

纤维增强橡胶复合材料软体系统船撞吸能试验与模拟

赵凡¹, 方海¹, 梁志雯², 祝露¹, 韩娟¹, 王盛¹

(1. 南京工业大学 土木工程学院, 江苏 南京 211816; 2. 江苏省交通工程建设局, 江苏 南京 210004)

摘要: 针对传统桥梁防撞措施造价高、难修复、削减船撞力有限、易造成船舶损毁等不足, 本文提出了一种散粒体填充纤维增强橡胶复合材料软体系统, 探究碰撞荷载作用下该系统的变形和吸能性能。使用船舶模型分别对裸墩、设有散粒体填充纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统的桥墩进行了水平撞击试验; 建立该系统的有限元模型对其破坏过程进行数值分析, 并与试验结果对比。试验结果表明: 纤维增强橡胶复合材料软体在变形恢复和防破损方面具有显著的优势。参数分析结果表明: 直径 300 mm、400 mm、500 mm 纤维增强橡胶复合材料软体对撞击力的削减率分别为 25.87%、42.08%、58.77%, 软体直径对其撞击吸能性能有较大的影响。

关键词: 纤维增强橡胶复合材料; 撞击试验; 破坏模式; 吸能; 数值模拟

中图分类号: U443.26

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2022)02-0184-07

Experimental and numerical simulation on energy absorption in ship collision of fiber reinforced rubber composites soft body system

ZHAO Fan¹, FANG Hai¹, LIANG Zhiwen², ZHU Lu¹, HAN Juan¹, WANG Sheng¹

(1. College of Civil Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;

2. Jiangsu Provincial Transportation Engineering Construction Bureau, Nanjing 210004, China)

Abstract: In view of the shortcomings of traditional bridge anti-collision measures, such as high cost, high difficulty of repair, and limited reduction of ship collision force, which is easy to cause ship damage, this article proposes a bulk-filled fiber-reinforced rubber soft collision avoidance system to explore the deformation and energy absorption performance of the device under impact loading. The horizontal impact tests of bare pier and pier with fiber-reinforced rubber soft body system are carried out by using ship bow model. The nonlinear finite element model of the system is established to numerically analyze its failure process, and the results are compared with the experimental results. The test results show that the fiber reinforced soft body has obvious advantages in deformation recovery and damage prevention. The results of numerical analysis show that the reduction rate of impact force of fiber reinforced rubber soft body with diameter of 300 mm, 400 mm and 500 mm is 25.87%, 42.08% and 58.77% respectively. The soft body diameter has a great influence on the impact energy absorption performance.

Key words: fiber-reinforced rubber composite; impact test; failure mode; energy-absorbing; numerical simulation

当前国内外常用桥梁防撞设施, 如人工岛、群桩、钢套筒、橡胶护舷等, 存在占用航道多、撞损后难以修复、船撞力削减幅度有限等诸多弊端^[1-7], 因此, 采用新材料设计开发新型防撞系统具有重要意义。

针对以上传统材料防撞设施的局限性, 首创了纤维增强树脂基复合材料防撞系统^[8-11], 已应用于润扬长江大桥等 30 余座大型桥梁, 其具有比刚

度大、比强度高、可设计性好、耐腐蚀、吸能性能良好等优良性质, 但也存在弹性行程短、碰撞变形不可恢复、维修成本高等弊端^[12-17], 难以做到桥墩、船舶和防撞系统的三不损, 而早在 1976 年, 英国曾开发出一种立式柔性胶囊沙袋防护系统^[18], 用于抵御大吨位船舶撞击, 克服了传统防护工程造价高、维修和施工困难的缺点, 但该系统只适合水深不大、水流较缓、地质条件良好的

收稿日期: 2021-04-01

修改稿日期: 2021-04-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52078248); 江苏省杰出青年基金资助项目(BK20190034); 湖南省交通运输厅科技进步与创新计划基金资助项目(201916)

第一作者: 赵凡(1998—), 男, 硕士生, 从事复合材料结构研究. E-mail: 522422786@qq.com

通信作者: 方海(1981—), 男, 博士, 教授, 从事复合材料结构研究. E-mail: fanghainjut@163.com

桥址区域. 借鉴该防护系统的材料组成和吸能原理, 提出了一种散粒体填充纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统, 如图1. 该防撞系统的整体结构如图1(a)所示; 防撞系统包围桥墩漂浮于水面, 与桥墩无固定接触, 从而适应水位变化, 如图1(b)所示. 该结构主要由软体腔、腔内散粒体及腔外保护罩三部分组成. 软体腔为主体结构, 由纤维增强橡胶基复材薄壁软体材料制成, 为圆筒形. 散粒体密实填充于软体腔内部, 起主耗能作用. 防护罩以分段式结构包覆于软体腔外部, 对软体腔起保护作用, 如图1(c)所示.

