

基于设计值法的结构可靠性设计实用性研究

姚继涛^{1,2}, 王泉雄^{1,2}, 杨 成^{1,2}

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 西安建筑科技大学 结构工程与抗震教育部重点实验室, 陕西 西安 710055)

摘要: 目前, 结构设计主要采用基于概率的分项系数法, 而随着材料强度、施工工艺、设备性能的改善以及荷载作用的变化, 该法在使用过程中因分项系数的取值固定而缺乏灵活性、通用性、并且可靠度控制精度不足。为此, 国际上提出了设计值法。该法可从根本上解决目前设计方法的缺陷, 但仍缺乏足够的工程实用性, 尚未全面推广。鉴于此, 根据工程设计习惯, 以结构可靠度理论和设计值法为基础, 建立基于设计值法的实用设计表达式, 并结合工程实际给新的设计表达式选取最优的灵敏度系数, 从而建立新的实用性设计值法的应用研究理论。结果表明, 新的实用设计值法在工程应用中提高了可靠度控制精度和实用性。

关键词: 分项系数法; 设计值法; 灵敏度系数; 实用设计表达式

中图分类号: TU318

文献标志码: A

文章编号: 1006-7930(2024)04-0475-08

Practical study of structural reliability design based on design value method

YAO Jitao^{1,2}, WANG Xiaoxiong^{1,2}, YANG Cheng^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Xi'an Univ. of Arch. & Tech., Xi'an 710055, China;

2. Key Lab of Structural Engineering and Earthquake Resistance, Ministry of Education(XAUAT), Xi'an 710055, China)

Abstract: At present, the design of structures mainly adopts the probability based partial coefficient method. However, with the improvement of material strength, construction technology, equipment performance, and changes in load effects, this method lacks flexibility, universality, and reliability control accuracy due to the fixed values of partial coefficients in the application process. For this reason, the design value method is proposed internationally. The method can fundamentally solve the defects of the current design method, but it still lacks sufficient engineering practicability and has not been fully promoted. In view of this, according to the current engineering design habits, a practical design expression based on the design value method is established on the basis of the structure reliability theory and the current design value method, and the optimal sensitivity coefficients are selected for the new design expressions in combination with engineering practice, so as to establish the application research theory of the new practical design value method. The results show that the new practical design value method improves the reliability control accuracy and practicality in engineering applications.

Key words: partial factors method; design value method; sensitivity factor; practical design expressions

目前, 在结构可靠性设计方面, 国内外较为认可的是基于概率的分项系数法^[1-4], 然而, 在工程实践中, 由于分项系数是经过大量工程实际拟合而来, 其取值单一且固定, 导致该法已暴露出灵活性和通用性不足且缺乏足够的可靠度控制精度^[5]。在《建筑结构可靠性设计统一标准》(GB 50153—2008)^[6]中, 建筑结构永久荷载的分项系数由 1.2 调整为 1.3, 可变荷载的分项系数由 1.4 调整为 1.5, 这充分说明荷载作用对应的分项系数是

需要变化的。此外, 文献[7-10]对住宅结构楼面荷载以及构件抗力进行调查与统计分析, 结果表明结构性能和荷载作用的概率特性改变了原先随机变量概率特性的变化范围, 使目前的部分系数不再适用, 暴露出其灵活性、通用性较低的问题。文献[11]在双 T 板受弯性能研究中表明, 以分项系数法设计时, 实际值与设计值最大偏差可达 14%, 裂缝宽度计算值则低于 16%, 表明以分项系数法设计时, 其可靠度控制精度不足。鉴于分

收稿日期: 2023-05-31

修回日期: 2024-05-27

基金项目: 国家自然科学基金(51278401)

第一作者: 姚继涛(1965—), 男, 博士, 教授, 博导, 主要研究方向为工程结构可靠性。E-mail: yaojitaol224@163.com

通信作者: 王泉雄(1999—), 男, 硕士生, 主要从事工程结构可靠性设计方面研究。E-mail: 1931853680@qq.com

项系数法的不足, 国际标准《结构可靠性总原则》(ISO 2394: 2015)^[12]中针对承载能力极限状态设计提出了基于概率的设计值法. 该法直接建立了基本变量设计值与基本变量概率特性、目标可靠指标和设计使用年限之间的一般函数关系, 也可直接引用作用和结构性能的最新统计结果.

在设计值法的研究过程中, 文献[13-14]中介绍了设计值法中的可靠指标计算的JC法和随机过程组合法. 文献[15-16]将国际上设计值法中的灵敏度系数进行优化, 提高了可靠度控制精度, 文献[17-18]根据计算可靠指标的一次二阶矩法建立了结构安全性与适用性的设计表达式, 但是公式复杂且未考虑到工程应用的实用性. 因此, 根据设计值法的基本原理, 提出与目前工程习惯相符的设计方法, 通过建立两种极限状态的实用设计表达式, 选取精确度更高的可靠度控制方式和灵敏度系数, 将理论性的设计值法更好的应用到工程实际.

