$ 为即时轴向长度, a 为一次项系数, b 为常数项系数。 i 为循环次数, $\Delta\epsilon_n$ 为第 n 次循环应变增值, $\Delta\sigma_n$ 为第 n 次循环应力增值, σ_n 为第 n 次循环应力值, σ_0 为初始应力值, ϵ_n 为第 n 次循环应变值, ϵ_0 为初始应变值。

根据 $E(t) = af(t) + b$ 对已知循环曲线 a 、 b 值进行统计,得出 a 、 b 随峰值、加载速率与围压的变化规律,推导出未知曲线的 a 、 b 值,反推 $E(t)$ 随时

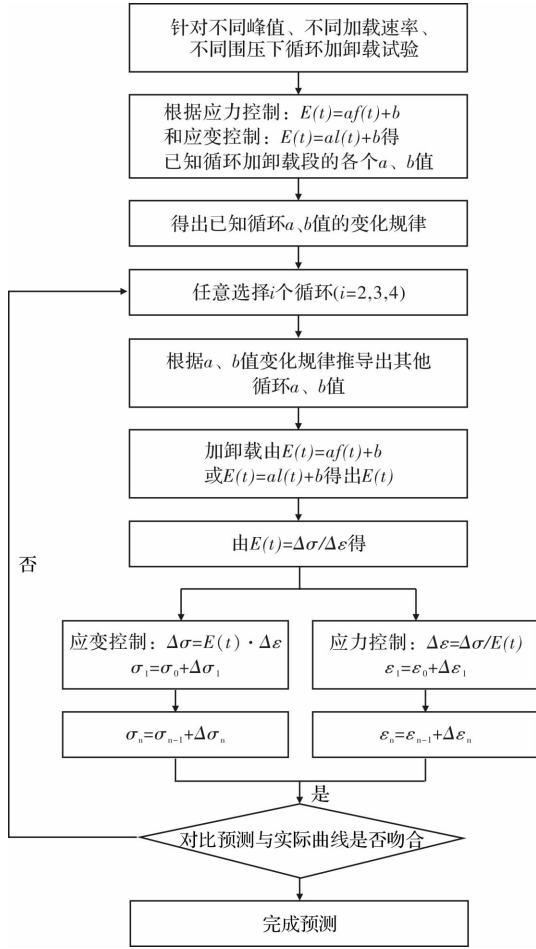


图8 预测流程图

Fig. 8 Forecast flow chart

间的变化关系,再由已知的 $f(t)$ 或 $l(t)$ 算出相应的 $\Delta\sigma$ 、 $\Delta\epsilon$,最后由得出的差值与初始值叠加,直到得出完整的应力-应变数据,作出应力应变曲线图。

2.1.2 预测公式及算例

本文选取三种滞回环形态中最复杂的先增后减为例,进行计算公式的推导分析。

预测段主要分为加载段与卸载段两部分,实际上,加载段存在表观弹性模量减小的阶段,可称为微屈服段。在岩石曲线预测过程中此段在整个循环中占比较小故没考虑。但在混凝土循环加卸载过程中在采用应变控制条件下,此段在循环曲线中所占比例较大,因此在进行曲线预测的过程中必须单独考虑。据此为了更好地构建循环荷载应力-应变曲线的预测,将单个循环曲线分为两部分:加载段和卸载段进行研究,如图9所示。

根据表观弹性模量的定义,试验系统测出的数据中定义相邻两测点间连线的斜率为表观弹性模量为(1),由作者前期研究,提出假定表观弹性模量和垂向荷载存在线性变化的关系为(2)、(3)。

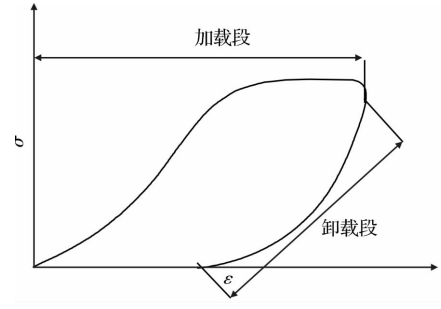


图9 混凝土材料循环加卸载曲线分段图

Fig. 9 Segmented graphs of cyclic loading and unloading curve of concrete

(1) 在荷载控制条件下

假设加载时间区间为 (t_1, t_2) ; 卸载时间段为 (t_2, t_3) 。已知加卸载段的荷载随时间的变化关系为 $f(t)$ 。表观弹性模量与应力应变的关系推导如下式所示。

① 加载段:

$$E(t) = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = a_x f(t) + b_x \quad (4)$$

$$\Delta\sigma = \frac{df(t)}{dt} \cdot S, \Delta\epsilon = \frac{dl}{dt} \cdot L \quad (5)$$