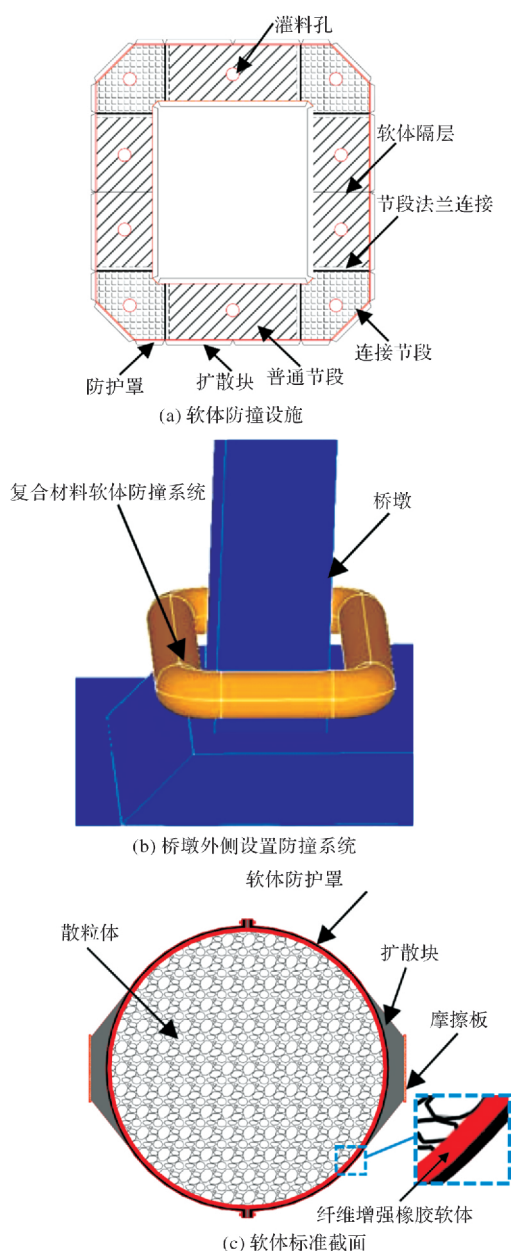


图1 纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统

Fig. 1 Fiber reinforced rubber composite anti-collision system

本文为研究散粒体填充纤维增强橡胶复合材料软体系统的撞击吸能特性, 进行了裸墩、设有

纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统桥墩的水平撞击试验, 并与有限元模拟结果对比, 验证有限元模型的正确性, 进而利用数值分析研究不同直径纤维增强橡胶复合材料软体的防撞性能, 为该结构在桥梁防船撞领域的应用提供参考.

1 材性试验

1.1 试验依据及方法

试验采用5 mm厚度的纤维增强橡胶复合材料, 内部组成为四层纤维布五层橡胶, 纤维布和橡胶之间采用热黏合. 拉伸性能试验参照国家标准《硫化橡胶和热塑性橡胶拉伸性的测定》(GB/T 528—92)进行, 拉伸试件尺寸取115 mm×6 mm (狭小平行部分宽)×25 mm, 两个夹持端通过粘贴2 mm厚的加强片增大咬合力, 拉伸试件数量为3个, 试验加载速度设为2 mm/min.

1.2 试验结果

试验过程中纤维布先断裂, 发出“噼啪”声, 最后橡胶开始断裂, 见图2. 从另一方面也说明了橡胶的延展性强, 而纤维布的主要作用是提高拉伸强度. 纤维增强橡胶复合材料的应力—应变曲线见图3. 取三个试件试验结果的平均值可得5 mm厚纤维增强橡胶复合材料伸长率为4.93%, 拉伸强度为106.45 MPa, 弹性模量为493.73 MPa, 其拉伸过程近似呈线弹性.