1 设计值法的基本原理

考虑一般情况, 假定 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 为结构设计中的 n 个基本变量, 其概率特性已知, 则结构的功能函数为

$$Z = g(X_1, X_2, \cdots, X_n) \quad (1)$$

则结构的实用设计表达式可表示为

$$g(x_{1d}, x_{2d}, \cdots, x_{nd}) \geq 0 \quad (2)$$

式中: $x_{1d}, x_{2d}, \cdots, x_{nd}$ 为基本变量 X_1, X_2, \cdots, X_n 的设计值.

按照目前的工程习惯, 可将式(2)表示为

$$g(\gamma_{X_1} x_{1k}, \gamma_{X_2} x_{2k}, \cdots, \gamma_{X_n} x_{nk}) \geq 0 \quad (3)$$

式中: $\gamma_{X_1}, \gamma_{X_2}, \cdots, \gamma_{X_n}$ 为基本变量 X_1, X_2, \cdots, X_n 的分项系数; $x_{1k}, x_{2k}, \cdots, x_{nk}$ 为变量的标准值. 由于验算点是极限状态曲面上最有可能失效的点, 故 $x_{1d}, x_{2d}, \cdots, x_{nd}$ 应取为基本变量 X_1, X_2, \cdots, X_n 的验算点值 $x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*$. 故按设计值法确定基本变量的设计值为

$$x_{id} = x_i^* = F_{X_i}^{-1}[\Phi(-\alpha_{X_i}^* \beta_t)], i=1, 2, \cdots, n \quad (4)$$

式中: $F_{X_i}^{-1}(\cdot)$ 为 X_i 的概率分布函数的反函数; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态概率分布的分布函数; β_t 为目标可靠指标; $\alpha_{X_i}^*$ 为变量 X_i 的灵敏度系数.

对于变量 X_i , 可根据其标准值确定分项系数. 作用效应和抗力的分项系数分别为

$$\gamma_{x_i} = \frac{x_{id}}{x_k} = \frac{F_{X_i}^{-1}[\Phi(-\alpha_{X_i}^* \beta_t)]}{x_k} \quad (5)$$

$$\gamma_{x_j} = \frac{x_k}{x_{jd}} = \frac{x_k}{F_{X_j}^{-1}[\Phi(-\alpha_{X_j}^* \beta_t)]} \quad (6)$$

$$x_k = \mu_X / \chi_X \quad (7)$$

式中: μ_X, χ_X 分别为基本变量的 X 均值系数、变异系数.

由式(5)和式(6)可知, 基本变量的分项系数与变量的分布类型、分布参数、灵敏度系数的取值以及目标可靠指标有关; 对于抗力和作用效应, 灵敏度系数分别取正、负值; 当目标可靠指标越大, 抗力的设计值越小, 分项系数越大, 而作用效应的设计值越大, 分项系数越大, 材料用量越多.

2 实用设计表达式研究

2.1 承载能力极限状态设计表达式

对于承载能力极限状态设计, 标准 GB 50068—2018^[6]规定了三种组合: 基本组合、偶然组合和地震组合. 其中, 基本组合用于持久设计状况以及短暂设计状况; 偶然组合和地震组合分别用于偶然设计、地震设计状况. 仅考虑基本组合的情况, 为简化分析, 不考虑材料性能、弹性模量等相关结构性能不确定性对作用效应的影响.

基本组合时, 设计值表达的结构设计表达式为

$$\eta_{sd} S(G_d + P_d + Q_{id} + \sum_{j < i} Q_{jd} + \sum_{j > i} Q_{jd}) \leq R_d \quad (8)$$

将基本变量的设计值以分项系数和标准值的形式表达, 有

$$G_d = \gamma_G G_k \quad (9)$$

$$P_d = \gamma_P P \quad (10)$$

$$R_d = R_k / \gamma_R \quad (11)$$

$$Q_{id} = \gamma_{Q_i} Q_{ik} \quad (12)$$

$$Q_{jd} = \gamma_{Q_j} Q_{jk} (j < i) \quad (13)$$

$$\eta_{sd} = \gamma_{\eta_s} \eta_{sk} (j > i) \quad (14)$$

$$Q_{jd} = \gamma_{Q_j} Q_{jk} \quad (15)$$

则式(8)可写为

$$\gamma_{\eta_s} \eta_{sk} S(\gamma_G G_k + \gamma_P P + \gamma_{Q_i} Q_{ik} + \sum_{j < i} \gamma_{Q_j} Q_{jk} + \sum_{j > i} \gamma_{Q_j} Q_{jk}) \leq \frac{R_d}{\gamma_R} \quad (16)$$

式中: $S(\cdot)$ 为作用组合的效应函数; $\gamma_{\eta_s}, \gamma_G, \gamma_P, \gamma_{Q_i}, \gamma_{Q_j}, \gamma_R$ 为相应基本变量的分项系数; $R_k, G_k, Q_{ik}, Q_{jk}, \eta_{sk}$ 为相应基本变量的标准值; P 为预应力作用的有关代表值. 根据基本变量的概率分布函数, 可按式(5)、式(6)确定分项系数, 如下所示.