由式(4)~(5)得

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\frac{df(t)}{dt} \cdot S}{a_x f(t) + b_x} \quad (6)$$

则

$$l(t) = l(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{dl}{dt} dt = l(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{L}{S} \cdot \frac{\frac{df(t)}{dt}}{a_x f(t) + b_x} dt \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_1(t) &= \frac{1}{L} \left[l(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{\frac{df(t)}{dt}}{a_x f(t) + b_x} dt \cdot \frac{L}{S} \right] \\ &= \frac{l(t_1)}{L} + \frac{1}{S} \int_{t_1}^t \frac{\frac{df(t)}{dt}}{a_x f(t) + b_x} dt, \\ &t \in (t_1, t_2) \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)为对类岩石材料在荷载控制条件下加载段即时应变预测公式。

② 卸载段:

同理可得卸载段应变预测公式如下。

$$\begin{aligned} \epsilon_2(t) &= \frac{l(t_2)}{L} + \frac{1}{S} \int_{t_2}^t \frac{\frac{df(t)}{dt}}{a_x f(t) + b_x} dt; \\ &t \in (t_2, t_3) \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $l(t_1)$ 、 $l(t_2)$, 分别为荷载控制条件下加载段的位移初始值与卸载段的位移初始值(加载段预测的终值); $a_{x加1}$ 、 $a_{x卸}$ 分别为第 x 个循环下加载段

及卸载段所预测的 a 值; $b_{x\text{加}1}$ 、 $b_{x\text{卸}}$ 分别为第 x 个循环下加载段及卸载段所预测的 b 值; S 、 L 分别为试件的受压面面积与高度。

(2)在位移控制条件下

假设加载时间区间为 (t_1, t_2) ; 卸载时间段为 (t_2, t_3) 。已知加卸载段的荷载随时间的变化关系为 $l(t)$ 。根据前文可知表观弹性模量与应力应变的关系进行推导, 如下式所示。

①加载段:

由

$$E(t) = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = a_x l(t) + b_x = \frac{\frac{df(t)}{dt} \cdot S}{\frac{dl}{dt} \cdot L} \quad (10)$$

得

$$\frac{df}{dt} = \frac{dl \cdot S}{dt \cdot L} [a_x l(t) + b_x]$$

则

$$\begin{aligned} f(t) &= f(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{df}{dt} dt \\ &= f(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{S}{L} \cdot \frac{dl}{dt} [a_x l(t) + b_x] dt \end{aligned} \quad (11)$$

即

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) &= \frac{1}{S} \left\{ f(t_1) + \int_{t_1}^t \frac{S}{L} \cdot \frac{dl}{dt} [a_x l(t) + b_x] dt \right\} \\ &= \frac{f(t_1)}{S} + \frac{1}{L} \cdot \int_{t_1}^t \frac{dl}{dt} [a_{x\text{加}} \epsilon L + b_{x\text{加}}] dt, \end{aligned}$$

$$t \in (t_1, t_2) \quad (12)$$

②卸载段:

同理可得卸载段应力预测公式如下。

$$\begin{aligned} \sigma_2(t) &= \frac{f(t_2)}{S} + \frac{1}{L} \cdot \int_{t_2}^t \frac{dl}{dt} [a_{x\text{卸}} \epsilon L + b_{x\text{卸}}] dt, \\ t &\in (t_2, t_3) \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $f(t_1)$ 、 $f(t_2)$ 分别为位移控制条件下加载段的荷载初始值与卸载段的荷载初始值(加载段预测的终值)。

加载下降段仅适用于加载分段情况下的预测公式。

算例如下:

加载段 $f(t_0) = 15.66$ kN, 则

$$E(t_1) = 13.3119 \text{ GPa}, L = 100 \text{ mm}, S = \pi R^2 = 3.1415 \times 25^2 \text{ mm}^2 = 1963 \text{ mm}^2;$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(t_1) &= \frac{\Delta f(t_1)}{S} = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{\pi R^2} \\ &= \frac{(15.74 - 15.66) \text{ kN}}{1963 \text{ mm}^2} = 0.0408 \text{ MPa}; \end{aligned}$$

$$\Delta\epsilon(t_1) = \frac{\Delta\sigma(t_1)}{E(t_1)} = \frac{0.0408 \text{ MPa}}{13.3119 \text{ GPa}} = 3.0615 \times$$

10^{-6} 。根据前一个循环终点位移可知: $\epsilon(t_0) = 4.5672 \times 10^{-3}$; $\epsilon(t_1) = \epsilon(t_0) + \Delta\epsilon_1 = 4.5702 \times 10^{-3}$, 其中, $f(t_1)$ 、 $f(t_2)$ 为相邻时刻下垂直力。