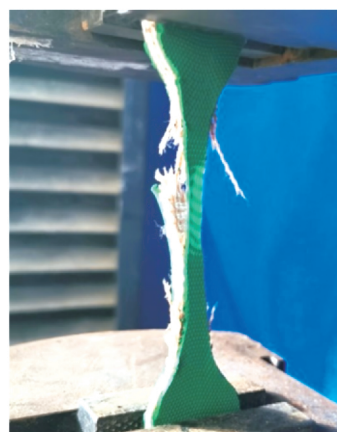


图2 纤维增强橡胶复合材料拉伸试验

Fig. 2 Tensile test of fiber reinforced rubber composites

2 撞击试验

2.1 试件设计

2.1.1 纤维增强橡胶复合材料软体系统设计

软体系统的尺寸及软体层厚度根据实际尺寸按照1:10的比例缩比, 其直径为300 mm, 迎撞侧宽度为800 mm. 纤维增强橡胶复合材料厚度

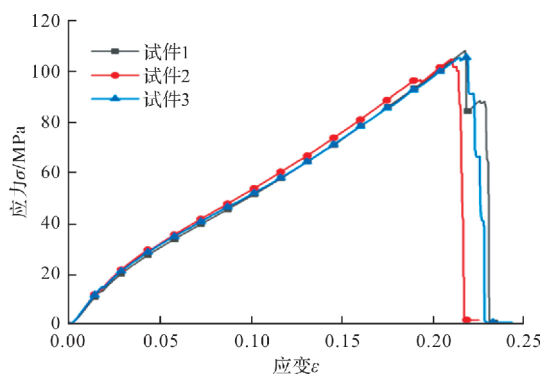


图3 纤维增强橡胶复合材料应力—应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curves of fiber reinforced rubber composite of 5 mm, 内部组成为四层纤维布五层橡胶, 如图4, 纤维布和橡胶之间采用热黏合, 选用粒径10 mm以下的陶粒作为内部填充料, 如图5, 软体悬挂在桥墩前方以模拟软体漂浮于水面的状态, 如图6.

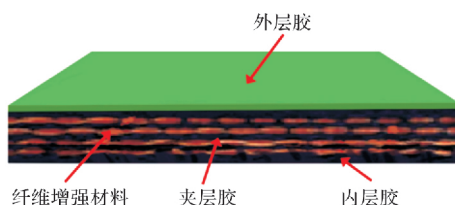


图4 纤维增强橡胶复合材料

Fig. 4 Fiber reinforced rubber composite

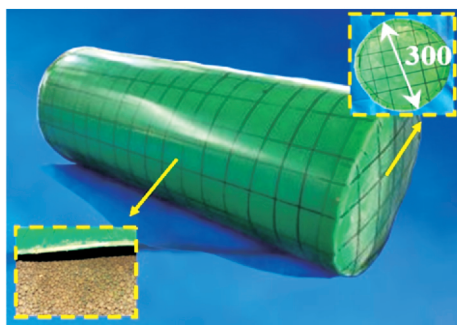


图5 纤维增强橡胶复合材料软体系统

Fig. 5 Fiber reinforced rubber composites soft body system

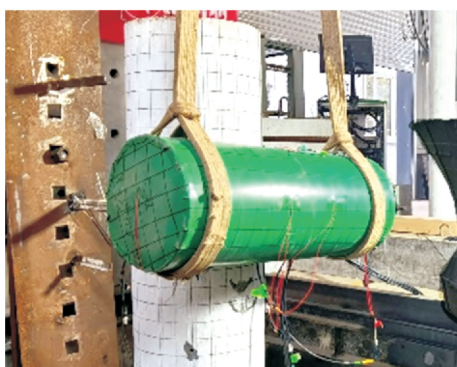
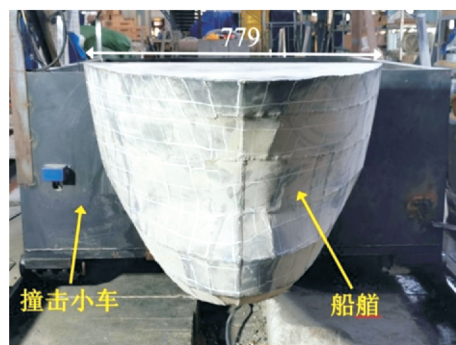


图6 桥墩前方设置复合材料软体系统

Fig. 6 Soft body system in front of bridge pier

2.1.2 船舶设计

本试验船舶模型的原型为5 000DWT货轮, 模型采用与船舶同样材性的钢板按照实际尺寸的1:10比例缩比制作, 通过抗弯刚度等效简化实际船舶内加劲肋等结构, 确定船舶缩尺模型各层钢板以及外壳钢板厚度均为1.5 mm, 钢板之间采用氩弧焊连接, 船舶模型质量为34 kg, 船舶与撞击刚性小车之间通过焊接连接.



