

碎石桩复合地基非线性固结解析解

郭彪¹, 杨元周¹, 陈贺², 杜逢彬¹

(1. 重庆市勘测院, 重庆 401121; 2. 云南省交通规划设计研究院有限公司, 云南 昆明 650041)

摘要: 考虑桩土模量比随固结而不断变化、地基既存在径向渗流也存在竖向渗流, 得到了碎石桩复合地基的非线性固结解析解。通过对解的分析表明: 与传统理论不同, 在桩土模量比变化的条件下, 当渗透指数等于压缩指数时(即 $C_c/C_k=1$), 复合地基非线性固结解与线性固结解不一致; 与已有的考虑桩土模量比不变条件下的解相比, 本文理论求得的地基固结度要小, 也就是说, 忽略复合地基固结过程中桩土模量比的变化, 会使计算固结度偏大, 是偏于危险的。

关键词: 碎石桩复合地基; 非线性固结; 桩土模量比

中图分类号: TU 47

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2021)05-0652-07

Nonlinear consolidation solution for composite foundation reinforced by stone columns

GUO Biao¹, YANG Yuanzhou¹, CHEN He², DU Fengbin¹

(1. Chongqing Survey Institute, Chongqing 401121, China;

2. Broadvision Engineering Consultants, Kunming 650041, China)

Abstract: Considering that the modulus ratio of pile to soil varies with consolidation and the foundation has both radial seepage and vertical seepage, the nonlinear consolidation analytical solution of gravel pile composite foundation is obtained. The analysis of the solution shows that, under the condition of changing pile-soil modulus ratio, the nonlinear consolidation solution of composite foundation is inconsistent with the linear consolidation solution when the permeability index is equal to the compression index (i. e. $C_c/C_k=1$), which is different from the traditional theory; compared with the existing solution under the condition of constant pile-soil modulus ratio, the consolidation degree obtained by the theory in this paper is smaller, that is to say, ignoring the change of pile-soil modulus ratio in the process of consolidation of composite foundation will cause the calculated consolidation degree to be larger, which is dangerous.

Key words: composite foundation reinforced by stone columns; nonlinear consolidation; modulus ratio of pile to soil

近年来, 复合地基的固结问题越来越受到国内外学者的重视, 取得了大量的研究成果。Yoshikuni^[1]最早将复合地基应力集中效应引入到复合地基的固结理论研究中。Han and Ye^[2-3]考虑了碎石桩施工的涂抹效应以及井阻作用, 得到了碎石桩复合地基固结解析解。XIE K H et al.^[4-5]考虑了上部荷载变化、应力在地基中的不同分布等情况, 得到了碎石桩复合地基较为普遍的解析解。CASTRO 等^[6]考虑了桩体变形对固结的影响。LU M M 等^[7-8]进一步考虑了桩体内部的渗流。张玉国等^[9]研究了未打穿复合地基的固结问题。

然而, 由于复合地基非线性固结问题的复杂性, 研究一直较少。卢萌盟^[13-14]在土体与桩体压

缩模量同比例增长、地基无竖向渗流、扰动区水平渗透系数不变等假设条件下得到了一个简化的碎石桩复合地基非线性固结解。显然, 这些假定是不尽合理的。首先, 地基存在横向及竖向组合渗流, 并且土体水平渗透系数沿径向连续变化, 这已经取得了共识。更为重要的是, 假设在固结过程中桩土模量比不变也是与工程实际不符的。土体随着固结的进行, 孔隙水排出, 土体被压密, 模量逐渐增大, 而桩体在成桩时已经处理密实, 其模量并不会随着固结的进行同步增大, 相反, 在较大荷载作用下, 由于桩体的鼓胀变形, 其模量还会有减小的趋势。也就是说, 在固结过程中, 桩土模量比会逐渐减小, 桩土应力比也会随之逐

收稿日期: 2021-04-21

修改稿日期: 2021-09-27

基金项目: 国家重点研发计划基金资助项目(2018YFC1504906)

第一作者: 郭彪(1982—), 男, 博士, 正高级工程师, 主要从事地基及边坡等方面的研究工作。E-mail: gb25891775@163.com

渐减小. 这对复合地基的固结有着较大的影响. 基于此, 本文考虑桩土模量比随固结而不断变化、地基既存在径向渗流也存在竖向渗流, 土体水平渗透系数沿径向变化等因素, 得到了更符合工程实际的碎石桩复合地基的非线性固结理论解答, 具有较大的工程意义.

1 固结方程及求解条件

地基固结计算模型如图 1 所示. 图中 H 为地基深度, r_e 为桩影响半径, r_s 为涂抹区半径, r_c 为桩体半径, q_0 为上部荷载.