下面给出部分计算结果, 如表 1 所示。

表 1 部分计算结果表

Tab. 1 Part of the calculation results table

时间 t_i	时间 t/ms	垂直力 f/kN	垂直力差 $\Delta f/\text{kN}$	表观弹性 模量/GPa	$\Delta\sigma/\text{MPa}$	$\Delta\epsilon$	预测 $\epsilon/10^{-3}$	原数据 $\epsilon/10^{-3}$
t_0	1 050 265	15.66	—	—	—	—	4.5672	4.5672
t_1	1 050 368	15.74	0.08	13.311 9	0.040 8	3.0615E-06	4.570 2	4.568 9
t_2	1 050 468	15.8	0.06	13.317 1	0.030 6	2.2952E-06	4.572 5	4.569 7

	1 070 055	15.66	-0.06	7.218 83	-0.030 6	-4.5815E-06	4.708 0	4.670 2
t_n	1 070 155	15.64	-0.02	7.210 82	-0.010 2	-1.5293E-06	4.706 6	4.666 3
	1 070 255	15.66	0.02	7.218 83	0.010 2	1.5272E-06	4.708 0	4.657 2

注: 依此类推可计算出每个对应于 $f(t)$ 的应变, 从而预测整段应力-应变曲线。

2.2 先增后减类型滞回圈预测

2.2.1 表观弹性模量先增后减类型滞回圈预测

以 300 mm 混凝土试件 300-1 的计算过程为

例, 根据上述步骤可得出混凝土试件循环加卸载曲线的系数 a 、 b 值, 如下图所示:

由上图中 a 、 b 变化规律, 可知加载段 a 值满

足关系式： $y = y_0 + A_1 e^{-(x-x_0)/t_1}$ ， b 值呈现线性变化趋势，满足 $y = A + Bx$ ，其中， x 表示循环数。因此，可以得出拟合曲线见图 10。

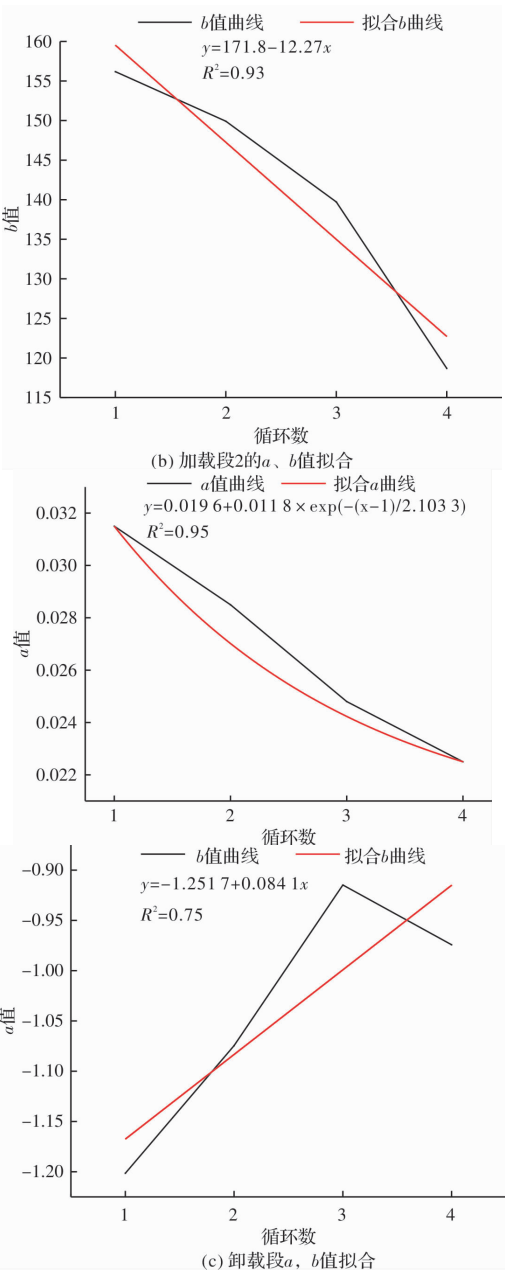
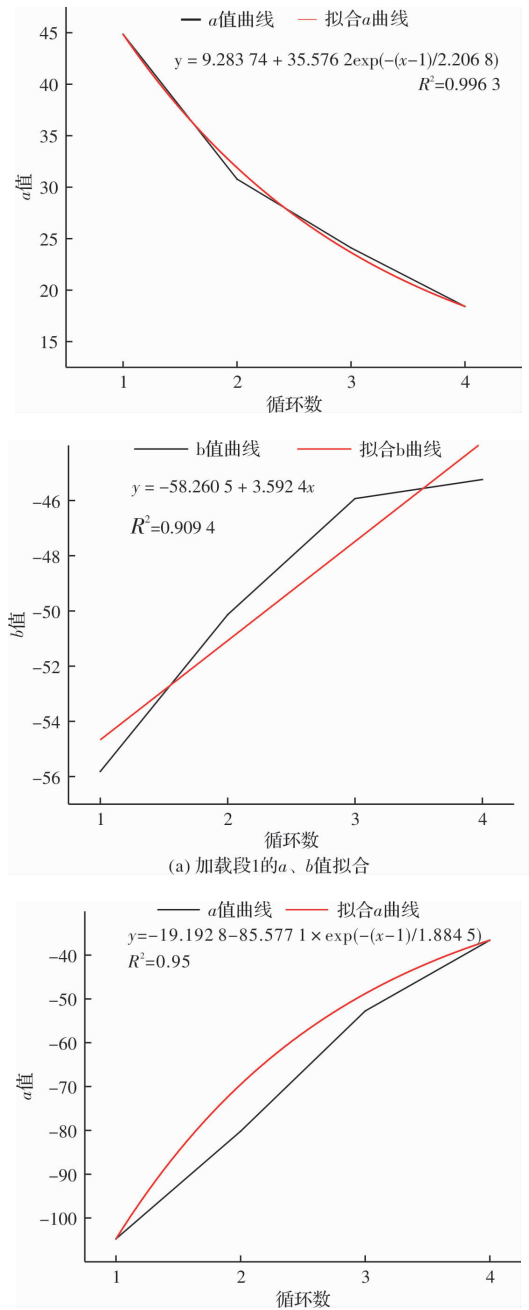