(a) 船舶正视图



(b) 船舶侧视图

图7 船舶模型

Fig. 7 Model of the ship bow

2.2 水平撞击试验

2.2.1 试验设备及采集系统

本试验在南京工业大学230 kJ落锤试验机上进行, 水平撞击试验系统主要包括落锤、小车、导轨、反力墙等部分. 落锤试验机型号为DTM2234-11, 最大提升高度20 m, 可提供最大230 000 J的冲击能量. 通过滑轮将落锤的部分重力势能转化为小车的动能. 小车质量为1 580 kg, 小车和船头总质量为1 614 kg, 撞击处距基础顶面600 mm, 小车前端刚性撞击头尺寸为580 mm×200 mm×100 mm. 水平撞击试验系统布置如图8.

试验测量的数据包括水平撞击力和撞击速度. 动态数据采集系统包括力传感器、速度采集器、电荷放大器、数据采集箱等. 撞击力基于力传感器上应变变化转换采集得到, 力传感器的精度等级为0.5级, 其固有频率为200 kHz, 信号经DH3840程控应变放大器放大后输入到动态数据采

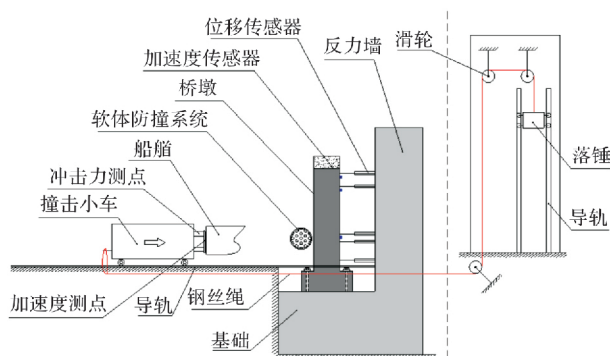


图8 水平撞击试验系统

Fig. 8 Horizontal impact test system

集仪. 速度采集的精度等级为0.5级, 采用双束激光测量. 撞击过程通过高速摄像机拍摄, 型号为索尼 NEX-FS700RH, 每秒帧数 400FPS.

2.2.2 试验工况

本试验船舶-小车撞击体质量为 1.614 t, 撞击速度为 2 m/s, 桥墩为整体现浇桥墩, 根据有无防撞设施设置裸墩(RC)、设有散粒体填充纤维增强橡胶复合材料软体系统墩(FRRC)两种试验工况.

2.2.3 试验结果分析

图9给出了两种工况的撞击力-时程曲线. 当速度为 2 m/s 时, 裸墩承受的撞击力最大值为 92.15 kN, 船舶接触桥墩后上翘, 船舶前端出现溃缩, 如图10.

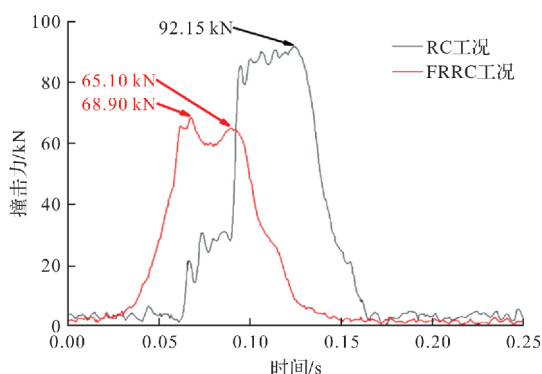
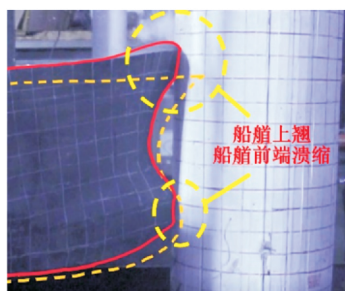
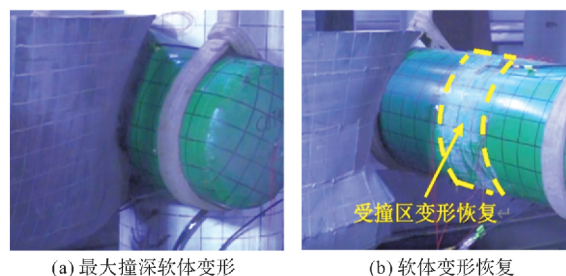
图9 两种工况下的撞击力-时程曲线 ($v=2$ m/s)Fig. 9 Impact force-time histories curves under two working conditions ($v=2$ m/s)