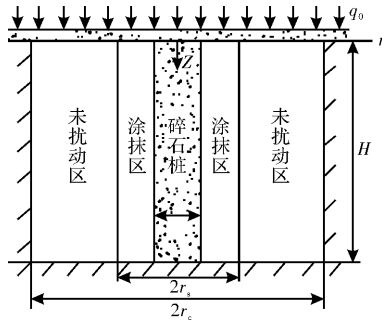


图 1 复合地基固结示意图

Fig. 1 Schematic diagram of consolidation of composite foundation

假设桩体的压缩性在固结过程中不变, 而土体的压缩性和渗透性随着土体的固结而减小, 变化符合如图 2 和图 3 所示的对数模型^[10-15].

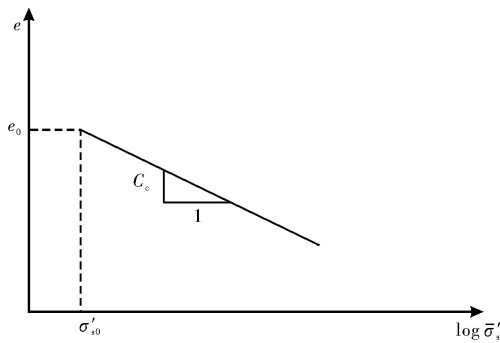


图 2 土体孔隙比随有效应力变化曲线

Fig. 2 Curve of soil porosity ratio varying with effective stress

根据图 2、图 3 可得关系式, 即

$$e = e_0 - C_c \log \frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \quad (1)$$

$$e = e_0 + C_{kv} \log \frac{k_v}{k_{v0}} \quad (2)$$

$$e = e_0 + C_{kh} \log \frac{k_h}{k_{h0}} \quad (3)$$

其中: C_c 为土体的压缩指数、 C_{kv} 和 C_{kh} 为竖向渗透指数和径向渗透指数; $\bar{\sigma}'_s$ 为土体某一深度处平均有效应力; σ'_{s0} 为其初始值; k_h 为土体的水平渗

透系数; k_{h0} 为其初始值; k_v 为土体的竖向渗透系数; k_{v0} 为其初始值; e 为土体的孔隙比; e_0 为其初始值.

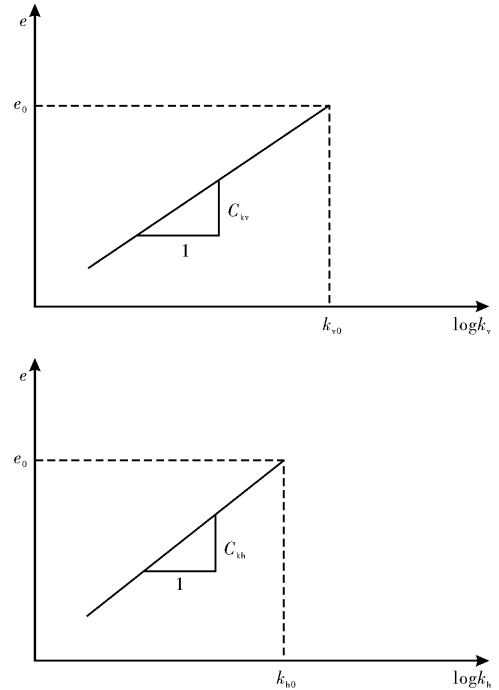


图 3 土体渗透性与孔隙比关系曲线

Fig. 3 The relation curve of soil permeability and pore ratio

由式(1)、(2)、(3)可得土体的竖向渗透系数 k_v 、水平渗透系数 k_h 以及体积压缩系数 m_{vs} 的表达式, 即

$$k_v = k_{v0} \left(\frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \right)^{-\frac{C_c}{C_{kv}}} \quad (4)$$

$$k_h = k_{h0} \left(\frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \right)^{-\frac{C_c}{C_{kh}}} \quad (5)$$

$$m_{vs} = -\frac{de}{(1+e_0)d\bar{\sigma}'_s} = \frac{C_c}{(1+e_0)\ln 10 \bar{\sigma}'_s} = m_{vs0} \frac{\bar{\sigma}'_{s0}}{\bar{\sigma}'_s} \quad (6)$$

其中, m_{vs0} 为土体的初始体积压缩系数, 表达式为

$$m_{vs0} = \frac{C_c}{(1+e_0)\sigma'_{s0}} \quad (7)$$

根据式(6)可得土体的压缩模量为

$$E_s = \frac{1}{m_{vs}} = E_{s0} \frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \quad (8)$$

其中, E_{s0} 为土体的初始体积压缩模量.