$$\gamma_R = \frac{\mu_R / \chi_R}{F_R^{-1}[\Phi(-\alpha_R^* \beta)]} =$$

$$\frac{\sqrt{1+\delta_R^2}}{\chi_R} \exp[\alpha_R^* \beta \sqrt{\ln(1+\delta_R^2)}] \quad (17)$$

$$\gamma_G = \frac{F_G^{-1}[\Phi(-\alpha_G^* \beta)]}{\mu_G / \chi_G} = \mu_G (1 - \alpha_G^* \delta_{G\beta}) \quad (18)$$

$$\gamma_P = \frac{F_P^{-1}[\Phi(-\alpha_P^* \beta)]}{\mu_P / \chi_P} = \mu_P (1 - \alpha_P^* \delta_{P\beta}) \quad (19)$$

$$\gamma_{Q_j} = \frac{F_{Q_j}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)]}{\mu_{Q_j} / \chi_{Q_j}} = \chi_{Q_j} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_j} \ln \frac{-0.5616 \tau_j / T_0}{\ln \Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)} \right], (j < i) \quad (20)$$

$$\gamma_{Q_i} = \frac{F_{Q_i}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)]}{\mu_{Q_i} / \chi_{Q_i}} = \chi_{Q_i} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_i} \ln \frac{-0.5616 T / T_0}{\ln \Phi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)} \right] \quad (21)$$

$$\gamma_{Q_j} = \frac{F_{Q_j}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)]}{\mu_{Q_j} / \chi_{Q_j}} = \chi_{Q_j} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_j} \ln \frac{-0.5616 \tau_{j-1} / T_0}{\ln \Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)} \right], (j > i) \quad (22)$$

$$\gamma_{\eta_i} = \chi_{\eta_i} (1 - \alpha_{\eta_i}^* \delta_{\eta_i} \beta) \quad (23)$$

式中: $F_X^{-1}(\cdot)$ 为基本变量概率分布函数的反函数; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数; τ_j 、 τ_{j-1} 分为可变作用的时段长度; $j > i$ 为可变作用 Q_j 排在可变作用 Q_i 之前的情况; $j < i$ 为可变作用 Q_j 排在可变作用 Q_i 之后的情况; χ_{X_i} 、 δ_{X_i} 为基本变量 X_i 的均值系数和变异系数; $\alpha_{X_i}^*$ 为灵敏度系数。

2.2 正常使用极限状态设计表达式

目前,规范中正常使用极限状态设计表达式采用的分项系数均为1,这样的分项系数在设计应用中虽然简单,但控制荷载组合后的可靠度水平精确度低^[19]。这也是我国大量建筑出现裂缝、挠度以及耐久性不足而安全性却满足的设计问题之一,因此同样需要对正常使用极限状态设计进行优化。结合设计值法进行的设计表达式研究,在正常使用极限状态设计中,作用组合方式包括标准组合、频遇组合和准永久组合三种。不同的组合方式适用于不同的极限状态,如混凝土构件的裂缝控制极限状态设计中,应分别采取作用的标准组合(一级、二级)和准永久组合(三级)。对于这三种组合方式,以设计值表达的结构设计表达式分别为

$$\eta_{sd} S(G_d + P_d + Q_{id} + \sum_{j \neq i} Q_{jd}) \leq C \quad (24)$$

$$\eta_{sd} S(G_d + P_d + Q_{id} + \sum_{j < i} Q_{jd} + \sum_{j > i} Q_{jd}) \leq C \quad (25)$$

$$\eta_{sd} S(G_d + P_d + \sum_{j \geq 1} Q_{jd}) \leq C \quad (26)$$

类似地,可将上述设计表达式表示为

$$\gamma_{\eta_i} \eta_{s_i} S(\gamma_G G_k + \gamma_P P + \gamma_{Q_i} Q_{ik} + \sum_{j < i} \gamma_{Q_j} Q_{jk} + \sum_{j > i} \gamma_{Q_j} Q_{jk}) \leq C \quad (27)$$

$$\gamma_{\eta_i} \eta_{s_i} S(\gamma_G G_k + \gamma_P P + \gamma_{Q_i} Q_{ik} + \sum_{j \neq i} \gamma_{Q_j} Q_{jk}) \leq C \quad (28)$$

$$\gamma_{\eta_i} \eta_{s_i} S(\gamma_G G_k + \gamma_P P + \sum_{j \geq 1} \gamma_{Q_j} Q_{jk}) \leq C \quad (29)$$

式中: C 为变形或裂缝规定的限值。

按式(5)确定标准组合的分项系数时, γ_{η_s} , γ_G , γ_P , γ_{Q_i} , γ_{Q_j} 同承载能力极限状态标准组合取值公式。频遇组合时各基本变量的分项系数为

$$\gamma_G = \frac{F_G^{-1}[\Phi(-\alpha_G^* \beta)]}{\mu_G / \chi_G} = \mu_G (1 - \alpha_G^* \delta_{G\beta}) \quad (30)$$

$$\gamma_P = \frac{F_P^{-1}[\Phi(-\alpha_P^* \beta)]}{\mu_P / \chi_P} = \mu_P (1 - \alpha_P^* \delta_{P\beta}) \quad (31)$$

$$\gamma_{Q_i} = \frac{F_{Q_i}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)]}{\mu_{Q_i} / \chi_{Q_i}} =$$

$$\chi_{Q_i} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_i} \ln \frac{-0.5616 \tau_i / T_0}{\ln B_{(u_f, v_f)}^{-1} \varphi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)} \right] \quad (32)$$

$$\gamma_{Q_j} = \frac{F_{Q_j}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)]}{\mu_{Q_j} / \chi_{Q_j}} =$$

$$\chi_{Q_j} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_j} \ln \frac{-0.5616 \tau_j / T_0}{\ln B_{(u_f, v_f)}^{-1} \varphi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)} \right] \quad (33)$$

$$\gamma_{\eta_i} = \chi_{\eta_i} (1 - \alpha_{\eta_i}^* \delta_{\eta_i} \beta) \quad (34)$$