图10 RC工况水平撞击试验

Fig. 10 Horizontal impact test under RC

设有纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统的桥墩承受的撞击力最大值为 68.90 kN, 其撞击力时程曲线出现了两个峰值. 第一个峰值为 68.90 kN, 出现在 0.067 s 处, 为船头与纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统碰撞时产生, 经过纤维增强橡胶复合材料软体溃缩及陶粒破碎摩擦压缩后, 船头与墩身碰撞, 于 0.090 s 出现第二个峰值, 为 65.10 kN. 纤维增强橡胶复合材料软体防撞系统对撞击力最大值的削减率为 25.23%. 纤维增强橡胶复合材料软体系统在受到撞击后能很快恢复变形, 表面没有明显破损, 小车被反弹距离较远, 如图11(b)所示, 该纤维增强橡胶复合材料软体系统能够有效吸收撞击产生的能量.



(a) 最大撞深软体变形

(b) 软体变形恢复

图11 FRRC工况水平撞击试验

Fig. 11 Horizontal impact test under FRRC

3 撞击试验有限元模拟

3.1 有限元模型

采用 ANSYS 软件建立水平撞击试验有限元模型, 船舶和复合材料软体采用 Shell163 壳单元 (4 结点单元, 具有 6 个自由度, 包括 x 、 y 、 z 方向的位移自由度和绕 x 、 y 、 z 轴的转动自由度). 船身、陶粒和桥墩取用 Solid164 三维实体单元 (8 个节点 3 维显示单元, 各节点有 x 、 y 、 z 方向的平移、速度和加速度 3 个自由度).

在动力显式分析软件 LS-DYNA 中模拟分析, 并基于后处理软件 LS-PREPOST 对计算结果进行处理. 陶粒采用 * MAT _ CRUSHABLE _ FOAM 单元模拟, 其密度为 5 350 kg/m³, 弹性模量为 12 GPa, 泊松比为 0.25, 并输入陶粒的压缩应力-应变曲线, 曲线由筒压试验测得 (图12). 软体层 5 mm 厚纤维增强橡胶采用 * MAT _ ELASTIC 单元模拟, 其密度为 1 350 kg/m³, 泊松比为 0.32, 弹性模量由拉伸试验测得为 493.73 GPa; 钢船舶、钢块车身及桥墩采用 * MAT _ PLASTIC _ KINEMATIC 单元模拟, 其中, 钢船舶材料的最大失效应变为 0.35^[19].

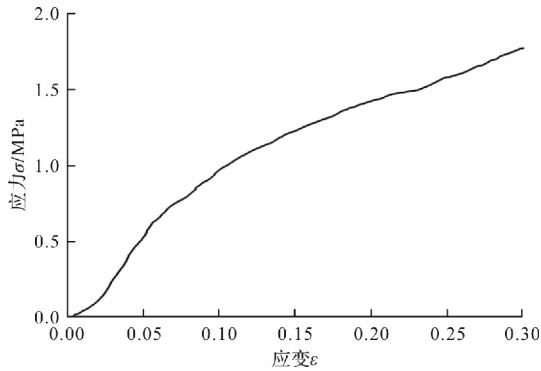


图 12 陶粒压缩应力-应变曲线

Fig. 12 Stress-strain curve of ceramsite

桥墩在网格划分时采用统一的 30 mm 的六面体网格尺寸. 船艏部分网格尺寸为 30 mm, 陶粒和软体层网格尺寸为 20 mm, 由于其余部分远离撞击区域, 为提高计算效率, 船身和钢块网格尺寸为 40 mm. 本模型包含两个接触对, 即软体与桥墩间的相互接触、撞击体与软体间的相互接触, 接触参数见表 1.