根据图 1, 地基的竖向平衡方程可写成

$$\pi(r_e^2 - r_c^2)(\bar{\sigma}'_{sf} + \bar{u}) + \pi r_c^2 \bar{\sigma}'_{cf} = \pi r_e^2 q_0 \quad (9)$$

式中: $\bar{\sigma}'_{sf}$ 及 $\bar{\sigma}'_{cf}$ 分别为土体及桩体由上部荷载产生的平均有效应力, \bar{u} 为土体径向的平均超静孔压.

又由等应变条件有

$$\frac{\bar{\sigma}'_{sf}}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}'_{cf}}{E_c} \quad (10)$$

可得

$$\bar{\sigma}'_{sf} = \frac{n^2 q_0 - (n^2 - 1) \bar{u}}{(n^2 - 1) + \frac{E_c}{E_s}} \quad (11)$$

式中: E_s 及 E_c 分别为土体及桩体的压缩模量; $n = r_e/r_c$.

由式(11)可得

$$\bar{\sigma}'_s = \bar{\sigma}'_{s0} + \bar{\sigma}'_{sf} = \bar{\sigma}'_{s0} + \frac{n^2 q_0 - (n^2 - 1) \bar{u}}{(n^2 - 1) + \frac{E_c}{E_s}} \quad (12)$$

根据已有研究,地基的固结方程为^[4]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_h}{\gamma_w} r \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = - \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (13)$$

式中: u 分别为土体超静孔压; ϵ_v 为土体体积应变; \bar{u} 为土体径向的平均超静孔压,表达式为

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi r u dr \quad (14)$$

土体水平渗透系数沿径向变化,可写成

$$k_h = k_m f(r) \quad (15)$$

式中: k_m 为未扰动土体的水平渗透系数; k_{m0} 为其初始值,根据式(5)有

$$k_m = k_{m0} \left(\frac{\bar{\sigma}'_s}{\bar{\sigma}'_{s0}} \right)^{-\frac{C_c}{C_{kh}}} \quad (16)$$

由式(13)、式(15)可得

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_m f(r)}{\gamma_w} r \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = - \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (17)$$

本文考虑地基顶面透水,底面不透水的一般情况.边界条件为

$$r = r_e; \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (18)$$

$$r = r_c; u = 0 \quad (19)$$

$$z = 0; \bar{u} = 0 \quad (20)$$

$$z = H; \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

在初始时刻,土体及桩体中由上部荷载产生的有效应力 $\bar{\sigma}'_{sf}$ 及 $\bar{\sigma}'_{cf}$ 均为 0,根据式(9)可得到初始条件为

$$t = 0; \bar{u} = \frac{n^2}{n^2 - 1} q_0 \quad (22)$$

对式(17)两边对 r 积分,并利用边界条件(18)得

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\gamma_w}{2k_m} \left(\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) \left[\frac{r_e^2}{f(r)} - \frac{r}{f(r)} \right] \quad (23)$$

再对式(23)两边对 r 积分,并利用边界条件(19),得

$$u = \frac{\gamma_w}{2k_m} \left(\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) [r_e^2 A_0(r) - B_0(r)] \quad (24)$$

其中:

$$A_0(r) = \int_{r_w}^r \frac{dx}{f(x)x}; B_0(r) = \int_{r_w}^r \frac{x dx}{f(x)}. \quad (25)$$

将式(24)代入式(14)可得

$$\bar{u} = \frac{\gamma_w r_e^2 F_a}{2k_m} \left(\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) \quad (26)$$

其中:

$$F_a = \frac{2(r_e^2 A_1 - B_1)}{r_e^2 (r_e^2 - r_w^2)}; \quad (27)$$

$$A_1 = \int_{r_w}^{r_e} r A_0(r) dr, B_1 = \int_{r_w}^{r_e} r B_0(r) dr. \quad (28)$$

研究表明^[11],涂抹区土体由于受到扰动的程度不同,其渗透性在涂抹区内是变化的,离砂井越近,扰动程度越高,土的渗透性越小,离砂井越远,扰动越小,土体的渗透系数越接近未扰动土体.本文考虑涂抹区内水平渗透系数线性逐渐变化,如图4中的模式②所示.图中模式①为传统地考虑涂抹区内水平渗透系数不变的情况.