准永久组合时,各基本变量的分项系数为

$$\gamma_G = \frac{F_G^{-1}[\Phi(-\alpha_G^* \beta)]}{\mu_G / \chi_G} = \mu_G (1 - \alpha_G^* \delta_{G\beta}) \quad (35)$$

$$\gamma_P = \frac{F_P^{-1}[\Phi(-\alpha_P^* \beta)]}{\mu_P / \chi_P} = \mu_P (1 - \alpha_P^* \delta_{P\beta}) \quad (36)$$

$$\gamma_{Q_i} = \frac{F_{Q_i}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)]}{\mu_{Q_i} / \chi_{Q_i}} =$$

$$\chi_{Q_i} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_i} \ln \frac{-0.5616 \tau_i / T_0}{\ln B_{(u_f, v_f)}^{-1} \varphi(-\alpha_{Q_i}^* \beta)} \right] \quad (37)$$

$$\gamma_{Q_j} = \frac{F_{Q_j}^{-1}[\Phi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)]}{\mu_{Q_j} / \chi_{Q_j}} =$$

$$\chi_{Q_j} \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{Q_j} \ln \frac{-0.5616 \tau_j / T_0}{\ln B_{(u_f, v_f)}^{-1} \varphi(-\alpha_{Q_j}^* \beta)} \right] \quad (38)$$

$$\gamma_{\eta_i} = \chi_{\eta_i} (1 - \alpha_{\eta_i}^* \delta_{\eta_i} \beta) \quad (39)$$

式中: $B_{(u_f, v_f)}^{-1}(\cdot)$ 、 $B_{(u_q, v_q)}^{-1}(\cdot)$ 分别为贝塔分布函数 $B_{(u_f, v_f)}(\cdot)$ 、 $B_{(u_q, v_q)}(\cdot)$ 的反函数。

3 可靠度控制方式

在分项系数法中,对承载能力极限状态设计采用局部单控型的可靠度控制方式,仅在作用中设定一个主控量,并未考虑抗力为主控量的情况;对准永久组合则采用均衡型的可靠度控制方式,

不设主控量. 国外的基本设计值法采用全局双控型的可靠度控制方式, 即在抗力、作用中均设定一个主控量. 目前的设计值法则采用全局单控型的可靠度控制方式, 相较于其它控制方式, 其可靠指标相对误差明显最小^[15].

设计值法中灵敏度系数的取值反映了可靠指标对基本变量变化的敏感程度. 所以, 需要采取合适的灵敏度系数来提高可靠度控制精度. 现有的优化方法主要有枚举优化法、解析几何法、解析优化法以及按荷载效应比确定灵敏度系数的方法等, 具体取值如下表 1 所示.

表 1 灵敏度系数取值
Tab. 1 Sensitivity factor value

文献	方法	取值
[12]	经验法	抗力: 主控 0.8; 非主控 0.32 荷载: 主控 -0.7; 非主控 -0.28
[20]	枚举 优化法	抗力: 0.873 7 恒载: -0.251 1 活载: -0.559 7
[20]	以荷载效 应比表示	抗力: $-0.996+0.209\rho$; 恒载: $0.168-0.342\rho$; 活载: $0.531+0.175\rho$ 承载能力极限状态: 抗力: 0.7; 主控作用: $-\sqrt{0.59/(1+0.24n)}$ 非主控作用: $-0.49\sqrt{0.59/(1+0.24n)}$
[21]	解析 几何法	抗力: 0.8; 主控作用: -0.8; 非主控作用: -0.3(与作用数量无关) 正常使用极限状态: 主控作用: $-1.36\sqrt{0.59/(1+0.24n)}$ 非主控作用: $-0.67\sqrt{0.59/(1+0.24n)}$ 主控作用: -0.94; 非主控作用 -0.35 (与作用数量无关)
[22]	解析 优化法	主控量: ± 0.85 ; 非主控量: ± 0.35

在目前设计值法的使用过程中, 根据工程实际设计情况和大量数据统计显示, 经验法和枚举优化法精度一般, 实用性较好; 以荷载效应比法和解析几何法精度较高, 但实用性较差; 解析优化法精度较高, 实用性也比较好. 它根据目前的设计值法的最优可靠度控制方式, 经具体地分析优化, 取主控变量的灵敏度系数为 ± 0.85 , 非主控变量的灵敏度系数为 ± 0.35 , 在常遇的基本变量数量的情况下, 可靠指标的相对误差范围为 $-5.3\%\sim 15.5\%$, 一般情况下该误差范围可接受. 解析优化法在满足可靠度控制精度要求的同时具备较好的实用性, 且灵敏度系数的取值同时适用于结构的安全性和适用性设计, 适用范围更广.