图 10 试件 300-1 加载段与卸载段 a 、 b 值拟合曲线
Fig. 10 Specimen 300-1 loading section and unloading section a 、 b value fitting curve

运用预测推导公式，对所研究混凝土试件编号 300-1 进行循环滞回圈的预测。通过计算分析得到不同循环加卸载段内的 a 、 b 值，见表 2。

表 2 试样 300-1 各循环加卸载段内的 a 、 b 值统计

Tab. 2 Samples 300-1 of each cycle loading and unloading section of the a 、 b value statistics

循环系数	加载段 1		加载段 2		卸载段	
	a	b	a	b	a	b
循环 7	13.583	-40.032	-31.836	123.48	0.019 9	-0.734 7
循环 8	10.721	-37.254	-28.052	125.27	0.019 3	-0.940 9
循环 9	8.266 5	-32.951	-17.392	88.975	0.017 9	-0.740 1
循环 10	6.963 4	-31.55	-14.253	81.554	0.018 6	-0.559 9
循环 11	5.522 5	-27.955	-11.433	72.381	0.014 4	-0.074 2
循环 12	3.958 4	-21.864	-10.762	73.96	0.013 8	0.119

根据公式计算试件随荷载的作用每个时间间隔内的应力应变差值,得到整个循环曲线的应力应变值,最终还原为试件的应力应变曲线,预测得出试件预测曲线,如图 11.

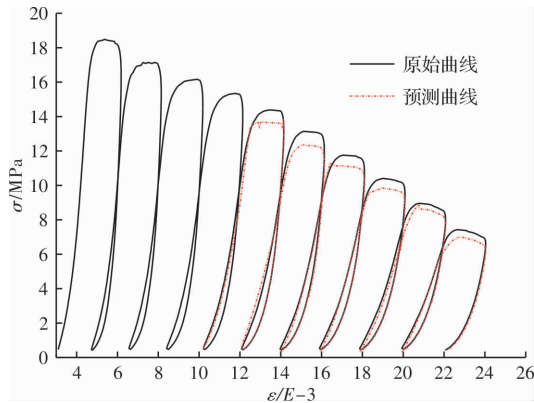


图 11 试样 300-1 预测与实际应力应变曲线对比图

Fig. 11 Specimen 300-1 loading section and unloading section a value fitting curve

由图 11 可知,预测的结果是比较吻合实际试件应力应变的走向的.

2.2.2 表观弹性模量持续增大类型滞回圈预测

(1) a 、 b 值的预测

加载段表观弹性模量持续增大的滞回圈预测分析同 2.2.1 中先增后减类型滞回圈中的预测分析. 由公式 $E(t) = af(t) + b$, 根据试验数据可得出循环加卸载下峰值分别为 64 kN、84 kN 与 104 kN 下加载段与卸载段的 a 、 b 值, 进行 a 、 b 值的曲线拟合(如图 12 所示), 最终推导出 74 kN 与 94 kN 的 a 、 b 值, 如表 3.