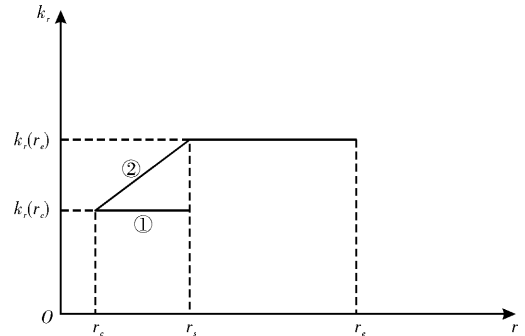


图4 涂抹区水平渗透系数

Fig. 4 Horizontal permeability coefficient of smear area

式(27)中 F_a 的表达式为^[13]

$$F_a = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left\{ \frac{s-1}{\delta s-1} \ln \delta s - \frac{(s-1)^2}{n^2 (1-\delta)} + \frac{2(s-1)(\delta s-1)}{n^2 (1-\delta)^2} \ln \frac{1}{\delta} - \frac{2(s-1)}{n^2 (1-\delta)} \times \left(\frac{s^3-1}{3} - \frac{s^2-1}{2} \right) - \frac{(s-1)(\delta s-1)}{n^4 (1-\delta)^2} \times \left[\frac{s^2-1}{2} - \frac{(s-1)(\delta s-1)}{1-\delta} + \frac{(\delta s-1)^2}{(1-\delta)^2} \ln \frac{1}{\delta} \right] - \frac{(n^2-s^2)(1-s)^2}{n^4 (1-\delta)} + \ln \frac{n}{s} - \frac{3}{4} + \frac{4n^2 s^2 - s^4}{4n^4} \right\}$$

式中: $s = r_s/r_c$; $\delta = k_r(r_e)/k_r(r_c)$.

又有

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = - \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial \bar{\sigma}'_s} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} = \frac{C_c}{(1+e_0) \ln 10} \frac{1}{\bar{\sigma}'_s} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} = m_{v0} \frac{\sigma'_{s0}}{\bar{\sigma}'_s} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} \quad (29)$$

将式(4)、(16)、(29)代入式(26)可得

$$\bar{u} = \frac{\gamma_w r_e^2 F_a}{2k_{m0}} m_{v0} \left(\frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \right)^{\frac{C_c}{C_{kh}} - 1} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} +$$

$$\frac{r_e^2 F a k_{v0}}{2k_{m0}} \left(\frac{\bar{\sigma}'_s}{\sigma'_{s0}} \right)^{\frac{c_c}{c_{kv}} - \frac{c_c}{c_{kh}}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad (30)$$

根据式(8)及式(12)可得:

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial \sigma'_s} \frac{\partial \sigma'_s}{\partial t},$$

$$\frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1) (\bar{\sigma}'_s)^2 + \left[E_c - E_{s0} (n^2 - 1) - \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} n^2 q_0 + \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1) \bar{u} \right] \bar{\sigma}'_s - E_c \bar{\sigma}'_{s0} = 0 \quad (31)$$

求解式(31)可得

$$\bar{\sigma}_s = \frac{-\left[E_c - E_{s0} (n^2 - 1) - \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} n^2 q_0 + \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1) \bar{u} \right]}{2 \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1)} + \sqrt{\frac{\left[E_c - E_{s0} (n^2 - 1) - \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} n^2 q_0 + \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1) \bar{u} \right]^2 + 4 E_{s0} E_c (n^2 - 1)}{2 \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1)}} \quad (32)$$

对式(32)两边求导可得:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[D+F]}{\sqrt{[D+F]^2 + H}} - 1 \right\} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (33)$$

将式(32)、(33)代入式(30)可得

$$A \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + B \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - C \bar{u} = 0 \quad (34)$$

其中:

$$A = \frac{r_e^2 F a k_{v0}}{2k_{m0}} \left\{ \frac{-[D+F]}{G} + \frac{\sqrt{[D+F]^2 + H}}{G} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kv}}}; \quad (35)$$

$$B = \frac{\gamma_w r_e^2 F a}{4k_{m0} E_{s0}} \left\{ \frac{[D+F]}{\sqrt{[D+F]^2 + H}} - 1 \right\}; \quad (36)$$

$$C = \left\{ \frac{\sqrt{[D+F]^2 + H}}{G} - \frac{[D+F]}{G} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kh}}}; \quad (37)$$

而, $D = E_c - E_{s0} (n^2 - 1) - \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} n^2 q_0$; $F = \frac{E_{s0}}{\sigma'_{s0}} (n^2 - 1) \bar{u}$; $G = 2E_{s0} (n^2 - 1)$; $H = 4E_{s0} E_c (n^2 - 1)$.