4 可靠度校核

4.1 承载能力极限状态设计表达式校核

以承受恒荷载 G 、楼面活荷载 Q_1 、雪荷载 Q_2 的钢筋混凝土单筋受弯构件为例, 从目标可靠指标、设计使用年限、荷载效应比等进行对比分析正截面抗弯承载力设计时目前的分项系数法、国际中的设计值法和实用设计值法的可靠度控制精度, 设计基准期内各基本变量的概率特性见表 2, 具体计算结果见表 3.

表 2 基本变量概率特性
Tab. 2 Probabilistic characterization of the
fundamental variables

基本变量	均值系数	变异系数
恒荷载 G	1.06	0.07
楼面活荷载 Q_1	0.524	0.288
雪荷载 Q_2	1.045	0.225
抗力 R	1.13	0.10

表 3 钢筋混凝土受弯构件正截面承载力设计的可靠指标

Tab. 3 Reliable indicators for the design of positive section load capacity of reinforced concrete flexural members

设计方法	ρ_1, ρ_2	主控量	$\beta=3.2$		$\beta=3.7$	
			$T=50$	$T=100$	$T=50$	$T=100$
分项系数法		Q_1	4.724 (0.476)	4.884 (0.526)	5.127 (0.386)	5.297 (0.432)
国外设计值法	2.0, 0.3	Q_1, R	3.312 (0.035)	3.334 (0.042)	3.796 (0.026)	3.820 (0.032)
本文方法		Q_1	3.122 (-0.024)	3.116 (-0.026)	3.596 (-0.028)	3.591 (-0.029)
分项系数法		Q_1	5.007 (0.565)	5.168 (0.615)	5.490 (0.484)	5.658 (0.529)
国外设计值法	1.0, 0.3	Q_1, R	3.537 (0.105)	3.548 (0.109)	4.054 (0.096)	4.067 (0.099)
本文方法		Q_1	3.175 (-0.007)	3.162 (-0.012)	3.671 (-0.008)	3.659 (-0.011)
分项系数法		G	4.842 (0.513)	5.003 (0.563)	5.473 (0.479)	5.634 (0.523)
国外设计值法	0.3, 0.3	G, R	3.396 (0.061)	3.396 (0.061)	3.886 (0.050)	3.888 (0.051)
本文方法		R	3.296 (0.030)	3.299 (0.031)	3.790 (0.024)	3.794 (0.025)

注: 括号里为可靠指标相对误差.

从表 3 所校核结果看, 目前分项系数法可靠指标的相对误差明显偏大, 误差范围在 0.386~0.615, 并且在 $\rho_1=\rho_2=0.3$ 时选择恒荷载 G 为主控量而非荷载 Q_1 . 国外设计值法的相对误差范围在 0.026~0.109. 本文设计方法的相对误差范围在 -0.007~0.031 之间, 具有更高的可靠度控制精度.

4.2 正常使用极限状态设计表达式校核

以承受恒荷载 G 、楼面均布活荷载 Q 的矩形截面钢筋混凝土受弯构件(考虑作用的准永久组合)、允许开裂的预应力混凝土受弯构件(考虑作用的标准组合)的挠度验算为例, 对比分析目前分项系数法和本文方法的可靠度控制精度, 基本变量的概率特性见表 4, 具体计算结果见表 5.

目前, 国内外标准中对正常使用极限状态设计并未明确规定具体的目标可靠指标, 只是笼统地规定其范围为 $0\sim1.5^{[6]}$, 由表 5 所示校核结果知, 按目前的分项系数法, 混凝土受弯构件挠度控制的可靠指标在不同的作用效应比下差别较大, 准永久组合时的变化范围为 $0.087\sim0.224$, 标准

组合时的变化范围为 $0.536\sim1.979$, 变化幅度分别为 0.137 和 1.443, 可靠度控制的精度和一致性均较低, 且标准组合时的可靠指标总体上偏大. 本文方法在不同的目标可靠指标下均具有较高的控制精度, 准永久组合时的可靠指标相对误差为 $0\sim0.090$, 最大变化幅度为 0.090, 标准组合时的相对误差为 $0\sim0.116$, 最大变化幅度为 0.116, 可靠度控制的精度和一致性明显优于目前的分项系数法.