表 1 接触参数

Tab. 1 Contact parameters

接触部分	参数	数值
软体-桥墩	静摩擦系数	0.15
	主面刚度罚因子	0.15
	从面刚度罚因子	1
撞击体-软体	静摩擦系数	0.15
	动摩擦系数	0.15
	从面刚度罚因子	1

3.2 有限元结果分析

有限元模拟所设工况和模型试验一致, 主要对比有限元模拟和模型试验的撞击力时程曲线和软体变形形态, 验证有限元计算的准确性.

如图 13 所示, RC 工况下, 试验的撞击力最大值为 92.15 kN, 有限元模拟的撞击力最大值为 105.91 kN, 两者相对误差为 14.93%; 试验和有限元模拟的撞击持续时间基本相同, 分别为 0.103 s 和 0.119 s, 撞击力时程曲线趋势基本吻合. FRRC 工况下, 试验的撞击力最大值为 68.90 kN, 有限元模拟的撞击力最大值为 78.51 kN, 两者相对误

差为 13.95%. 试验和有限元模拟的撞击持续时间基本相同, 分别为 0.150 s 和 0.152 s. 如图 14 所示, 构件的变形形态也基本相同. 由表 2 可知, 该纤维增强橡胶复合材料软体系统对船撞力的削减率在试验中为 25.23%, 在有限元模拟时为 25.87%, 二者误差仅为 2.5%. RC 工况下, 船艏溃缩吸能, 吸能试验值为 1 632.85 J, 模拟值为 1 801.53 J, 相对误差为 10.33%, FRRC 工况下, 船艏溃缩量较小, 吸能主要由软体系统承担, 吸能试验值为 3 038.51 J, 模拟值为 3 121.76 J, 相对误差为 2.74%. 从上述结果可以看出, 有限元模拟的撞击力-时程曲线的趋势与试验基本一致, 两个工况的试验值和有限元模拟值的误差也都在 20% 以内, 船撞力削减率的试验值和模拟值相对误差很小, 从而验证了有限元模型的准确性.

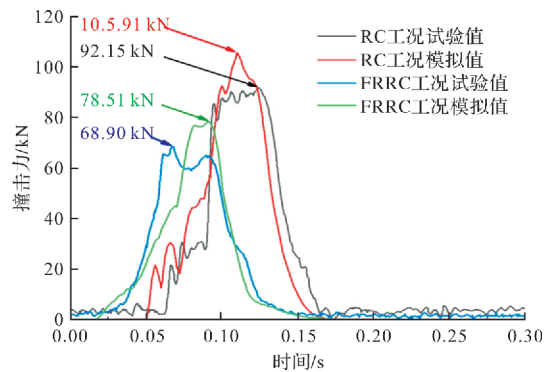


图 13 有限元模拟与模型试验撞击力-时程曲线对比

Fig. 13 Comparison of impact force-time curves between

FE analysis and impact test

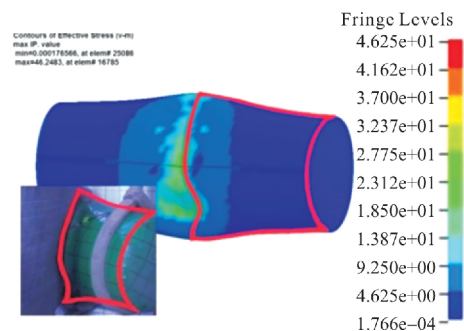


图 14 有限元与试验构件变形状态对比

Fig. 14 Comparison between FE analysis and impact test

表 2 撞击试验值与有限元值结果对比

Tab. 2 Comparison of results between horizontal impact test and FE analysis

工况	撞击速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	撞击力/kN		误差/%	系统吸能总量/J		误差/%
		试验值	有限元值		试验值	有限元值	
RC	2	92.15	105.91	14.93	1 632.85	1 801.53	10.33
FRRC	2	68.90	78.51	13.95	3 038.51	3 121.76	2.74

3.3 参数分析

在验证有限元模型可靠性后,分别对设有直径为30 cm、40 cm、50 cm的纤维增强橡胶复合材料软体的桥墩建立有限元模型,进一步对比不同直径纤维增强橡胶复合材料软体系统的吸能效果,图15为三种工况的撞击力-时程曲线,以撞击力出现点为起始点,曲线下降段出现拐点为终止点,三种工况的撞击持续时间分别为0.103 s、0.112 s、0.129 s,即随着软体直径的增大,撞击持续时间也会增大,相应地撞击力峰值降低,对水平撞击力峰值的削减率分别为25.87%、42.08%、58.77%。无软体工况下,船艏溃缩能量吸收率为55.81%,设置软体后能量吸收率提高显著且船艏无明显溃缩。筒径30 cm软体工况下,能量吸收率达96.71%,筒径40 cm和筒径50 cm软体工况下能量吸收率可达100%。综上可知,纤维增强橡胶复合材料软体的直径对其撞击吸能特性有着显著影响,撞击力削减率与软体直径基本呈线性关系,直径每增大10 cm,船撞力削减率增大约16%。软体吸能效果显著,同时对船舶起到了很好的保护作用。