2 固结方程求解

为了求得问题的解析解, 需要将系数 A、B、C 作适当简化, 参考文献[10]提出了一种简化方法, 文献[12]通过室内试验进行了验证, 结果显示这一简化方法是满足工程精度要求的. 经简化可得:

$$A = \frac{r_e^2 F a k_{v0}}{4k_{m0}} \left\{ \left\{ \frac{\sqrt{(I)^2 + K}}{L} - \frac{I}{L} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kv}}} + \left\{ \frac{-I}{L} + \frac{\sqrt{I^2 + K}}{L} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kv}}} \right\} \quad (38)$$

$$B = \frac{\gamma_w r_e^2 F a}{8k_{m0} E_{s0}} \left\{ \frac{I}{\sqrt{I^2 + K}} + \frac{I}{\sqrt{I^2 + K}} - 2 \right\} \quad (39)$$

$$C = \frac{1}{2} \left\{ \frac{-I + \sqrt{I^2 + K}}{L} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kh}}} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{-I + \sqrt{I^2 + K}}{L} \right\}^{1 - \frac{c_c}{c_{kh}}} \quad (40)$$

式中: $I = Y - (n^2 - 1) - \frac{q_0}{\sigma'_{s0}}$; $K = 4Y (n^2 - 1)$;

$L = 2(n^2 - 1)$; 而 $Y = E_c / E_{s0}$, 为桩土初始模量比.

这样, 式(34)变为关于 \bar{u} 常系数微分方程, 可求得解析解.

根据边界条件式(20)、(21), 设方程式(34)的解的形式为

$$\bar{u}(z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) \quad (41)$$

式中: $M = \frac{2m-1}{2} \pi$; $m = 1, 2, 3, \dots$.

将式(41)代入式(22), 有

$$\sum_{m=1}^{\infty} T_m(0) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) = \frac{n^2}{n^2 - 1} q_0 \quad (42)$$

将式(42)两边乘以 $\sin(M/H z)$ 后积分, 可得

$$T_m(0) = \frac{2}{M n^2 - 1} n^2 q_0 \quad (43)$$

其中, 将式(41)代入式(34)后可得

$$-A \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{M}{H}\right)^2 T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) + B \sum_{m=1}^{\infty} T'_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) - C \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) = 0 \quad (44)$$

将式(44)两端乘以 $\sin(M/H z)$ 后积分可得

$$T'_m(t) + \beta_m T_m(t) = 0 \quad (45)$$

$$\beta_m = -\frac{A \left(\frac{M}{H}\right)^2 + C}{B} \quad (46)$$

又由式(45)及式(43)可得

$$T_m(t) = \frac{2q_0}{M n^2 - 1} e^{-\beta_m t} \quad (47)$$

将式(47)代入式(41), 可得

$$\bar{u}(z, t) = \frac{n^2 q_0}{n^2 - 1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{-\beta_m t} \quad (48)$$

又地基的固结度为

$$U = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}}{\bar{u}_0} = 1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} \quad (49)$$

将式(48)代入式(49)可得

$$U = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} \quad (50)$$

式(50)即为本文固结问题的解析解.

3 解的讨论

我们知道,在砂井地基及考虑桩土模量比在固结过程中不变的碎石桩复合地基非线性固结解中,当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时,非线性解退化为线性固结解,那么本文考虑桩土模量比随固结变化的情况是否依然如此呢?下面来探讨这个问题。

取当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时,则式(38)、(39)、(40)分别退化为

$$A = \frac{r_e^2 F_a k_{v0}}{2k_{m0}} \quad (51)$$

$$B = \frac{\gamma_w r_e^2 F_a}{8k_{m0} E_{s0}} \left\{ \frac{Y - (n^2 - 1) - \frac{q_0}{\sigma'_{s0}}}{\sqrt{\left[Y - (n^2 - 1) - \frac{q_0}{\sigma'_{s0}} \right]^2 + 4Y(n^2 - 1)}} - 2 \right\} \quad (52)$$

$$C = 1 \quad (53)$$

式(46)及(50)没有变化,式(46)、(50)、(51)、(52)、(53)即为 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时的非线性固结解。

当不考虑地基的非线性固结时,地基的平衡方程及等应变条件可以写成

$$\pi(r_e^2 - r_c^2) \bar{\sigma}_{sf} + \pi r_c^2 \bar{\sigma}_{cf} = \pi r_e^2 q_0 \quad (54)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{sf} - \bar{u}}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_{cf}}{E_c} = \epsilon_v \quad (55)$$

由式(53)及式(54)可得

$$\epsilon_v = \frac{n^2 q_0 - (n^2 - 1) \bar{u}}{E_s (n^2 - 1 + Y)} \quad (56)$$

由式(55)可得

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = - \frac{(n^2 - 1)}{E_s (n^2 - 1 + Y)} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (57)$$

将式(56)代入式(26)并整理可得

$$A' \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + B' \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - C' \bar{u} = 0 \quad (58)$$