表 4 基本变量概率特性

Tab. 4 Probabilistic characterization of the fundamental variables

基本变量	均值系数	变异系数
恒荷载 G	1.06	0.07
楼面活荷载 Q_1	0.524	0.288
预应力作用 P	1.0	0.08
混凝土抗拉强度 f_t	1.42	0.18
混凝土弹性模量 E_c	1.0	0.20
计算模型不确定系数 η	1.0	0.128

表 5 钢筋混凝土受弯构件挠度控制的可靠指标

Tab. 5 Reliable indicators for deflection control of reinforced concrete flexural members

设计方法	目标可靠指标	作用组合	ρ				
			0.2	0.5	1.0	1.5	2.0
分项系数法	0~1.5	准永久组合	0.087	0.125	0.171	0.203	0.224
		标准组合	0.536	1.093	1.604	1.849	1.979
	0	准永久组合	0	0	0	0	0
		标准组合	0	0	0	0	0
	0.5	准永久组合	0.524	0.538	0.545	0.541	0.534
		标准组合	0.537	0.557	0.558	0.546	0.532
本文方法	1.0	准永久组合	1.041	1.068	1.081	1.073	1.059
		标准组合	1.061	1.100	1.101	1.074	1.044
	1.5	准永久组合	1.544	1.584	1.603	1.592	1.570
		标准组合	1.566	1.622	1.623	1.581	1.536
	2.0	准永久组合	2.026	2.076	2.101	2.089	2.063
		标准组合	2.035	2.105	2.116	2.066	2.007

5 工程实例

一单跨简支钢筋混凝土板, 承受均布可变作用 $q_k=4.0\text{ kN/mm}^2$ (不包括板的自重), 土板的重度为 $\gamma=25\text{ kN/m}^3$, 板厚 $h=100\text{ mm}$, 计算跨度 $l_0=3.20\text{ m}$, 混凝土强度等级 C30, 轴心抗压强度标准值 $f_c=14.3\text{ N/mm}^2$, 钢筋采用 HRB400 级, 屈服强度标准值 $f_y=400\text{ N/mm}^2$. 环境类别为一类, 安全等级为二级, 设计使用年限 $T=50\text{ a}$, 目标可靠指标 $\beta_s=3.2$. 作用和抗力的概率分布类型参考基本变量的概率特性, 试确定所需钢筋的面积.

取板宽的板条为计算单元, 根据相关统计资料^[23], 可知 $\mu_G=1.060$ 、 $\delta_G=0.070$ 、 $\mu_Q=0.524$ 、 $\delta_Q=0.288$ 、 $\delta_R=0.100$ 、 $\mu_R=1.130$. 由此可得板上作用的标准值、平均值以及标准差, 如下表 6 所示.

表 6 设计变量的标准值和统计参数

Tab. 6 Standard values and statistical parameters of design variables

作用种类	标准值/ kN·m	平均值 μ / kN·m	标准差 σ / kN·m
永久作用	3.200	3.392	0.237
可变作用	5.120	2.683	0.773

(1)按现行设计方法设计

由混凝土和钢筋强度级别, 可知 $\alpha_1 = 1.0$ 、 $\xi_b = 0.576$ 。

因安全等级为二级, 则 $\gamma_0 = 1.0$, 跨中最大弯矩为

$$M = \gamma_0 (\gamma_G S_{Gk} + \gamma_Q S_{Qk}) = 1.0 \times (1.3 \times 3.2 + 1.5 \times 5.12) = 11.84 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

取 $a_s = 20 \text{ mm}$, 则 $h_0 = 80 \text{ mm}$, 有

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{11.84 \times 10^6}{1.0 \times 14.3 \times 1\,000 \times 80^2} = 0.129,$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.129} = 0.139 < \xi_b = 0.576$$

满足适筋条件, 有

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b \xi h_0}{f_y} = \frac{1.0 \times 14.3 \times 1\,000 \times 0.139 \times 80}{400} = 397.5 \text{ mm}^2$$

(2)按照国际标准中的设计值法设计

由下表 7 可知, 各基本变量的灵敏度系数为 $\alpha_G^* = -0.70$ 、 $\alpha_Q^* = -0.28$ 。

表 7 标准灵敏度系数

Tab. 7 Standard sensitivity factor

基本变量		α_i^*
抗力参数	主控	0.80
	非主控	0.32
荷载参数	主控	-0.70
	非主控	-0.28

根据可靠性理论公式 $F_{x_i}(x_{id}) = \Phi(-\alpha_i^* \beta)$, 各基本变量的设计值为

$$G_d = F_G^{-1}[\Phi(-\alpha_G^* \beta)] =$$

$$F_G^{-1}[\Phi(0.28 \times 3.2)] = 3.605 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$G_d = F_Q^{-1}[\Phi(-\alpha_Q^* \beta)] =$$

$$F_Q^{-1}[\Phi(0.70 \times 3.2)] = 4.948 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$R_d = G_d + Q_d = 3.605 + 4.948 = 8.553 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

由《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)^[24]可知板的受弯承载力设计值可表示为

$$R_d = A_s f_y (h_0 - \frac{A_s f_y}{2\alpha_1 b f_c})$$

式中: 对于 C30 混凝土, $\alpha_1 = 1.0$, 取板的有效高度 $h_0 = 80 \text{ mm}$. 据此可得 $A_s = 281.1 \text{ mm}^2$ 。

(3)按本文设计方法设计

根据表 1 中解析优化法, 取各基本变量的灵敏度系数为 $\alpha_G^* = -0.35$ 、 $\alpha_Q^* = -0.85$

根据式(18)和式(21)可知

$$\gamma_G = 1.060 \times (1 + 0.35 \times 0.070 \times 3.2) = 1.143$$

$$\gamma_{Q_i} = 0.524 \times \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \times 0.288 \times \ln \frac{-0.5616 \times 50/50}{\ln \Phi(0.85 \times 3.2)} \right] = 1.130$$