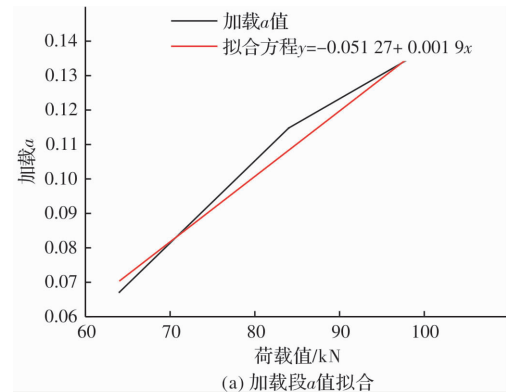
表 3 预测不同峰值下加载段与卸载段 a 、 b 值

Tab. 3 Predict the load and unloading segments a and b at different peaks

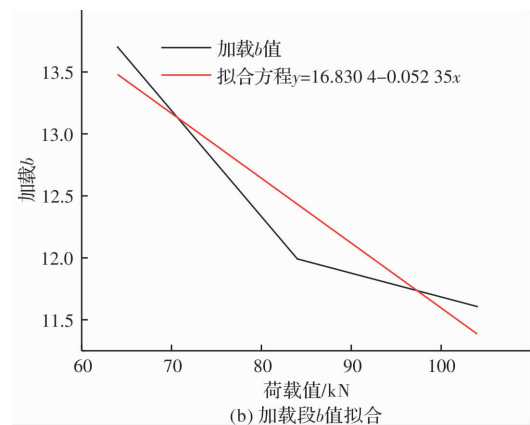
a 、 b 值峰值力/kN		74	94
加载段	a	0.089 3	0.127 3
	b	12.956 5	11.909 5
卸载段	a	0.510 0	0.477 4
	b	-1.400 4	-1.047 4

(2) 实际值与预测值的对比分析

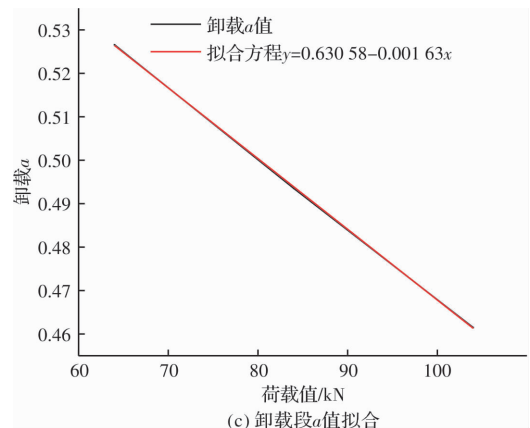
根据表观弹性模量公式 $E(t) = af(t) + b$ 可反推 $E(t)$ 值后, 通过公式 $E(t) = \Delta\sigma/\Delta\epsilon$ 就可计算得出应变值. 对 74 kN 与 94 kN 峰值下分别进行加载段与卸载段的应力应变的预测, 从而通过三个曲线的拟合分析预测两个曲线, 得出的预测值与实际应力应变的对比值如图 13 所示.



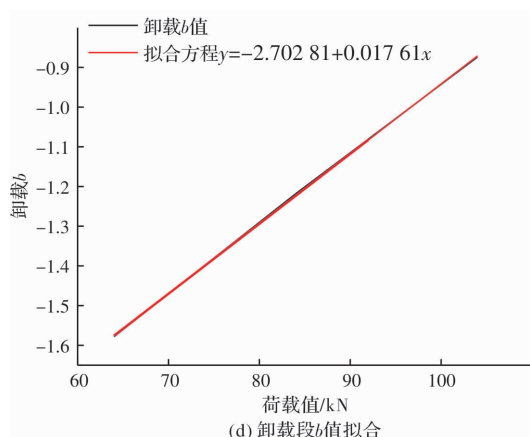
(a) 加载段 a 值拟合



(b) 加载段 b 值拟合



(c) 卸载段 a 值拟合



(d) 卸载段 b 值拟合

图 12 不同峰值下加载段与卸载段 a 、 b 拟合规律图

Fig. 12 The fitting pattern of loading and unloading section a and b under different peaks