其中:

$$A' = \frac{r_e^2 F_a k_v}{2k_m}; \quad (59)$$

$$B' = - \frac{\gamma_w r_e^2 F_a}{2k_m E_s} \frac{(n^2 - 1)}{(n^2 - 1 + Y)}; \quad (60)$$

$$C' = 1 \quad (61)$$

式(58)与式(34)具有相同的形式,采用相同的解答过程,可以得到不考虑非线性固结时地基的固结度为

$$U = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta'_m t} \quad (62)$$

$$\beta'_m = - \frac{A' \left(\frac{M}{H} \right)^2 + C'}{B'} \quad (63)$$

式(59)、(60)、(61)、(62)、(63)即为不考虑非线性的地基固结解。

通过对比可以看出,当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时的非线性固结解与线性固结解并不一致,还与桩土模量比及土体初始有效应力相关。这与以往的理论是不同的。

图5是不同桩土模量比时当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时的非线性固结解与线性固结解的比较,计算参数为 $n=4$, $s=2$, $H/r_c=40$, $k_{v0}/k_{v0}=2$, $\delta=0.4$, $q_0/\sigma'_{s0}=5$ 。从图可以看出,当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时,地基非线性固结度与线性固结度并不相等,而是地基非线性固结比线性固结要慢,并且桩土模量比越大,两者差距越大,当 $Y=20$ 时,最大相差约 18%。

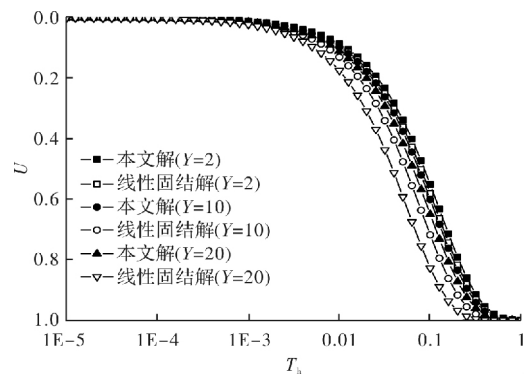


图5 不同桩土模量比时本文解与线性固结解的比较

Fig. 5 Comparisons between the present solution and the linear consolidation solution for different modulus ratios of pile to soil

图6是不同荷载初始应力比时当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时的非线性固结解与线性固结解的比较,计算参数为 $n=4$, $s=2$, $H/r_c=40$, $k_{m0}/k_{v0}=2$, $\delta=0.4$, $Y=10$ 。从图可以看出,当 $C_c/C_{kv}=1$, $C_c/C_{kh}=1$ 时,同样地有地基非线性固结比线性固结要慢,并且荷载初始应力比越大,两者差距越大。当 $q_0/\sigma'_{s0}=10$ 时,最大相差约 13%。

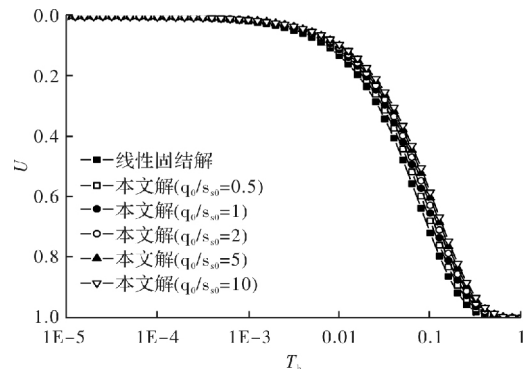


图6 不同荷载初始应力比时本文解与线性固结解的比较

Fig. 6 Comparisons between the present solution and the linear consolidation solution for different ratios of load to initial stress

碎石桩复合地基的非线性固结性状在已有文献[13-14]中进行了较多的论述, 在这里不再赘述. 与已有研究相比, 本文对碎石桩复合地基的非线性固结主要有以下几点改进完善: 一是考虑桩土模量比在固结过程中是变化的, 这是本文的核心创新点; 二是既考虑了地基的径向渗流也考虑了地基的竖向渗流; 三是考虑了水平渗透系数径向变化. 通过改进, 使得本文解析解更加符合工程实际, 有较好的理论及工程意义. 下面针对上述几点地基的非线性固结进行分析.

图 7(a)、7(b)是本文解与考虑桩土模量比不变情况下解的对比情况. 图中 C_c/C_k 表示 C_c/C_{kv} 及 C_c/C_{kh} .