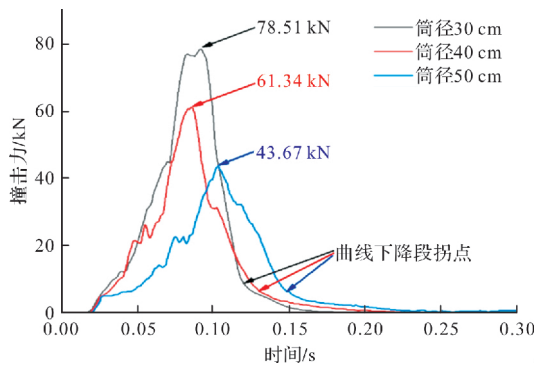


图15 三种工况下撞击力-时程曲线对比

Fig. 15 Comparison of impact force-time curves under three working conditions

表3 参数分析结果

Tab. 3 Parameter analysis results

工况	撞击力峰值/kN	削减率/%	能量吸收值/J	能量吸收率/%
无软体	105.91	/	1 801.53	55.81
筒径30 cm	78.51	25.87	3 121.76	96.71
筒径40 cm	61.34	42.08	3 215.81	100
筒径50 cm	43.67	58.77	3 141.10	100

4 结论

针对纤维增强橡胶复合材料软体系统进行的水平撞击试验,对比验证了有限元模型,并利用

该模型进行了参数分析,得出以下结论:

(1)模拟结果中荷载-时程曲线的趋势与试验基本一致,软体受撞击后变形形态也与试验一致,水平撞击模拟结果和试验结果对比的误差在20%以内,尤其在撞击力削减率上,试验值为25.23%,模拟值为25.87%,误差仅为2.5%,从而验证了有限元模型的有效性与准确性;

(2)根据撞击试验结果,该软体系统受撞后产生明显变形,撞击处耗能填充料呈现破碎状,但软体受撞后能迅速回弹,且表面无明显破坏,相比于纤维增强树脂基复合材料受撞后表面易破坏且变形不可恢复的弊端,纤维增强橡胶复合材料软体具有非常显著的优势;

(3)根据参数分析结果,三种工况的撞击力峰值分别为78.15 kN、61.34 kN、43.67 kN,撞击力峰值削减幅度分别达到25.87%、42.08%、58.77%,该纤维增强橡胶复合材料软体系统能够耗散大部分能量,撞击吸能效果显著,对船舶起到很好的保护作用,软体直径对其撞击吸能性能有较大的影响。

为进一步研究纤维增强橡胶复合材料软体系统的撞击吸能特性,还需考虑撞击次数、耗能填充料、纤维增强橡胶复合材料软体面层等因素的影响。

参考文献 References

[1] 谢兰捷,郑振飞,卓卫东. 泉州后渚大桥防撞岛结构试验与分析研究[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2004(3): 349-352.
XIE Lanjie, ZHENG Zhenfei, ZHUO Weidong. Testing and analytical study on anti-collision island of Houzhu Bridge of Quanzhou[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science), 2004(3): 349-352.
[2] 张景峰,李小珍. 钢套筒-群桩组合防撞结构防撞性能仿真分析[J]. 桥梁建设, 2018, 48(6): 47-52.
ZHANG Jingfeng, LI Xiaozhen. Simulation analysis on anticollision property of steel fender box-pile group composite protective structure[J]. Bridge Construction, 2018, 48(6): 47-52.
[3] 李干华,王大展. 各种橡胶护舷防撞装置在修船码头的应用分析[J]. 广东造船, 2009, 28(6): 57-59.
LI Ganhua, WANG Dazhan. Application study on rubber fender in ship repair wharf[J]. Guangdong Shipbuilding, 2009, 28(6): 57-59.
[4] 潘晋,张敏,许明财. 桥梁防船撞钢套筒的碰撞力快速估算[J]. 振动与冲击, 2014, 33(8): 66-71.
PAN Jin, ZHANG Min, XU Mingcai. Rapid estimation of collision force of steel sleeve for ship collision resistance of bridge[J]. Vibration and Shock, 2014, 33(8): 66-71.