由混凝土和钢筋强度级别, 可知 $\alpha_1 = 1.0$ 、 $\xi_b = 0.576$ 。

跨中最大弯矩为

$$M = \gamma_G S_{Gk} + \gamma_Q S_{Qk} = 1.143 \times 3.2 + 1.130 \times 5.12 = 9.44 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

取 $a_s = 20 \text{ mm}$, 则 $h_0 = 80 \text{ mm}$, 有

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{9.44 \times 10^6}{1.0 \times 14.3 \times 1\,000 \times 80^2} = 0.103$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.103} = 0.109 < \xi_b = 0.576$$

满足适筋条件, 此时

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b \xi h_0}{f_y} = \frac{1.0 \times 14.3 \times 1\,000 \times 0.109 \times 80}{400} = 311.7 \text{ mm}^2$$

此外, 根据验算点法分别计算各种方法隐含的可靠指标 β_0 , 可靠指标的相对误差为 Δ_β , 计算结果对比分析见表 8。

表 8 三种设计方法的对比分析

Tab. 8 Comparative analysis of three design methods

类型	国际标准中的 设计值法	现行设计 方法	实用设计 值法
A_s/mm^2	397.5	281.1	311.7
β_0	2.555	4.654	3.043
$\Delta_\beta/\%$	-20.2	45.4	-4.9

由于灵敏度系数的取值直接影响到计算结果的精确性, 取表 1 中所有灵敏度系数进行类比计算, 分析哪种方法灵敏度系数的取值更加适用于实用性设计表达式, 计算结果如下表 9 所示。

综上可知, 国际标准中设计值法的可靠度控制水平不满足规范要求, 且相对误差较大; 现行设计方法隐含的可靠指标高于设计值法 20%~30%, 导致安全储备过多, 牺牲了一定的经济效益; 而实用性设计表达式(解析优化法)计算出的隐含可靠指标相对于其他灵敏度取值方法, 相对误差最小。此外, 相比于其他方法, 解析优化法是实用性设计值法最优的设计方法。按照解析优化法计算出的结果显示灵敏度系数和可靠指标相对误差范围在 -0.105~0.257。当相对误差出现负值时, 会出现设计出的可靠指标比目标可靠指标低, 但也满足安全性设计和精度要求, 不需要进行优化。

表 9 灵敏度系数取值对实用性表达式的影响
Tab. 9 The effect of the value of the sensitivity factor on the utility expression

方法	灵敏度系数取值		A_s/mm^2	β_0	$\Delta\beta/\%$
	α_G^*	α_Q^*			
经验法	-0.28	-0.7	267.1	2.585	-19.2
枚举优化法 以荷载效应 比表示	-0.25	-0.56	233.5	2.162	-32.4
$\rho=\frac{5.120}{3.2}=1.6$	-0.08	-0.77	289.6	2.721	-15.0
解析几何法	-0.30	-0.80	302.8	2.904	-9.3
解析优化法	-0.35	-0.85	311.7	3.043	-4.9

6 结论

针对于目前分项系数法的灵活性、通用性不足以及可靠度控制精度低的问题，借鉴国际中设计值法的设计思想，根据国内工程习惯建立基于设计值法的两种极限状态的设计表达式，主要结论如下：

(1)实用设计表达式将基本变量设计值表示为分项系数和标准值的简单函数，符合工程设计习惯，但分项系数的取值方式并未采用规范中的枚举优化法，而是通过基本变量概率特性、目标可靠指标及设计使用年限等参数直接确定具体数值，取值方式更为合理。同时，该表达式将标准值视为作用的唯一代表值，作用其他代表值均通过相应的分项系数体现，基本变量的均值和变异性对设计结果的影响可分别通过标准值和分项系数来反映；

(2)实用设计表达式显性表达了分项系数与目标可靠指标的对应关系，可根据具体情况来选择不同的目标可靠指标，且适用于拟建结构的可靠性设计与既有结构的可靠性评定，相对于现行设计方法更具灵活性与通用性；

(3)通过对两种极限状态设计表达式的优化以及不同灵敏度系数取值，提高了设计值法的可靠度控制精度，尤其对于目前正常使用极限状态的设计更加合理，解决了设计中当固定分项系数取值为 1 时出现安全性满足而适用性缺陷的设计问题。

参考文献 References

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 工程结构可靠性设计统一标准: GB 50153—2008[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Uniform standard for engineering structural reliability design: GB 50153—2008 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008.

[2] American Society of Civil Engineers. Minimum design load in buildings and other structures: ASCE/SEI 7-0 [S]. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2010.

[3] Nordic Committee for Building Structures. Guidelines for loading and safety regulations for structural design [R]. NKB Reports No. 55E. Helsinki: Nordic Committee for Building Structures, 1987.

[4] The Overseas Coastal Area Development Institute of Japan. Technical standards and commentaries for port and harbour facilities in Japan[M]. Tokyo: The Overseas Coastal Area Development Institute of Japan, 2002: 312-360.