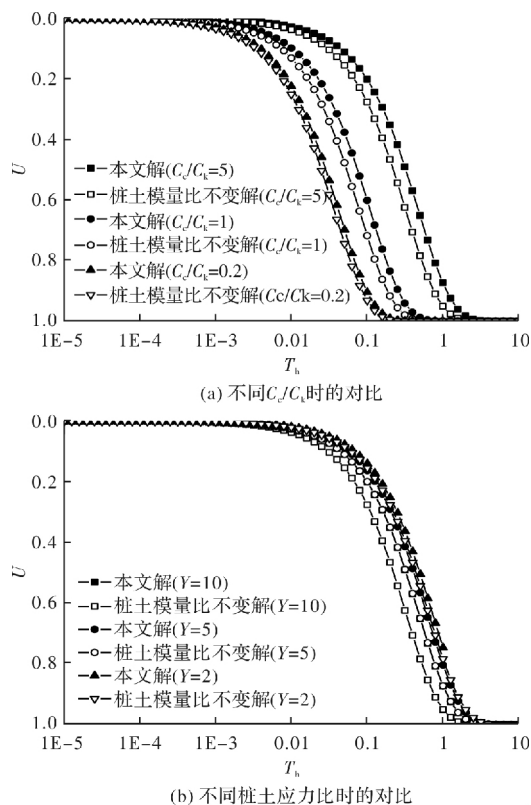


图 7 本文解与考虑桩土模量比不变情况下解的对比

Fig. 7 Comparison between the solution in this paper and that considering the invariable modulus ratio of pile to soil

图 7(a)的计算参数为 $n=4$, $s=2$, $H/r_c=40$, $k_{m0}/k_{v0}=2$, $\delta=0.4$, $q_0/\sigma'_{s0}=5$, $Y=10$. 图 7(b)的计算参数为 $n=4$, $s=2$, $H/r_c=40$, $k_{m0}/k_{v0}=2$, $\delta=0.4$, $q_0/\sigma'_{s0}=5$, $C_c/C_{kv}=C_c/C_{kh}=5$. 可以看出, 本文考虑桩土模量比随固结变化情况下的解比假设桩土模量比不变情况下固结要慢, 并且 C_c/C_{kv} 越小, 桩土初始模量比越大, 两者差距越大. 在图 7(a)中两者最大相差约 14%, 在图(b)中两则最大相差约 13%. 这是由于假设桩土模量比不变时, 桩体模量随固结增大, 高估了桩体分担的荷

载而低估了土体承担的荷载, 因此高估了地基的固结度. 另外, 从图可以看出, C_c/C_k 越大, 地基固结越慢, 桩土模量比 Y 越大, 地基固结越快.

图 8 是本文解与忽略竖向渗流情况下解的对比情况. 计算参数为 $n=4$, $s=2$, $\delta=0.4$, $q_0/\sigma'_{s0}=5$, $Y=10$, $C_c/C_{kv}=C_c/C_{kh}=5$. 可以看出, 忽略竖向渗流时固结最慢, k_m/k_v 越小, H/r_c 越小, 本文解与忽略竖向渗流时差别越大, 不过总体差别均不大, 均在 6% 以内, 这说明碎石桩复合地基以径向渗流为主.

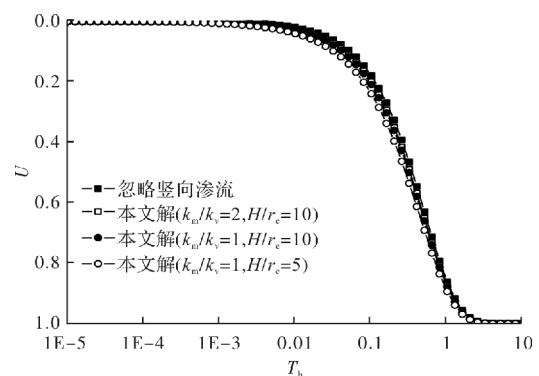


图 8 竖向渗流对固结度的影响

Fig. 8 The effect of vertical seepage on the degree of consolidation

图 9 是本文解与考虑地基扰动区水平渗透系数不变时解的对比情况. 计算参数为 $n=4$, $H/r_c=40$, $k_{m0}/k_{v0}=2$, $\delta=0.4$, $q_0/\sigma'_{s0}=5$, $Y=10$, $C_c/C_{kv}=C_c/C_{kh}=5$. 从图可以看出, 地基扰动区范围越大, 地基固结越慢; 本文考虑地基扰动区水平渗透系数线性变化比认为水平渗透系数不变要快, 在本图中, 两则最大相差约 10%.