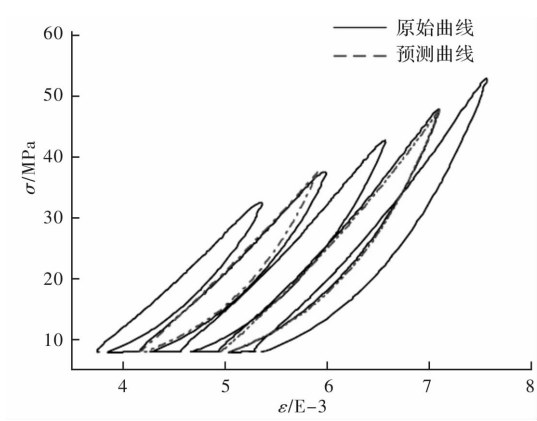


图 13 预测曲线与原始曲线对比图

Fig. 13 Comparison of prediction curve and original curve

2.2.3 表观弹性模量持续减小类型滞回环预测

加载段表观弹性模量持续减小的滞回环预测分析同 2.2.1 中表观弹性模量先增后减类型滞回圈中加载段 2 的预测分析. 由泵油饱和南京砂岩的应力-应变曲线, 如下图 14 所示, 根据试验原始数据可以得出相应的竖向荷载和弹性模量, 得出循环加载卸载下加载段与卸载段的荷载-弹性模量曲线, 如图 15, 由表观弹性模量公式 $E(t) = af(t) + b$, 可求得加载段和卸载段的 a 、 b 值, 如表 4.

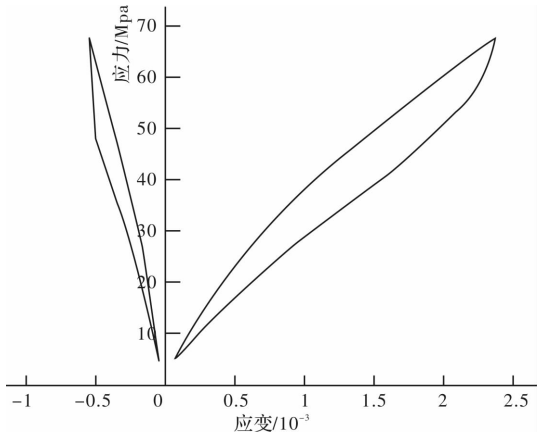


图 14 模拟泵油饱和南京砂岩

Fig. 14 Simulated pump oil saturated Nanjing sandstone

表 4 预测不同峰值下加载段与卸载段 a 、 b 值

Tab. 4 Predict the load and unloading segments a and b at different peaks

	a 、 b 值	南京砂岩
加载段	a	-1.453 3
	b	36.269
卸载段	a	1.177 4
	b	14.299

根据公式 $E(t) = af(t) + b$ 可反推 $E(t)$ 值后, 由 $E(t) = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ 就可计算得出对应的应变值, 通

过本预测方法完成了对表观弹性模量持续减小的滞回环的预测, 如图 16 所示, 由本预测方法所得的应力-应变曲线与实际曲线的对比可知, 所得预测曲线与实际曲线吻合度较高, 从而验证了本方法对滞回环预测的可行性.

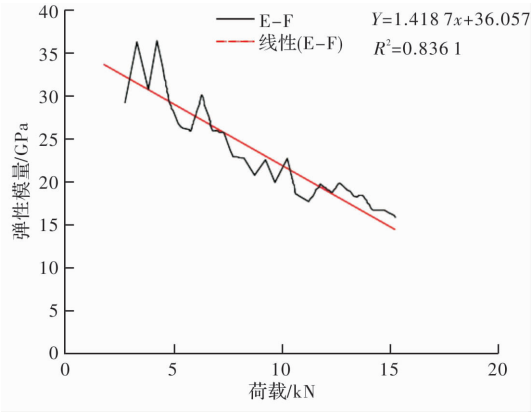


图 15 饱和南京砂岩加载段荷载-弹性模量线性关系图

Fig. 15 Linear correlation diagram of load-elastic modulus of saturated nanjing sandstone loading section

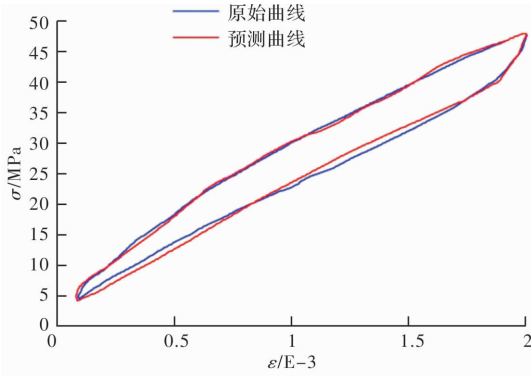


图 16 预测曲线与实际曲线对比图

Fig. 16 Comparison of predictive curve and actual curve

3 结论

(1) 基于单轴循环加载卸载试验首次提出表观弹性模量的概念, 即 $E(t) = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$, 根据加载段表观弹性模量的变化趋势, 滞回环形态可以分为持续增大、持续减小和先增后减三种形态, 而卸载段表观弹性模量均持续减小.