[5] 姚继涛，罗张飞. 既有结构可靠性评定的设计值法[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2016, 48(1): 18-23.

YAO Jitao, LUO Zhangfei. Design value method for reliability assessment of existing structures[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech. (Natural Science Edition), 2016, 48(1): 18-23.

[6] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑结构可靠性设计统一标准: GB 50068—2018[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Uniform standard for structural reliability design of buildings: GB 50068—2018 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2018.

[7] 陈淮，葛素娟，李静斌，等. 中原地区住宅建筑结构活荷载调查与统计分析[J]. 土木工程学报, 2006, 39(5): 29-34, 64.

CHEN Huai, GE Sujuan, LI Jingbin, et al. Investigation and statistical analysis of structural live loads of residential buildings in the Central Plains[J]. Journal of Civil Engineering, 2006, 39(5): 29-34, 64.

[8] 牛建刚，牛荻涛. 住宅结构楼面荷载的调查与统计分析[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2006, 38(2): 214-220.

NIU Jiangang, NIU Ditao. Investigation and statistical analysis of residential structural floor loads[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech. (Natural Science Edition), 2006, 38(2): 214-220.

[9] 胡晓鹏，牛荻涛，薛国辉. 住宅结构抗力的调查与统计分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(6):

- 978-981.
- HU Xiaopeng, NIU Ditao, XUE Guohui. Investigation and statistical analysis of structural resistance of residential buildings[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(6): 978-981.
- [10] 胡晓鹏. 结构构件抗力的调查统计与住宅结构可靠性分析[D]. 陕西: 西安建筑科技大学, 2005.
- HU Xiaopeng. Investigation statistics of structural member resistance and reliability analysis of residential structures [D]. Xi'an; Xi'an Univ. of Arch. & Tech., 2005.
- [11] 熊学玉, 葛益芃, 姚刚峰. 预制预应力混凝土双T板受弯性能足尺试验研究[J]. 建筑结构学报, 2022, 43(2): 127-136, 172.
- XIONG Xueyu, GE Yipeng, YAO Gangfeng. Footprint test on bending performance of precast prestressed concrete double T slab[J]. Journal of Building Structures, 2022, 43(2): 127-136, 172.
- [12] International Organization for Standardization. General principals on reliability for structures; ISO 2394:2015[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2015.
- [13] JCSS. JCSS probabilistic model code; ISBN 978-3-909386-79-6 [S]. Copenhagen: Joint Committee on Structural Safety, 2011.
- [14] 姚继涛, 解耀魁. 结构可靠度分析中作用的随机过程组合方法[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(2): 125-130.
- YAO Jitao, XIE Yaokui. Stochastic process combination method for the role in structural reliability analysis [J]. Journal of Building Structures, 2013, 34(2): 125-130.
- [15] 姚继涛, 解耀魁. 设计值法中灵敏度系数的优化及取值[J]. 工业建筑, 2015, 45(7): 79-83.
- YAO Jitao, XIE Yaokui. Optimization and value of sensitivity coefficient in design value method[J]. Industrial Architecture, 2015, 45(7): 79-83.
- [16] YAO J, CHENG K. Discussion of sensitivity factors and dominating variable for design value method[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2017, 21(1): 37-44.
- [17] 姚继涛, 程凯凯. 结构安全性设计的通用表达式[J]. 应用力学学报, 2014, 31(2): 275-281, 315-316.
- YAO Jitao, CHENG Kaikai. General expressions for structural safety design[J]. Journal of Applied Mechanics, 2014, 31(2): 275-281, 315-316.
- [18] 姚继涛, 程凯凯. 结构适用性设计的通用表达式[J]. 应用力学学报, 2014, 31(3): 440-445, 495.
- YAO Jitao, CHENG Kaikai. General expressions for structural fitness for design[J]. Journal of Applied Mechanics, 2014, 31(3): 440-445, 495.
- [19] 周佳乐, 李传习, 陈卓异, 等. 配筋UHPC梁抗扭承载力可靠度分析及材料分项系数的确定[J]. 土木工程学报, 2022, 55(2): 11-22.
- ZHOU Jiale, LI Chuanxi, CHEN Zhuoyi, et al. Reliability analysis of torsional load bearing capacity of reinforced UHPC beams and determination of material sub-factors[J]. Journal of Civil Engineering, 2022, 55(2): 11-22.
- [20] 冯云芬. 可靠度理论在结构设计中的若干应用研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2015.
- FENG Yunfen. Research on some applications of reliability theory in structural design[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015.
- [21] 姚继涛. 既有结构可靠性理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- YAO Jitao. Theory and aication of reliability of existing structures[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [22] 解耀魁. 工程结构通用可靠度设计与评定方法[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2010.
- XIE Yaokui. General reliability design and evaluation method for engineering structures [D]. Xi'an; Xi'an Univ. of Arch. & Tech., 2010.
- [23] 杨艳. 既有结构可靠性鉴定的荷载研究及其应用[D]. 上海: 同济大学, 2008.
- YANG Yan. Load research on reliability of existing structures and its application [D]. Shanghai: Tongji University, 2008.
- [24] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for the design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2015.

(编辑 李睿奇)