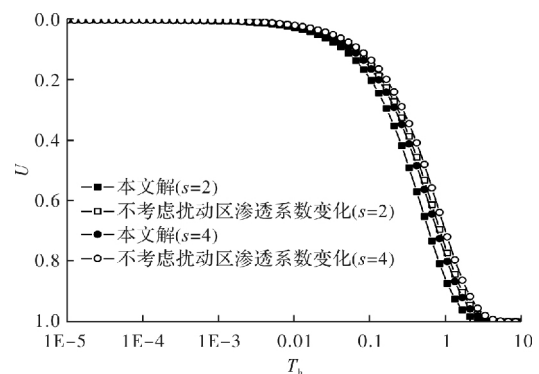


图 9 扰动区水平渗透系数模式对固结度的影响

Fig. 9 Influence of horizontal permeability coefficient model in disturbed zone on consolidation degree

4 结论

本文针对碎石桩复合地基非线性固结问题, 考虑桩土模量比随固结逐渐变化、地基径向及竖

向组合渗流、涂抹区土体渗透系数线性变化等复杂条件,得到了更加符合工程实际的地基非线性固结解析解.并对解进行了验证,对地基固结性状进行了分析,得到以下主要结论:

(1)在考虑桩土模量比随固结而不断变化情况下,当 $C_c/C_{kv}=1$ 、 $C_c/C_{bh}=1$ 时,地基非线性固结解与线性固结解不相等,还与桩土模量比及土体初始有效应力相关.这与以往的理论是不同的;

(2)本文考虑桩土模量比随固结变化情况下的解比假设桩土模量比不变情况下固结要慢.因此如果忽略桩土模量比在固结过程中的变化会高估地基的固结度;

(3)考虑地基扰动区水平渗透系数线性变化比认为水平渗透系数不变固结要快,传统理论假设扰动区水平渗透系数不变偏于保守.

参考文献 References

- [1] YOSHIKUNI H. Design and control of construction in the vertical drain method[M]. Tokyo: Gihoudou, 1979.
- [2] HAN J, YE S L. Simplified method for consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(7): 597-603.
- [3] HAN J, YE S L. A theoretical solution for consolidation rates of stone column-reinforced foundations accounting for smear and well resistance effects[J]. The International Journal of Geomechanics, 2002, 2(2): 135-151.
- [4] XIE K H, LU M M, HU A F, et al. A general theoretical solution for the consolidation of a composite foundation[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(1/2): 24-30.
- [5] XIE K H, LU M M, LIU G B. Equal strain consolidation for stone-column reinforced foundation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, 33(15): 1721-1735.
- [6] CASTRO J, SAGASETA C. Consolidation around stone columns. Influence of column deformation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, 33(7): 851-877.
- [7] LU M M, XIE K H, GUO B. Consolidation theory for a composite foundation considering radial and vertical flows within the column and the variation of soil permeability within the disturbed soil zone[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(2): 207-217.
- [8] 卢萌盟,谢康和,张玉国,陈国红.考虑施工扰动和荷载效应的复合地基固结解[J].岩土工程学报,2008,30(4): 549-554.
LU Mengmeng, XIE Kanghe, ZHANG Yuguo, et al. Theoretical solution for consolidation of composite foundations considering construction disturbance and loading effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(4): 549-554.
- [9] 张玉国,孙敏,谢康和.未打穿散体材料桩复合地基固结简化研究[J].岩土力学,2014, 35(5):1303-1310.
ZHANG Yuguo, SUN Min, XIE Kanghe. Study of simplifying solution to consolidation of composite ground with partially penetrated granular columns[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(5):1303-1310.
- [10] LEKHA K R, KRISHNASWAMY N R, BASAK P. Consolidation of clay by sand drain under time-dependent loading [J]. ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 1998; 124(1):91-94.
- [11] HAWLADER B C, IMAI G, MUHUNTHAN M. Numerical study of the factors affecting the consolidation of clay with vertical drains[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2002, 20(4):213-239.
- [12] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Radial consolidation of clay using compressibility indices and varying horizontal permeability [J]. Canadian Geotechnical Journal 2005; 42:1330-1341.
- [13] 卢萌盟.复杂条件下复合地基固结解析理论研究[D].杭州:浙江大学,2009.
LU Mengmeng. Analytical study on consolidation theory of composite ground under complicated conditions [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2009.
- [14] 卢萌盟,谢康和,王玉林,等.碎石桩复合地基非线性固结解析解[J].岩土力学. 2010,31(6): 1833-1840.
LU Mengmeng, XIE Kanghe, WANG Yulin, et al. Analytical solution for nonlinear consolidation of stone column reinforced composite ground[J]. Rock and Soil Mechanics. 2010,31(6): 1833-1840.
- [15] LEKHA K R, KRISHNASWAMY N R, BASAK P. Consolidation of clays for variable permeability and compressibility[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(11): 1001-1009.

(编辑 沈 波)