(2) 单轴循环加载过程中, 表观弹性模量的变化是由试样内部裂隙和孔洞的压密和滑移两种作用因素共同作用的结果. 由 $E(t) = af(t) + b$ 知, 若 $a > 0$, 则 $E(t)$ 持续增加, 若 $a < 0$, 则 $E(t)$ 持续减小. 而实际加载过程中 $E(t)$ 的变化由试样内部裂隙和孔洞的压密和滑移两种作用共同产生, 即 $a = a_1 + a_2$, 其中试样内部裂隙孔洞的压密作用下 $a_1 > 0$, 试样内部微裂隙的滑移错动作用下

$a_2 < 0$, ①当 $|a_1| > |a_2|$, 即压密作用较滑移错动作用更明显时, $a = a_1 + a_2 > 0$, 表现为表观弹性模量持续增大; ②当 $|a_1| < |a_2|$, 即滑移错动作用较压密作用更明显时, $a = a_1 + a_2 < 0$, 表现为表观弹性模量持续减小; ③若加载过程中, 试样内部的微裂隙和孔洞逐渐压密, 抗变形能力增强, 则 $a = a_1 + a_2 > 0$, 持续加载到一定程度, 试样内部的微裂隙和孔洞发生滑移错动, 试样抗变形能力由强转弱, 则 $a = a_1 + a_2 < 0$, 滞回环形态表现为表观弹性模量先增大后减小。

(3)提出了分别针对荷载控制与位移控制下曲线加卸载段应力应变的关系式。

(4)针对三种形态滞回环, 完成了已知滞回环对未知滞回环的预测, 并得出了不同峰值、不同加载速率与围压下 a 、 b 值的变化规律。试验证明, 不同峰值、加载速率与围压下 a 值和 b 值存在线性的变化规律, 通过两个或两个以上已知滞回环即可完成对其它任意滞回环的预测, 并给出了详细的计算公式及流程, 本预测方法适用于三种不同形态滞回环, 并且可以运用于不同峰值、不同加载速率与围压。

参考文献 References

- [1] 刘杰, 李建林, 邓华锋, 等. 宜昌砂岩三角波加载段变形速率预测模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 633-639.
LIU Jie, LI Jianlin, DENG Huafeng, et al. Study on the deformation rate prediction model of the triangular wave loading section of Yichang sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 633-639.
- [2] MC CALL K R, GUYER R A. Equation of state and wave propagation in hysteretic nonlinear elastic material[J]. Journal of Geophysical Research, 1994, 99(B12): 23897-25887.
- [3] TUTUNCU A N, PODIO A L, SHARMA M M. Non-linear visco-Elastic behavior of sedimentary rocks, part I: Effect of frequency and strain amplitude[J]. Geophysics, 1998, 63(1): 184-190.
- [4] TUTUNCU A N, PODIO A L, SHARMA M M. Non-linear visco-elastic behavior of sedimentary rocks, part II: hysteresis effect and influence of type of fluid on elastic moduli[J]. Geophysics, 1998, 63(1): 195-203.
- [5] 席道瑛, 刘斌, 刘卫, 等. 饱和多孔岩石弛豫衰减对时间和温度的依赖性[J]. 地球物理学报, 2000, 43(6): 827-834.
XI Daoying, LIU Bin, LIU Wei, et al. Dependence of relaxation and relaxation on time and temperature of saturated porous rock [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2000, 43(6): 827-834.
- [6] 尤明庆, 苏承东, 徐涛. 岩石试样的加载卸荷过程及杨氏模量[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 588-592.
YOU Mingqing, SU Chengdong, XU Tao. Preparation and Young's modulus of rock specimen [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 588-592.
- [7] 陈运平, 席道瑛, 薛彦伟. 循环荷载下饱和岩石的应力-应变动态响应[J]. 石油地球物理勘探, 2003, 38(4): 409-413.
CHEN Yunping, XI Daoying, XUE Yanwei. Stress-strain dynamic response of saturated rocks under cyclic loading[J]. Petroleum Geophysical Prospecting, 2003, 38(4): 409-413.
- [8] 陈运平, 席道瑛, 薛彦伟. 循环荷载下饱和岩石的滞后和衰减[J]. 地球物理学报, 2004, 47(4): 672-679.
CHEN Yunping, XI Daoying, XUE Yanwei. Delay and attenuation of saturated rock under cyclic loading [J]. Journal of Geophysics, 2004, 47(4): 672-679.
- [9] 陈运平, 刘干斌, 姚海林. 岩石滞后非线性弹性模拟的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 27(3): 341-347.
CHEN Yunping, LIU Ganbin, YAO Hailin. Study on nonlinear elasticity of rock lag [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 27(3): 341-347.
- [10] 席道瑛, 陈运平, 陶月赞, 等. 岩石的非线性弹性滞后特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1086-1092.
XI Daoying, CHEN Yunping, TAO Yuezan, et al. Characteristics of nonlinear elastic hysteresis of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1086-1092.
- [11] 许江, 杨秀贵, 王鸿, 等. 周期性载荷作用下岩石滞回曲线的演化规律[J]. 西南交通大学学报, 2005, 40(6): 754-758.
XU Jiang, YANG Xiugui, WANG Hong et al. Characteristics of hysteresis curve of rock under periodic load [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2005, 40(6): 754-758.
- [12] 许江, 尹光志, 王鸿, 等. 不同应力水平时砂岩滞回曲线演化的实验研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2006, 28(2): 40-42.
XU Jiang, YIN Guangzhi, WANG Hong, et al. Characteristics of hysteresis curve of rock under periodic load [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 28(2): 40-42.