- tion of collision force between a ship and a steel box for bridge protection[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(8): 66-71.
- [5] FAN W, YUAN W, CHEN BS. Steel fender limitations and improvements for bridge protection in ship collisions[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2015, 20(12): 1-9.
- [6] 贾恩实. 平潭海峡公铁两用大桥元洪航道桥 V 形防撞梁设计[J]. *桥梁建设*, 2018, 48(3): 90-94.
JIA Enshi. Design of V-shaped anti-impact beam of Yuanhong ship channel bridge of Pingtan straits railcum-road bridge[J]. *Bridge Construction*, 2018, 48(3): 90-94.
- [7] 鲍莉霞, 刘赛博, 肖晨, 等. 桥梁防船撞波纹钢夹层吸能结构碰撞性研究[J]. *桥梁建设*, 2019, 49(5): 57-62.
BAO Lixia, LIU Saibo, XIAO Chen, et al. Study of collision resistance of energy absorbing structure with corrugated steel sandwich panels used for ship collision protection of bridges[J]. *Bridge Construction*, 2019, 49(5): 57-62.
- [8] 刘伟庆, 方海, 祝露, 等. 船-桥碰撞力理论分析及复合材料防撞系统[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2013, 43(5): 1080-1086.
LIU Weiqing, FANG Hai, ZHU Lu, et al. Ship-bridge collision force mechanism and composite anti-collision system[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2013, 43(5): 1080-1086.
- [9] FANG H, MAO Y, LIU WQ, et al. Manufacturing and evaluation of large-scale composite bumper system for bridge pier protection against ship collision[J]. *Composite Structures*, 2016, 158: 187-198.
- [10] CHEN JY, FANG H, LIU WQ, et al. Energy absorption of foam-filled multi-cell composite panels under quasi-static compression[J]. *Composites Part B*, 2018, 153: 295-305.
- [11] ZHU L, LIU WQ, FANG H, et al. Design and simulation of innovative foam-filled lattice composite bumper system for bridge protection in ship collisions[J]. *Composites Part B*, 2018, 157: 24-35.
- [12] ZHANG J, SUPERNAK P, Mueller-Alander S, et al. Improving the bending strength and energy absorption of corrugated sandwich composite structure[J]. *Material & Design*, 2013, 52: 767-773.
- [13] WU ZM, LIU WQ, WANG L, et al. Theoretical and experimental study of foam-filled lattice composite panels under quasi-static compression loading [J]. *Composites Part B*, 2014, 60: 329-340.
- [14] 项燕飞. 能量吸收材料与结构的评价指标[D]. 宁波: 宁波大学, 2014.
XIANG Yanfei. Key performance Indicator (KPIs) of energy absorption of materials and structures [D]. Ningbo: Ningbo University, 2014.
- [15] Ahmadi S A, Pashaei M H, Jafari-Talookolaei R A. Three-dimensional elastic-plastic pulse response and energy absorption of curved composite sandwich panel using DQ-Newmark method [J]. *Engineering Structures*, 2019, 189: 111-128.
- [16] MITRA N, PATRA A, MONDAL S, et al. Interfacial delamination crack profile estimation in polymer foam-cored sandwich composites [J]. *Engineering Structures*, 2019, 189: 635-643.
- [17] ZHANG Z, LEI H S, XU M C, et al. Out-of-plane compressive performance and energy absorption of multi-layer graded sinusoidal corrugated sandwich panels[J]. *Materials & Design*, 2019, 178: 107858.
- [18] 杨渡军. 桥梁的防撞保护系统及其设计[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990.
YANG Du-jun. Collision protection system of bridge and its design [M]. Beijing: China Communications Press, 1990.
- [19] 冒一锋, 刘伟庆, 周叮, 等. 船桥碰撞时船艏的刚度简化模型[J]. *南京工业大学学报(自然科学版)*, 2015, 37(5): 67-72.
MAO Yifeng, LIU Weiqing, ZHOU Ding, et al. Stiffness simplified model of bow in ship bridge collision[J]. *Journal of Nanjing Tech University (Natural Science Edition)*, 2015, 37(5): 67-72.

(编辑 沈 波)