(下转第 504 页)

- 国建筑工业出版社,2015.
- Technical specification for steel plate shear wall: JGJ/T 380-2015[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2015.
- [15] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计 [M]. 第六版. 北京: 科学出版社, 2012.
- CHEN Ji. Stability of steel structure theory and design [M]. 6th ed. Beijing: Science Press, 2012.
- [16] WANGER H. Flat steel metal girder with very thin metal web [R]. Springfield: National Advisory Committee for Aeronautics, 1931:524-558.
- [17] 刘锋. 无粘结加劲钢板墙设计方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2013.
- LIU Feng. Studies on design method of the unbounded stiffened steel plate wall[D]. Beijing: Tsinghua University, 2013.
- [18] 刘克智. 考虑竖向荷载的钢板剪力墙和防屈曲钢板剪力墙滞回性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- LIU Kezhi. Hysteretic behavior of steel plate shear walls and buckling-restrained steel plate shear walls considering vertical load [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.

(编辑 沈 波)

(上接第 494 页)

- [13] 王鸿, 许江, 杨秀贵. 循环荷载条件下岩石塑性滞回环的演化规律[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2006, 29(4):80-82.
- WANG Hong, XU Jiang, YANG Xiugui. Characteristics of evolution of rock plastic hysteresis loop under cyclic loading [J]. Journal of Chongqing University (Natural Science Edition), 2006, 29(4):80-82.
- [14] 王鸿, 许江, 李树春, 等. 不同水饱和度下岩石滞回曲线演化的实验研究[J]. 矿业研究与开发, 2007, 27(3):18-21.
- WANG Hong, XU Jiang, LI Shuchun et al. Experimental study on evolution of rock hysteresis curve under different water saturation [J]. Mining Research and Development, 2007, 27(3):18-21.
- [15] 刘建锋, 谢和平, 徐进, 等. 循环荷载作用下岩石阻尼特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4):712-717.
- LIU Jianfeng, XIE Heping, XU Jin, et al. Experimental study on rock damping characteristics under cyclic loading [J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4):712-717.
- [16] 陈运平, 王思敬. 多级循环荷载下饱和岩石的弹塑性响应[J]. 岩土力学, 2010, 31(4):1030-1034.
- CHEN Yunping, WANG Sijing. Ecoplastic-plastic response of saturated rock under multi-stage cyclic loading [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4):1030-1034.
- [17] 邓华峰, 胡玉, 李建林, 等. 循环荷载的频率和幅值对砂岩动力特性的影响[J]. 岩土力学, 2017, 38(12):3402-3409, 3418.
- DENG Huafeng, HU Yu, LI JianLin, et al. The influence of frequency and amplitude of cyclic load on the dynamic characteristics of sandstone[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(12):3402-3409, 3418.
- [18] 张向阳, 成建, 康永红, 等. 循环加卸载下岩石变形破坏的损伤、能量分析[J]. 有色金属(矿山部分), 2011, 63(5):41-45.
- ZHANG Xiangyang, CHENG Jian, KANG Yonghong, et al. Damage and energy analysis of rock deformation and failure under cyclic loading and unloading[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2011, 63(5):41-45.
- [19] 张媛, 许江, 杨红伟, 等. 循环荷载作用下围压对砂岩滞回环演化规律的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(2):320-326.
- ZHANG Yuan, XU Jiang, YANG Hongwei, et al. The influence of confining pressure on the evolution of sandstone hysteretic loop under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(2):320-326.

(编辑 沈 波)